A. CHERCHEZ LA PETITE BÊTE (cat. 72)

Voici des additions très étranges.

Les nombres ont été remplacés par des petites bêtes : un escargot, une mouche, une coccinelle et un papillon.

Chaque petite bête représente toujours un même nombre.

Trouvez à quel nombre correspond chaque petite bête.

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver quatre nombres qui sont les termes de quatre sommes, chaque somme étant composée de cinq termes

Analyse de la tâche

- Comprendre que chaque petite bête dessinée représente toujours le même nombre.
- Procéder par déduction :
  - Observer les dessins et comprendre qu'il faut commencer par la ligne 3 où figurent seulement 5 mouches et déduire la valeur d'une mouche : 75 / 5 = 15 ou 5 x 15 =75 ;
  - Poursuivre par la ligne 4 et remplacer les 2 mouches par leur valeur (15 x 2 = 30) ; en déduire que 3 coccinelles valent 27 (57 – 30 = 27) et qu'une coccinelle vaut 9 (27 / 3 = 9 ou 3 x 9 = 27) ;
  - Poursuivre par la ligne 2 et remplacer la mouche et la coccinelle par leur valeur ((2 x 9) + 15 = 33) ; en déduire la valeur de deux papillons (73 – 33 = 40) et la valeur d'un seul (40 / 2 = 20 ou 2 x 20 = 40) ;
  - Terminer par la ligne 1 et remplacer la coccinelle, les deux mouches et le papillon par leur valeur (9 + (2 x 15) + 20 = 59) ; en déduire la valeur d'un escargot (80 – 59 = 21).

Ou

- Utiliser une procédure mixte faite de déductions partielles et d'essais, par exemple en commençant par trouver la valeur à donner à une mouche à partir de la troisième égalité…

Attribution des points

4 Réponse correcte (Mouche = 15 ; Coccinelle = 9 ; Escargot = 21 ; Papillon = 20) avec description claire de la démarche (explicitation de l'ordre des phases et calculs ou essais).

3 Réponse correcte avec description peu claire ou avec seulement une vérification.
Ou Procédure correcte et bien expliquée mais réponse incorrecte suite à une erreur de calcul.

2 Réponse correcte sans description de la démarche.
Ou 2 ou 3 valeurs justes avec description peu claire.

1 Valeur de la mouche juste avec indication sur la procédure utilisée.

Ou Début de raisonnement correct (par exemple essais apparents, montrant que la même valeur est attribuée à chaque petite bête au moins dans 2 égalités différentes).

0 Incompréhension du problème.

B. LES TROIS FRÈRES GOURMANDS (cat. 72, 82)

Pierre, Jean et Xavier vont manger ensemble 45 chocolats noirs, 21 chocolats blancs et 5 chocolats pralinés. Voilà comment ils vont faire.

Pierre mangera chaque soir un chocolat noir.

Jean mangera chaque soir un chocolat blanc. S'il n'y en a plus, alors il mangera 3 chocolats noirs.

Xavier mangera chaque soir un chocolat praliné. S'il n'y en a plus, alors il mangera 3 chocolats blancs. S'il n'y aura plus de chocolats blancs, alors il mangera 5 chocolats noirs.

Pendant combien de jours vont-ils pouvoir manger des chocolats tous les trois ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de jours pendant lesquels trois frères vont pouvoir manger des chocolats suivant une répartition particulière.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les 5 premiers jours, les nombres de chocolats diminueront de 1 chaque jour. Puis, dès le 6e jour, le nombre de chocolats noirs diminuera de 1 par jour, mais celui des chocolats blancs diminuera de 4 par jour. Enfin, lorsqu'il n'y aura plus de chocolats blancs, les frères mangeront, à eux trois, 9 chocolats noirs par jour.
- Effectuer les opérations correspondantes : alternance de soustraction et de division pour chaque sorte de chocolats.
- La démarche la plus probable et la plus efficace est de faire un inventaire jour après jour, ou par tranches de temps jusqu'à épuisement d'une des sortes de chocolat, en tableau ou du genre :

Jours	1	…	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Chocolats noirs	44	…	40	39	38	37	36	27	18	9	0
Chocolats blancs	20	…	16	12	8	4	0	0	0	0	0
Chocolats pralinés	4	…	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La réponse attendue est donc 13 jours.

Attribution des points

4 Réponse 13, avec explications sous forme d'un texte et/ou d'un tableau

3 Réponse 13, avec explications peu claires ou tableau difficile à interpréter
Ou réponse 12 ou 14, avec tableau et/ou texte témoignant d'une réflexion par ailleurs correcte

2 Démarche correcte avec l'état du stock jusqu'au 9e jour, suivie d'erreurs dans la suite
Ou réponse 13 sans explications

1 Début de résolution correct, avec l'état du stock jusqu'au 5e jour

0 Incompréhension du problème

6. LES TROIS FRÈRES GOURMANDS (cat. 32, 41, 42) ENONCÉ ERRONÉ

Pierre, Jean et Xavier vont manger ensemble 45 chocolats noirs, 21 chocolats blancs et 5 chocolats pralinés. Voilà comment ils vont faire.

Pierre mangera chaque soir un chocolat noir.

Jean mangera chaque soir un chocolat blanc. S'il n'y en a plus, alors il mangera 3 chocolats noirs.

Xavier mangera chaque soir un chocolat praliné. S'il n'y en a plus, alors il mangera 3 chocolats blancs. S'il n'y aura plus de chocolats blancs, alors il mangera 3 chocolats noirs.

Pendant combien de jours vont-ils pouvoir manger des chocolats tous les trois ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de jours pendant lesquels trois frères vont pouvoir manger des chocolats suivant une répartition particulière.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les 5 premiers jours, les nombres de chocolats diminueront de 1 chaque jour. Puis, dès le 6e jour, le nombre de chocolats noirs diminuera de 1 par jour, mais celui des chocolats blancs diminuera de 4 par jour. Enfin, lorsqu'il n'y aura plus de chocolats blancs, les frères mangeront, à eux trois, 7 chocolats noirs par jour.
- Effectuer les opérations correspondantes : alternance de soustraction et de division pour chaque sorte de chocolats.
- La démarche la plus probable et la plus efficace est de faire un inventaire jour après jour, ou par tranches de temps jusqu'à épuisement d'une des sortes de chocolat, en tableau ou du genre :

Jours	1	…	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Chocolats noirs	44	…	40	39	38	37	36	29	22	15	8	1
Chocolats blancs	20	…	16	12	8	4	0	0	0	0	0	0
Chocolats pralinés	4	…	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Puisqu'un chocolat noir n'est pas suffisant pour les trois frères, la réponse attendue est donc 14 jours.

Attribution des points

4 Réponse 14, avec explications sous forme d'un texte et/ou d'un tableau

3 Réponse 14, avec explications peu claires ou tableau difficile à interpréter
Ou réponse 13 ou 15, avec tableau et/ou texte témoignant d'une réflexion par ailleurs correcte

2 Démarche correcte avec l'état du stock jusqu'au 9e jour, suivie d'erreurs dans la suite
Ou réponse 14 sans explications

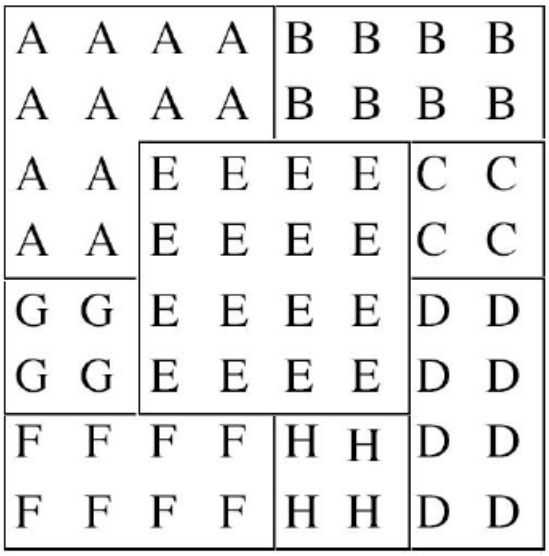
1 Début de résolution correct, avec l'état du stock jusqu'au 5e jour

0 Incompréhension du problème

C. DES CARRÉS EMPILÉS (cat. 72, 82, 92)

Huit carrés de 10 cm de côté ont été collés dans un certain ordre, l'un après l'autre, sur un carton carré de 20 cm de côté. Chaque carré contient 16 lettres choisies parmi A, B, C, D, E, F, G ou H.

Les voici dessinés :



Retrouvez dans quel ordre les carrés ont été collés.

Expliquez votre démarche.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer l'ordre d'empilement de 8 carrés de 10 cm de côté, chacun orné d'un motif différent, connaissant la figure finale obtenue, un carrée de 20 cm de côté.

Analyse de la tâche

- Constater que les huit carrés ne sont pas exactement superposés et qu'ils sont disposés bien précisément sur le grand carton : certains dans un angle (A, B, D, F), d'autres avec un seul côté commun avec le grand carré (C, G, H) et l'un d'entre eux au centre (E).
- Différentes démarches peuvent être envisagées pour déterminer l'ordre de leur placement, soit en partant du premier carré posé (méthode montante) soit en partant du dernier posé (méthode descendante). La décomposition de la plaque carrée en carrés plus petits peut aider à la résolution.

  Pour la méthode montante, par essais successifs, trouver le premier carré et procéder de la même manière pour les carrés suivants.

  Pour la méthode descendante, comprendre que le carré E est le premier à enlever puisqu'on le voit entièrement. Ensuite, comprendre que le carré A doit être enlevé puisqu'il apparaît entièrement lorsque E est retiré.

  Ensuite, trouver des relations partielles dans la sériation : G est sur F (sinon la case G serait couverte par F), H est sur D (sinon la case H serait recouverte par D), C sur B, (sinon la case C serait recouverte par B), et aussi : D est sur C, F est sur H ... D'où l'ordre suivant pour empiler les carrés : B-C-D-H-F-G-A-E.
- Une autre démarche envisageable est de découper des carrés isométriques, de les distinguer (lettre, couleur…), de reconstituer le montage et ensuite de le démonter pour découvrir l'ordre de construction.

Attribution des points

4 L'ordre correct (B-C-D-H-F-G-A-E) avec explications

3 L'ordre inverse (E-A-G-F-H-D-C-B) avec explications
ou ordre correct sans explication

2 Ordre inverse sans explication
ou réponse avec une inversion mais avec explications

1 Plus d'une inversion

0 Incompréhension du problème

D. LES CADEAUX (cat. 72, 82, 92)

Le Père Noël prépare des milliers de cadeaux en boîtes de mêmes dimensions : 20 cm, 40 cm et 60 cm.

Ses trois assistants ont des façons différentes de placer les rubans.

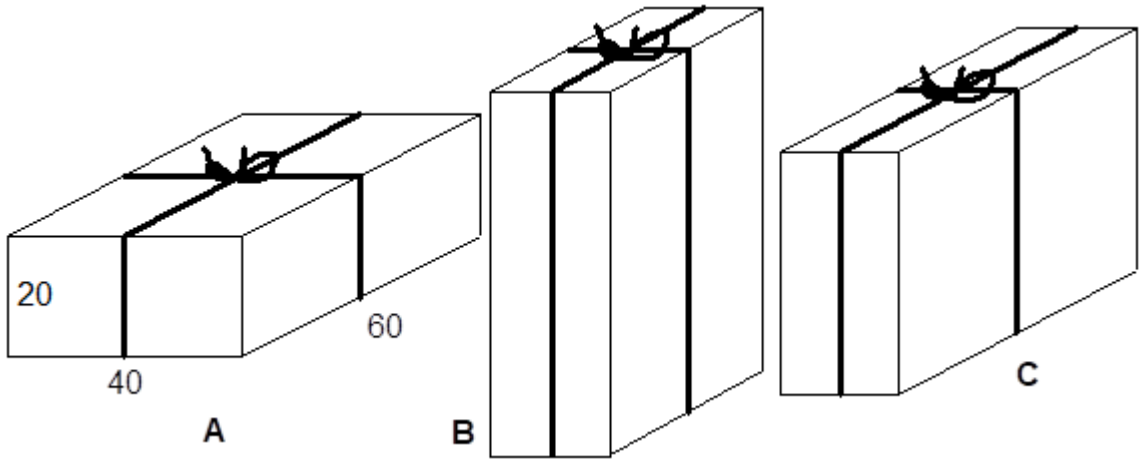
Anastasie fait le nœud au milieu de la grande face (méthode A),

Balthazar le fait sur une petite face placée en haut (méthode B),

Célestine choisit une face moyenne pour son nœud (méthode C).

Les trois nœuds sont les mêmes et nécessitent 30 cm de ruban.

Le père Noël n'est pas content, car il estime que deux de ses assistants gaspillent son ruban avec leurs méthodes.



Le père Noël a-t-il raison ?

L'un des assistants utilise-t-il moins de ruban que les autres ?

Expliquez comment vous avez procédé et donnez le détail de vos calculs.

ANALYSE A PRIORI

Résumé

Comparer les longueurs de rubans qui fixent l'emballage d'un cadeau en forme de parallélépipède rectangle de 20 x 40x 60 avec un nœud de 30 cm, selon son emplacement au milieu d'une des trois faces différentes.

Analyse de la tâche.

- Visualiser les trois figures dans l'espace et comprendre, que le ruban suit deux segments perpendiculaires de la face (supérieure) où se situe le nœud, puis « descend » en traversant les quatre faces latérales, dont deux visibles et deux invisibles, puis reproduit la même figure sur la face inférieure invisible.
- Repérer les dimensions des faces et effectuer les additions nécessaires :
  - pour le premier cadeau, la face supérieure est un rectangle de 40 sur 60 cm et la hauteur mesure 20 cm, ce qui fait que la longueur du ruban est $2 \times (40 + 60) + 4 \times 20 + 30 = 310$ cm ;

- pour le deuxième cadeau, il faut imaginer que les longueurs indiquées sur le premier doivent être déplacées (la hauteur est 60 cm et les faces supérieures et inférieures sont des rectangles de 20 su4 40 cm, ce qui conduit à une longueur de ruban de $2 \times (40 + 20) + 4 \times 60 + 30 = 390$ cm
- de même pour le troisième dont la longueur du ruban est $2 \times (20 + 60) + 4 \times 40 + 30 = 340$ cm.

- Répondre : le Père Noël a raison. Anasthasie utilise le moins de ruban, 310 cm, alors que les deux autres en gaspillent 340 et 390 cm

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (Le Père Noël a raison, Anasthasie utilise le moins de ruban, 310 cm, alors que les deux autres en gaspillent 340 et 390 cm (ou toutes ces informations dans un autre ordre) avec explication claire et détails des calculs

3 Réponse correcte comme précédemment, mais avec des explications peu claires ou incomplètes

Ou le calcul des 3 longueurs de ruban avec des explications claires mais sans la conclusion "Le Père Noël a raison, Anasthasie utilise le moins de ruban"

2 Réponse erronée à cause d'une erreur de calcul mais procédure correcte avec des explications claires

Ou réponse correcte comme en 4 mais avec une faute de calcul dans 310, 340 ou 390.

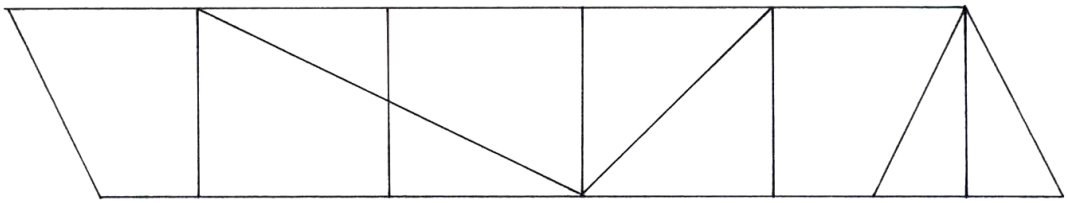
1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

E. LE CARRÉ DE LÉA (cat. 72, 82, 92)

Léa a trouvé dans le grenier de sa maison une vieille boîte contenant 10 figures géométriques en bois : 4 triangles rectangles non isocèles, 2 triangles rectangles isocèles et 4 trapèzes rectangles.

Avec toutes ces figures Léa a formé ce parallélogramme :



Léa se demande si elle peut former d'autres figures géométriques.

Aidez-là à reconstituer :

- 1 losange en utilisant 8 pièces bien choisies parmi les 10.

- 1 trapèze rectangle en utilisant 8 pièces bien choisies parmi les 10.

- 1 carré en utilisant l'ensemble des 10 pièces.

ANALYSE A PRIORI

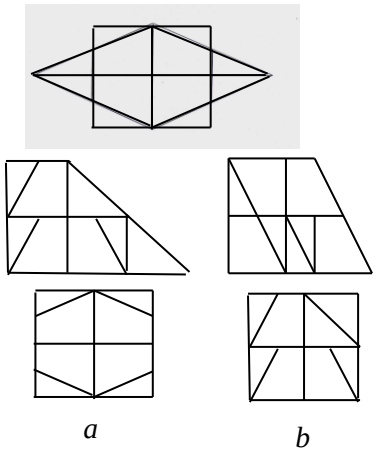
Domaines de connaissances

- Géométrie : décomposition et recomposition d'une surface plane en triangles et trapèzes. Comparaisons de longueurs et d'angles. Rotation et symétrie axiale.

Analyse de la tâche

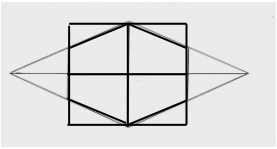
- Comprendre quelles sont les figures à découper.
- Découper les figures et essayer de les accoler en faisant coïncider les côtés égaux.
- Se rendre compte qu'avec 8 figures :
  - on peut obtenir le losange en construisant, par exemple, d'abord un triangle rectangle (avec un trapèze et un triangle rectangle non isocèle) et en procédant ensuite par symétrie ; ou bien, en partant d'un hexagone convexe (obtenu avec les quatre trapèzes rectangles) et en ajoutant ensuite, convenablement, les quatre triangles rectangles non isocèles ;
  - on peut construire deux trapèzes rectangles différents, par exemple, en fixant son attention sur le moyen d'obtenir son côté oblique (par alignement des côtés obliques de deux trapèzes ou des hypoténuses de deux triangles rectangles du même type) et en complétant convenablement.

Ou bien : remarquer qu'en réunissant correctement deux à deux les figures données, on obtient cinq carrés (l'un formé de deux triangles rectangles isocèles, les quatre autres formés d'un triangle rectangle non isocèle et d'un trapèze). Avec quatre de ceux-ci, on forme deux types de puzzles carrés de 8 pièces, le second utilisant les deux triangles rectangles isocèles (cf. *a* et *b*)

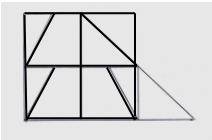


a *b*

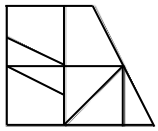
- Dans le cas *a*, on peut former le losange en disposant correctement les quatre triangles rectangles non isocèles, comme sur la figure (le quadrilatère obtenu est bien un losange, car il a deux axes de symétrie orthogonaux, et 4 côtés de même longueur).



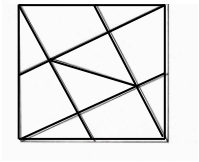
- Dans le cas *b*, on peut former le grand trapèze rectangle en disposant correctement un des deux triangles rectangles isocèles, comme sur la figure (le parallélisme et les angles droits sont assurés par la configuration des 4 carrés initiaux).



- ou bien obtenir un autre trapèze en assemblant deux trapèzes rectangles avec deux triangles rectangles non isocèles, complétés par un trapèze et les deux triangles rectangles isocèles formant un carré comme sur la figure.



- Se rendre compte qu'avec les 10 figures, on peut obtenir le grand carré en disposant en « position centrale » un petit carré formé des deux triangles rectangles isocèles et en le complétant par les quatre trapèzes rectangles « en tournant » autour du carré central et en terminant avec les quatre triangles rectangles restants, comme sur la figure.



Attribution des points

4 Réponse complète, avec les figures recomposées avec précision (dessins ou collages) avec au moins un des deux trapèzes

3 Deux figures bien recomposées

2 Une figure correctement recomposée

1 Construction avec précision d'au moins une des figures demandées (losange, trapèze rectangle, carré), en utilisant un nombre de pièces différent de la réponse attendue, mais supérieur à 2

0 Incompréhension du problème

F. LE RELAIS DE TRANSALPIE (cat. 72, 82, 92)

En Transalpie, chaque année a lieu une course de relais de 99 km.

Chaque équipe est composée d'au moins deux coureurs.

Dans chaque équipe, un coureur parcourt un nombre entier de kilomètres avant de passer le témoin au suivant.

Le coureur qui reçoit le témoin doit courir exactement 1 km de plus que celui qui l'a précédé.

On peut constituer des équipes, avec un nombre différent de coureurs. Les 99 km du parcours sont répartis selon le nombre de coureurs de l'équipe.

Par exemple on peut former une équipe de trois coureurs : le premier parcourt 32 km, le deuxième 33 et le troisième 34, ce qui donne bien 32 + 33 + 34 = 99.

Combien peut-il y avoir de coureurs dans une équipe ?

Trouvez toutes les possibilités et indiquez les distances parcourues par chacun des coureurs de chaque équipe possible.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations, décomposition d'un nombre en somme de nombres naturels consécutifs

Analyse de la tâche

- Transcrire la situation au niveau mathématique : il s'agit de trouver des décompositions de 99 en sommes de nombres naturels consécutifs et de se demander pour quels nombres de termes elles existent.
- La solution en deux termes, 49 + 50 = 99, est possible et facile à trouver, par exemple à partir de 50 (moitié de 100), la solution en trois termes, 32 + 33 + 34 est donnée,
  pour quatre termes, on peut travailler par approximations successives ou en partant directement de nombres proches de 25 (quart de 100) : 23 + 24 + 25 + 26 = 98 est trop petit, 24 + 25 + 26 + 27 = 102 est trop grand et il faut conclure qu'il ne peut pas y avoir d'équipes de quatre coureurs d'équipes, ,
  pour cinq termes, il n'y a pas non plus de solution ; on trouve en revanche une solution en six termes, en neuf termes et en onze termes. Au total, il y a 5 décompositions de 99 en sommes de nombres naturels consécutifs et donc **5 possibilités pour la formation des équipes :**
  2 coureurs : 49 + 50 = 99 **6 coureurs : 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 99**
  3 coureurs : 32 + 33 + 34 = 99 **9 coureurs : 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 99**
  11 coureurs : 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 99
- De nombreuses autres procédures permettent de trouver les cinq décompositions, mais font appel à une maîtrise plus élevée des propriétés des opérations. Par exemple : partir des sommes des premiers nombres naturels 1 + 2 = 3 ; 1 + 2 + 3 = 6 ; 1 + 2 + 3 + 4 = 10, etc, les soustraire de 99 et voir si la différence est un multiple de 2, de 3, de 4, etc ; ou constater que tous les nombres impairs sont la somme de deux nombres consécutifs, que les multiples de 3, 5, 7, … sont la somme respectivement de 3, 5, 7, … nombres consécutifs, etc.

Attribution des points

4 Les 5 compositions d'équipes différentes (ou 4 sans mentionner celle de l'énoncé) avec les distances parcourues par chaque coureur et aucune composition incorrecte

3 4 compositions d'équipes différentes (ou 3 sans mentionner celle de l'énoncé) avec les distances parcourues par chaque coureur et aucune composition incorrecte

2 3 compositions d'équipes différentes (ou 2 sans mentionner celle de l'énoncé) avec les distances parcourues par chaque coureur et aucune composition incorrecte

	Ou les 5 compositions d'équipes différentes mais avec au maximum deux autres incorrectes
1	1 ou 2 compositions d'équipes différentes (autres que celle de l'énoncé) avec les distances parcourues par chaque coureur et aucune composition incorrecte
	Ou 3 ou 4 compositions d'équipes différentes mais avec au maximum trois autres incorrectes
0	Incompréhension du problème.

G. UNE ANNÉE PARTICULIÈRE (cat. 72, 82, 92)

2021

En 2021 les personnes nées en 19**47** fêtent leurs **74** ans : elles peuvent écrire leur âge en inversant les deux derniers chiffres de leur année de naissance.

En 2021 ce phénomène se produit aussi pour des personnes nées en d'autres années.

Indiquez quel âge ont toutes ces personnes en 2021.

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les âges des personnes dont les deux derniers chiffres de l'année de naissance forment, dans l'ordre inverse, l'âge qu'elles ont en 2021 Avec exemple d'une personne de 74 ans en 2021 née en 1947

Analyse de la tâche

- Procéder par essais plus ou moins organisés en faisant une hypothèse sur l'année de naissance, puis calculer l'âge correspondant en 2021 et valider ou non la réponse en contrôlant si le nombre donnant l'âge calculé correspond au nombre obtenu en inversant les deux derniers chiffres de l'année de naissance.

Ou : Procéder de même en faisant une hypothèse sur l'âge en 2021 et en calculant les années de naissances correspondantes.

Ou : Remarquer, après quelques essais, que la somme des chiffres des âges qui conviennent est 11. Lister alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 11. Vérifier la cohérence entre âges et années ainsi déterminés.

Ou : Remarquer que le chiffre des dizaines (ou celui des unités) du nombre désignant l'âge est nécessairement le complément à 11du chiffre des dizaines (ou respectivement de celui des unités) du nombre indiquant l'année de naissance. (Car la somme de l'âge et de l'année de naissance, 2021, se termine par 0). En déduire, qu'à cause de la condition sur l'inversion des chiffres, ce complément est le chiffre des dizaines (respectivement des unités) correspondant. Lister, alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 11pour déterminer tous les âges qui conviennent.

Attribution des points

4 Réponses correctes (29,38,47,56,65,74,83,92), avec explication claire

3 Réponses correctes et complètes sans explications

Ou réponse correcte avec un oubli (différent de 74)

2 Réponse incomplète (de 2 à 4 oublis), mais qui montre une bonne compréhension d'un problème et témoigne de la mise en place d'une stratégie pour essayer de lister les réponses possibles

1 Début de recherche, une année de naissance au moins a été correctement déterminée (différente de 74)

0 Incompréhension du problème.

H. LES BISCUITS DE NORA (cat. 82, 92)

Nora a confectionné entre 300 et 500 petits biscuits.

Elle réfléchit à la façon dont elle pourrait les emballer dans plusieurs sachets contenants tous le même nombre de biscuits :

- si elle met 9 biscuits par sachet, il lui en restera 5,
- si elle met 8 biscuits par sachet, il lui en restera 7,
- si elle met 12 biscuits par sachet, il lui en restera 11,
- si elle met 16 biscuits par sachet, il lui en restera 15.

Combien de biscuits Nora **a-t-elle faits ?**

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer un nombre compris entre 300 et 500 dont on connaît les restes, 5, 7, 11, 15 des divisions par 9, 8, 12 et 16.

Analyse de la tâche

- Comprendre que, pour chacune des conditions, il y a une plusieurs nombres possibles, obtenus à partir des multiples respectifs de 9, 8, 12, et 16 par addition de, respectivement, 5, 7, 11 et 15.
- Écrire les quatre listes de nombres ainsi obtenues et faire ressortir les nombres communs à une ou plusieurs listes (en couleur, par des marques, etc.) :

  liste des multiples de 8 plus 7 : 7,15, 23, 31, 39, 47, 55, 63, 71, 79, 87, 95, 103, 111, 119, 127, 135, 143, 151, 159, 167, ...

  liste des multiples de 9 plus 5 : 5, 14, 23, 32, 41, 50, 59, 68, 77, 86, 95, 104, 113, 122, 131, 140, 149, 158, 167, 176, ...

  liste des multiples de 12 plus 11 : 11, 23, 35, 47, 59, 71, 83, 95, 107, 119, 131, 143, 155, 167, 179, ...

  liste des multiples de 16 plus 15 : 15, 31, 47, 63, 79, 95, 111, 127, 143, 159, 175, 191, ...
- Constater que 95 est le premier nombre commun dans les quatre suites et les compléter par des calculs analogues jusqu'à 383.

Ou bien :

Voir d'autres propriétés : les nombres communs aux trois listes "8", "9","12"qui apparaissent en 23, 95, 167, ..., vont de 72 en 72, (plus petit multiple commun de 8, 9, 12), ou comme les nombres communs aux trois listes "8", "12" et "16" qui apparaissent en 47, 95, 143, ... vont de 48 en 48 (plus petit multiple commun de 8, 12 et 16), etc.

et poursuivre par des raisonnements analogues jusqu'à 383.

Ou bien :

- Chercher directement le plus petit multiple commun de 8, 9, 12, 16, qui est 144, puis écrire la liste des multiples de 144 auxquels on ajoute 95 : 95, 239, 383, 527 et choisir le 383, qui se situe entre 300 et 500.

Ou bien :

- Se rendre compte que x+1 est multiple de 8, 12 et 16, c'est-à-dire de 48. Chercher, parmi les multiples de 48 compris entre 300 et 500 (336, 384, 432, 480) celui qui, lorsqu'on retranche 1, donne un reste de 5 par une division par 9 (335:9 = 37 r=2, 383:9 = 42 r=5, 431:9 = 47 r=8, 479:9 = 53 r=2) et trouver ainsi 383.

Attribution des points

4 Réponse 383 biscuits, avec explications détaillées montrant une méthode rigoureuse (experte ou par listes)

3 Réponse 383 biscuits, avec explications moins fouillées ou pas très claires

2 Réponse 383 biscuits sans explications

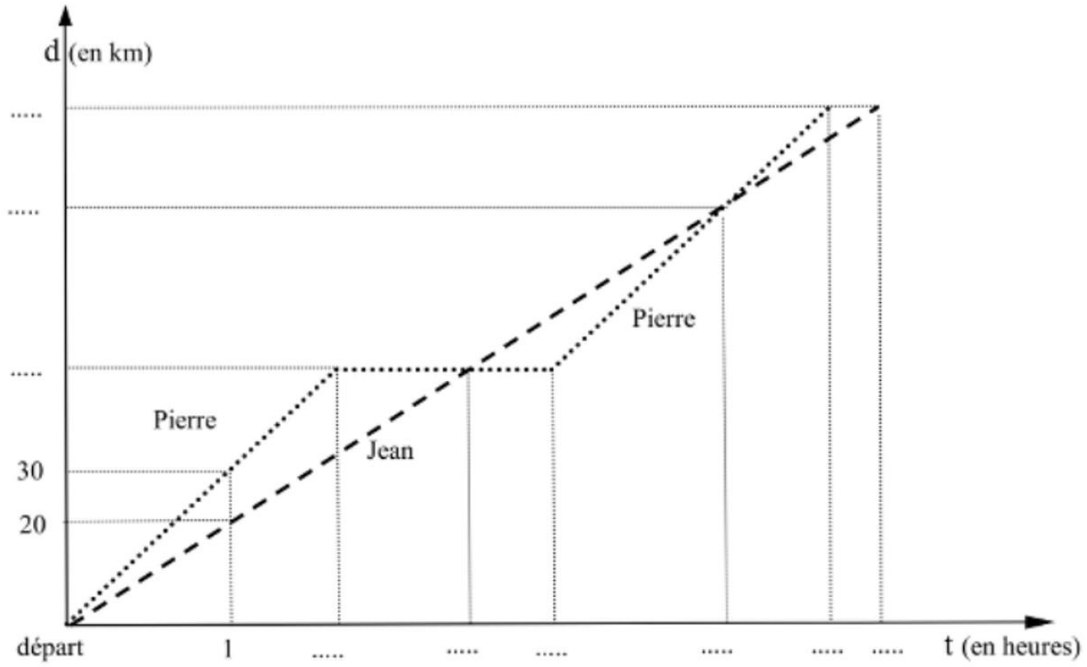
Ou démarche correcte avec une erreur de calcul dans la recherche des multiples

1 Autre réponse, mais avec des listes partiellement justes ou explications témoignant d'une partie de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

I. LA RANDONNÉE CYCLISTE (cat. 92)

Deux amis, Jean et Pierre, partent ensemble un dimanche à 8 heures pour une randonnée de 100 km. Jean roule à 20 km/h et Pierre à 30 km/h. Pierre a une crevaison au 50ème km et doit trouver un pneu pour réparer. En tout, cette réparation lui prend 1 h 20 min puis il repart. A la fin de la randonnée, les deux amis se retrouvent à l'arrivée.
La situation est représentée par le graphique ci-dessous :



A quelle heure Pierre a-t-il dépassé Jean après sa crevaison ?
Quelle est alors la distance parcourue par les deux cyclistes ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Mesures : temps et vitesses, calculs horaires.
- Représentation graphique : représentation cartésienne d'un déplacement en fonction du temps.

Analyse de la tâche

- Remarquer que toutes les questions portent sur la chronologie de l'histoire. Il faut donc la décrire entièrement en termes d'horaires.
- A la vitesse constante de 30 km/h, Pierre a parcouru 50 km en 1 h 40 mn (30 km en une heure et 20 km en 2/3 d'heure). Il a mis 1 h 20 mn pour trouver un pneu et réparer. Il est donc reparti 3 h après le départ de la randonnée, à 11 h.
- Quand Pierre est reparti à 11 heures, Jean avait fait 60 km (3 heures à 20 km/h). Pierre avait donc un handicap de 10 km. En une heure il parcourt 30 km, alors que Jean ne fait que 20 km. Pierre a donc dépassé Jean une heure après être reparti, à midi. Jean avait alors fait 80 km.

On peut calculer l'heure où Pierre a dépassé Jean en utilisant les équations horaires de leurs déplacements.

- Pour Jean : $d_J = 20\ t$.
- Pour Pierre, après 50 km, 3 heures après leur départ matinal : $d_P = 30\ (t - 3) + 50$.
- L'heure où Pierre dépasse Jean est alors donnée par l'équation $20\ t = 30\ (t - 3) + 50$, d'où $t = 4$ heures. Pierre a dépassé Jean à midi. Ils avaient alors parcouru 80 km.

Ou : remarquer que le graphique est à l'échelle et en déduire les coordonnées du point d'intersection I(4 ; 80).

Erreurs possibles :

- L'heure à laquelle Pierre rattrape Jean n'a pas été précise (réponse 4h au lieu de 12h).
- Détermination des coordonnées de l'autre point d'intersection, celui où Jean rattrape Pierre (2,5h et 50 km).

Attribution des points

4 Réponse correcte (12 h 00 et 80 km), avec explications claires.
3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou réponse (4h et 80km) avec explications claires.
2 Réponse correcte sans explications ou réponse (4h et 80km) avec explications peu claires.
1 Début de recherche ou réponse (2,5h et 50km) avec explications.
0 Incompréhension du problème.