1. BONBONS A GOGO (cat. 31)

Marion a acheté des bonbons qui se ressemblent tous, mais avec trois goûts différents : des bonbons à la menthe, des bonbons à la framboise et des bonbons au citron. Elle a acheté plus de bonbons à la framboise que de bonbons au citron.

Elle met tous les bonbons à la menthe dans un pot, tous les bonbons à la framboise dans un autre et tous les bonbons au citron dans un troisième pot.

Les trois pots sont de tailles différentes :

- un grand pour les bonbons les plus nombreux
- un petit pour les bonbons les moins nombreux
- et un moyen pour les autres bonbons.

Les bonbons au citron ne sont pas dans le petit pot.

Quelle sorte de bonbons a-t-elle mis dans le grand pot, dans le moyen pot et dans le petit pot ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déduire une information à la lecture d'assertions sur des comparaisons de quantités d'objets et de taille de contenant.

Analyse de la tâche

Procéder par raisonnement :

- Comprendre, d'après l'énoncé, qu'il y a trois quantités de bonbons différentes, trois pots de grandeurs différentes et qu'il y a un lien entre la grandeur des pots et le nombre des bonbons qu'ils contiennent.
- Se rendre compte que le petit pot ne peut contenir les bonbons à la framboise (puisqu'il y en a plus que de bonbons au citron), ni les bonbons au citron (qui ne sont pas dans le petit pot) et donc il doit nécessairement contenir les bonbons à la menthe.
- En déduire que les bonbons à la framboise, plus nombreux que ceux au citron, sont dans le grand pot et les bonbons au citron se trouvent dans le pot moyen.

Ou

- Se rendre compte que les bonbons au citron ne peuvent être ni dans le petit pot (dit explicitement dans l'énoncé) ni dans le grand (puisque ceux à la framboise sont plus nombreux) et qu'ils sont donc dans le moyen et arriver à la même déduction que précédemment.

Ou

- Procéder par essais en vérifiant le respect des contraintes et en réajustant si nécessaire.

Attribution des points

4 Solution complète (framboise dans le grand pot, citron dans le moyen et menthe dans le petit pot) avec gestion claire et correcte des essais ou raisonnement correct

3 Solution complète, avec explications incomplètes ou peu claires

2 Solution complète sans aucune explication

1 Début de recherche cohérente : respect d'une seule condition

0 Incompréhension du problème

2. QUESTIONS ET RÉPONSES (cat. 31, 32)

Nicolas a reçu un nouveau jeu.

Dans ce jeu, le joueur doit répondre à des questions et déplacer son pion sur une piste numérotée de 0 à 50.

Au début d'une partie, le pion est placé sur la case 25.

Chaque fois que le joueur donne une bonne réponse, il avance son pion de trois cases.

Chaque fois qu'il donne une mauvaise réponse il recule son pion de deux cases.

A la fin de la partie, le pion de Nicolas se trouve sur la case 40.

Au cours de la partie, Nicolas a donné sept bonnes réponses, toutes les autres étaient mauvaises.

Combien Nicolas a-t-il donné de mauvaises réponses au cours de la partie ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Selon la perception de la situation, trouver le cardinale d'une partie d'un tout d'un problème de composition d'états ou un élément de transformation d'un problème de composition de transformations

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles de déplacement : faire éventuellement quelques essais.
- Déterminer que, s'il n'avait jamais répondu faux, Nicolas aurait avancé, pour ses 7 réponses justes, de 21 cases (3 x 7) et qu'il aurait atteint la case 46 (21 + 25) comprendre qu'il y a 6 cases de trop (46 – 40) qui devront être compensées par 3 réponses fausses: (6 : 2 ou 6 - 2 - 2 - 2).

Ou

- Calculer que Nicolas a avancé de 15 cases en tout (de la case 25 à la case 40 ou 40 - 25), et qu'il pourrait y arriver avec 5 réponses justes; il faut alors se rendre compte qu'il a deux autres réponses justes, ce qui lui donnerait 6 cases d'avance. Pour finir sur le 40, il devrait donc répondre faux trois fois, ce qui le ferait reculer de 6 cases.

Ou

- Procéder pas à pas avec des suites de 7 additions et de quelques soustractions pour parvenir à 40, avec ajustements nécessaires (par exemple 25 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 - 2 + 3 + 3 + 3 = 42, 42 - 2 = 40) et dénombrement des soustractions.

Ou

- Dessiner la piste et effectuer 7 déplacements de 3 en 3 à partir de 5 pour arriver à 26 et retourner à 40 en 3 déplacements de 2 en 2.

Attribution des points

4 Réponse correcte (3 mauvaises réponses) avec explication claire (opérations ou repères sur la suite des nombres ou solution graphique…)

3 Réponse correcte, sans explications ou avec explications partielles ou peu compréhensibles

2 Réponse obtenue à partir d'un raisonnement correct comportant une erreur de calcul ou un oubli

1 Début de recherche cohérent

0 Incompréhension du problème

3. LES BALLONS COLORÉS (cat. 31, 32)

Pour la fête de l'école, les enfants de la classe de Fabienne accrochent une rangée de ballons, les uns à côté des autres, sur le mur du préau.

Les trois premiers ballons sont bleus, les deux suivants sont rouges, puis les trois ballons suivants sont bleus, suivis de deux ballons rouges et ainsi de suite. Les enfants continuent à accrocher les ballons jusqu'au bout du mur. Lorsqu'ils ont terminé, ils constatent que les deux derniers ballons sont rouges. Pour réaliser cette rangée de ballons, les enfants ont utilisé 24 ballons bleus.

Au total, combien de ballons sont accrochés sur le mur du préau ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre total de ballons d'une file, selon une séquence périodique de 3 ballons bleus et de 2 ballons rouges, dont 24 ballons sont bleus.

Analyse de la tâche

- Imaginer la rangée de ballons où se répète une période de 3 ballons bleus et 2 ballons rouges et/ou en dessiner le début.
- Poursuivre le dessin jusqu'à ce qu'on ait 24 ballons bleus et en terminant la rangée par deux ballons rouges ; puis compter le nombre total de ballons : 40. (Le non respect de la consigne « la rangée se termine avec 2 ballons rouges » entraînerait la réponse erronée 38).

Ou, utiliser un raisonnement arithmétique, par exemple :

considérer que 24 ballons bleus correspondent à une répétition de 8 fois les 3 ballons bleus d'une séquence (8 = 24 : 3) et calculer le nombre de ballons rouges (16 = 2 × 8).

- Déduire enfin que le total des ballons est 40 = 24 + 16.

Attribution des points

4 Réponse correcte (40 ballons) avec une explication claire et complète (dessin ou calcul)

3 Réponse correcte (40 ballons) avec une représentation peu claire ou incomplète
ou réponse donnant le nombre de ballons de chaque couleur (24 bleus et 16 rouges) sans calcul du total

2 Réponse erronée due à une erreur de calcul ou à un schéma correct mais incomplet, (par exemple 38 ballons qui représentent les séquences organisées avec les 8 groupes de 3 bleus mais sans les 2 derniers rouges)
ou réponse donnant le nombre de ballons rouges seulement (16 rouges)

1 Début de recherche appropriée, montrant la compréhension de l'alternance des deux sortes de ballons et de la suite numérique, complète ou non, mais sans proposer de réponse

0 Incompréhension du problème

4. LES DÉS (cat. 31, 32)

Cette photo montre quatre dés.

On voit seulement quelques points noirs de ces dés sur la photo.

Mais on ne peut pas voir toutes les faces, certains points sont donc cachés.

Combien y a-t-il de points noirs qui <u>ne sont pas</u> visibles sur la photo ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de points noirs qui ne sont pas visibles sur une photo montrant quatre dés empilés.

Analyse de la tâche

- Observer les quatre dés sur la photo. Pour chacun d'eux identifier les faces visibles et leurs points et imaginer les autres faces non visibles, en déduire par exclusion les points inscrits sur chacune.
- Par exemple, pour le premier dé en bas à droite, puisque les faces visibles montrent 1, 3 et 5 points, déduire que les points sur les trois faces non visibles sont 2, 4 et 6.
- Pour le décompte des points on peut procéder de plusieurs façons :
    - par exemple, calculer pour chaque dé la somme des points des faces non visibles et ensuite additionner les résultats obtenus (11 + 19+ 12 + 10) ;
    - ou trouver la somme des points sur un dé (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21), la multiplier par quatre (84), enlever ensuite la somme des points sur les faces visibles (32).
- Conclure que le nombre total des points non visibles est 52.

Attribution des points

4 Réponse correcte (52) avec des explications claires

3 Réponse correcte, avec des explications incomplètes ou imprécises

2 Réponse correcte sans explication

Ou réponse erronée due à une erreur de calcul ou dans la détermination des points sur une ou deux faces cachées, avec une explication claire du déroulement de la recherche

1 Réponse erronée due à plusieurs erreurs de calcul

Ou début de recherche correcte

0 Incompréhension du problème

5. PARTIES DE PING-PONG (cat. 31, 32, 41)

Anne, Boris, Carole, Denis et Elisabeth se retrouvent pour jouer au ping-pong après l'école.

Ils n'ont pas beaucoup de temps et il n'y a qu'une table, une balle et deux raquettes.

Ils décident que :

- chacun jouera une seule partie contre chacun des autres enfants,
- chaque partie durera cinq minutes.

Combien de temps faudra-t-il pour jouer toutes les parties ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dénombrer les combinaisons de 2 objets pris parmi 5 dans un contexte d'un tournoi de ping-pong.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a cinq enfants qui vont rencontrer tous les autres deux à deux, en parties successives de 5 minutes et qu'il faudra calculer la durée totale.
- Déterminer le nombre de parties pour constater qu'il y en a 10 (en évitant de compter les symétriques) :
  par exemple :
  - en commençant par A : AB, AC, AD, AE, puis en continuant par B : BC, BD, BE, et ainsi de suite : CD, CE et DE, ou par représentation graphiques de liens entre deux des cinq enfants,
    Ou
  - en considérant que chacun des 5 enfants va rencontrer ses 4 camarades et que parmi les 20 (4 x 5) couples ainsi constitués, une moitié est symétrique de l'autre et que par conséquent l'organisation de 10 parties suffit pour permettre toutes les rencontres.
- Calculer la durée des dix parties successives : 10 x 5 = 50 (en minutes).

Ou

- Comprendre que le premier joueur (A) jouera quatre parties, en 20 minutes ; que le joueur B ne pourra plus jouer que contre trois autres adversaires différents, en 15 minutes, que le joueur C ne jouera que contre deux autres adversaires différents, en 10 minutes, et enfin que le joueur D ne jouera que contre le dernier joueur E, en 5 minutes ; puis calculer la durée totale : 20 + 15 + 10 + 5 = 50 (en minutes).

Attribution des points

4 Réponse exacte, (50 minutes), avec les dix combinaisons sans répétitions, sous forme d'inventaire, de dessin, de tableaux ou diagrammes qui font office d'explication

3 Réponses 40 ou 45 minutes dues à un oubli d'une ou de deux combinaisons, avec détail des combinaisons ou réponse 55 ou 60 minutes dues à la répétition d'une ou deux combinaisons, avec détails

2 Réponse 50 minutes sans explication

Ou seulement les dix combinaisons sans le calcul de la durée

Ou réponses 40 ou 45 minutes / 55 ou 60 minutes, sans explications ni précision des combinaisons

Ou réponse 100 minutes (due à la prise en compte des symétriques) avec ou sans explication

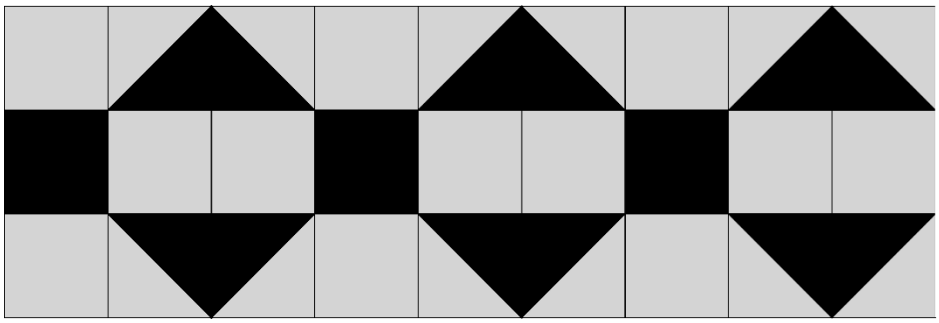
1 Début de recherche cohérent

0 Incompréhension du problème

6. LA FRISE D'ANNIE (cat. 32, 41, 42)

Sur une feuille de papier quadrillé de son cahier de dessins, Annie a dessiné une frise de deux couleurs, noire et grise.

Voici le début de cette frise :



Annie remarque que dans cette première partie, la zone coloriée en noir correspond à 9 carrés.

Annie continue à dessiner sa frise jusqu'à la fin de sa feuille de papier et quand elle a fini, elle remarque que la zone coloriée en noir correspond à 58 carrés.

Sur la frise complète, à combien de carrés correspond la zone coloriée en gris ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer l'aire de la partie grise d'une frise coloriée en noir et gris, dont le début est dessiné sur du papier quadrillé, en connaissant l'aire totale de la partie noire de la frise entière.

Analyse de la tâche

- Observer le dessin du début de la frise et éventuellement chercher à comprendre la règle de construction.
- Remarquer que la zone coloriée en noir est formée de 3 carrés noirs visibles sur la figure, et de 6 triangles noirs formés de deux demis carrés correspondant donc chacun à un carré. Ainsi les 6 triangles « comptent » pour 6 carrés.
- Pour déterminer le nombre total de carrés de la partie grise on peut procéder de plusieurs manières. Reproduire la frise sur une feuille quadrillée et s'arrêter lorsqu'on a compté 58 carrés noirs. Compter ensuite les carrés correspondant à la partie grise et trouver qu'il y en a 116. Cette procédure est longue et demande de l'attention dans le comptage des carrés.

Ou bien,

- se rendre compte qu'il y a un motif qui se répète, constitué d'une bande verticale de trois carrés avec celui du milieu en noir et d'une autre bande verticale de six carrés avec deux triangles noirs, chacun correspondant à un carré. Dans ce motif, la partie noire correspond donc au total à 3 carrés, alors que la partie grise correspond au double, c'est-à-dire à 6 carrés.
- Déterminer le nombre de motifs dans la frise complète, en cherchant le plus grand multiple de 3 inférieur à 58 ou en effectuant la division avec reste de 58 par 3, et obtenir 19. Se rendre compte qu'avec 19 motifs on arrive à 57 carrés noirs et qu'il y a donc à rajouter un autre carré noir. En déduire que la frise complète se termine avec une bande verticale d'un carré noir et 2 carrés gris.
- Calculer enfin le nombre de carrés gris, en considérant qu'il y en a 6 dans chaque motif et 2 dans la bande terminale de la frise, et trouver que ce nombre est 116 ($6 \times 19 + 2$).
- Il y a encore d'autres modalités pour organiser la décomposition de la frise et faire les calculs correspondants (par ex., en partant de la figure de l'énoncé dans laquelle on « compte » 9 carrés noirs, considérer les multiples de 9, arriver à 54 et

en déduire que pour avoir les 4 derniers carrés manquants, la frise doit se continuer avec un motif complet de trois carrés noirs et se terminer avec une bande verticale d'un carré noir et deux gris).

Ou bien (procédure qui suppose un raisonnement de proportionnalité),

- observer que dans chaque bande verticale (constituée de 3 carrés), la partie noire correspond toujours à un carré et donc la partie grise toujours au double, c'est-à-dire à 2 carrés. Par conséquent en sachant que dans la frise complète la zone coloriée en noir correspond à 58 carrés, la partie coloriée en gris correspondra à son double, c'est-à-dire à 116 carrés.

Attribution des points

4 Réponse correcte (116 carrés) avec un dessin complet et correctement colorié de la frise

ou une explication claire de la procédure (détermination du motif répété et description de la partie finale de la frise)

ou emploi de la « proportionnalité »,… avec les calculs effectués

3 Réponse correcte avec des explications insuffisantes (dessin incomplet, procédure de calcul peu explicitée, …)

2 Réponse erronée due à une interprétation incorrecte de la fin de la frise

ou bien dessin complet et correctement colorié, mais avec une erreur de comptage

ou bien réponse correcte sans dessin ni explication

1 Réponse erronée due à un mauvais dessin des modules

ou début de recherche avec la détermination correcte de l'aire de la partie en noir d'un module

0 Incompréhension du problème

7. JEU D'ANNIVERSAIRE (cat. 32, 41, 42)

Pour son anniversaire, Corinne invite cinq amies : Anna, Béatrice, Danielle, Émilie et Francine.

Après le repas, elles décident de former des équipes de deux pour jouer aux cartes. Mais…

- Anna ne veut être ni avec Francine ni avec Béatrice,
- Béatrice ne veut pas faire équipe avec Émilie,
- Corinne demande de faire équipe avec Francine ou avec Béatrice,
- Danielle n'accepte de faire équipe qu'avec Béatrice ou avec Corinne,
- Francine ne veut faire équipe qu'avec Anna, Corinne ou Danielle.

Constituez les équipes de deux joueuses respectant les volontés de chacune.

Y a-t-il une seule façon de constituer les équipes ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Former à partir des 6 joueurs des couples de 2 en respectant 5 contraintes.

Analyse de la tâche

- Utiliser les indices et dresser des listes d'équipes possibles au fur et à mesure de la lecture, soit sous forme d'une liste soit sous la forme de listes distinctes selon les amies, soit sous forme de tableau à double entrée.
- 1er indice : les équipes possibles pour Anna sont A-E ; A-C; A-D
- 2e indice : les équipes possibles pour Béatrice sont B-C ; B-D ; B-F (pas B-A puisque Anna ne veut pas être avec Béatrice).
- 3e indice : les équipes pour Corinne sont C-F ou C-B. Donc Anna ne peut être avec Corinne (A-C).
- 4e indice : les équipes pour Danielle sont D-B ou D-C. Donc Anna ne peut être avec Danielle (A-D). Donc Anna est avec Émilie, et Corinne ne peut être avec Danielle, Danielle est donc avec Béatrice. Et Corinne est donc avec Francine.
- 5e indice (non indispensable): Francine fait équipe avec Corinne car Anna est déjà avec Émilie et Danielle n'a pas choisi Francine. Donc Béatrice fait équipe avec Danielle.

Ou : on choisit un couple, on regarde s'il est compatible avec les indices ; si oui on en choisit un autre et l'on continue. Sinon on teste un autre couple, etc…

Ou encore en écrivant toutes les possibilités (combinatoire) et en éliminant celles qui ne sont pas réalisables à partir de l'énoncé

A-B ;	A-C ;	A-D ;	A-E ;	A-F
	B-C ;	B-D ;	B-E ;	B-F
		C-D ;	C-E ;	C-F
			D-E ;	D-F
				E-F

Ou encore par représentations graphiques (flèches, ...)

Attribution des points

4 Réponse correcte (Anna et Émilie, Béatrice et Danielle, Corinne et Francine) avec explications de la démarche. (tableau, illustration) permettant de conclure qu'il n'y a qu'une seule solution.

3 Réponse correcte, avec explications insuffisantes, ne permettant pas de s'assurer de l'unicité de la solution (juste une vérification par exemple).

2 Réponse correcte sans aucune explication ou du genre : « nous avons fait des essais et nous avons trouvé »

ou deux équipes correctes avec explications de la démarche.

1 Début de démarche correcte avec détermination d'une seule équipe correcte

ou une ou deux équipes, sans explication...

0 Incompréhension du problème.

8. CARTABLE RMT (cat 41, 42)

Philippe et Pierre ont acheté le même cartable de la marque RMT.

Philippe met 2 classeurs, 6 cahiers et 3 livres dans son cartable.

Pierre met 1 classeur, 8 cahiers et 2 livres dans son cartable.

Pierre et Philippe savent que le poids d'un classeur est égal au poids de 4 cahiers, mais est aussi égal au poids de 2 livres.

Qui a le cartable le plus lourd ? Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le cartable le plus lourd entre celui composé de 2 classeurs, 6 cahiers et 3 livres et celui composé de 1 classeur, 8 cahiers et 2 livres sachant que le poids d'un classeur est égal au poids de 4 cahiers ou au poids de 2 livres.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le poids du cartable vide n'intervient pas dans la comparaison puisque les deux amis possèdent le même cartable.
- Dresser la liste du matériel de Philippe et Pierre, par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe	Pierre
2 classeurs	1 classeur
6 cahiers	8 cahiers
3 livres	2 livres

- Déduire des informations de l'énoncé que le poids d'un livre est égal au poids de 2 cahiers.
- Ou déduire des informations de l'énoncé que le poids de deux livres est égal au poids d'un classeur, que le poids d'un livre est égal à la moitié de celui d'un classeur, que le poids de deux cahiers est la moitié de celui d'un classeur….
- Rechercher les équivalences choisir une unité de mesure et exprimer chaque matériel avec cette unité, par exemple en cahiers (la plus petite unité commune). Additionner les cahiers pour chaque ami. Exprimer ce travail par exemple sous la forme d'un tableau :

Philippe		Pierre	
2 classeurs	8 cahiers	1 classeur	4 cahiers
6 cahiers	6 cahiers	8 cahiers	8 cahiers
3 livres	6 cahiers	2 livres	4 cahiers
Total	20 cahiers	Total	16 cahiers

Ou : repérer des équivalences, et ôter ce qui est commun (mise en évidence).

Philippe		Pierre	
~~2 classeurs~~	1 classeur	~~1 classeur~~	0 classeur
~~6 cahiers~~	0 cahier	~~8 cahiers~~	2 cahiers
~~3 livres~~	1 livre	~~2 livres~~	0 livre

- Ou comparer des équivalences de somme

Philippe	Pierre
2 classeurs	1 classeur
6 cahiers	8 cahiers
3 livres	2 livres

Il s'agit de comparer la masse de 2 classeurs + 6 cahiers +3 livres et celle de 1 classeur + 8 cahiers + 2 livres en ne transformant que dans l'objectif de comparer.

2 classeurs + 6 cahiers +3 livres (leurs masses) et 1 classeur + 8 cahiers + 2 livres

2 classeurs + 6 cahiers +3 livres (leurs masses) et 1 classeur + 8 cahiers + 1 classeur

2 classeurs + 6 cahiers +3 livres (leurs masses) et 2 classeurs + 8 cahiers

2 classeurs + 6 cahiers +3 livres (leurs masses) et 2 classeurs + 6 cahiers + 2 cahiers

2 classeurs + 6 cahiers +3 livres (leurs masses) et 2 classeurs + 6 cahiers + 2 cahiers

2 classeurs + 6 cahiers +2 livres + 1 livre (leurs masses) et 2 classeurs + 6 cahiers + la moitié d'un classeur

2 classeurs + 6 cahiers +1 classeur + 1 livre (leurs masses) et 2 classeurs+ 6 cahiers + la moitié d'un classeur

Or 1 classeur + 1 livre est plus lourd que la moitié d'un classeur

- Déduire que le cartable de Philippe est plus lourd que celui de Pierre puisqu'un classeur (soit 4 cahiers) est plus lourd que 2 cahiers.
- Chercher les équivalences et les exprimer dans la plus petite unité, par exemple sous forme de tableau.

Philippe		Pierre	
1 classeur	4 cahiers	0 classeur	
0 cahier		2 cahiers	2 cahiers
1 livre	2 cahiers	0 livre	
Total	6 cahiers	Total	2 cahiers

Ou : attribuer un poids à un des éléments et déterminer le poids des deux autres. Par exemple 200 g pour un classeur ; 50 g pour un cahier ; 100 g pour un livre. Ensuite calculer le poids de chaque cartable :

- pour Philippe : 2 x 200 + 6 x 50 + 3 x 100 = 1000 (en g)
- pour Pierre : 200 + 8 x 50 + 2 x 100 = 800 (en g)

Conclure que le cartable le plus lourd est celui de Philippe.

Attribution des points

4 Solution correcte (Philippe possède le cartable le plus lourd) avec explications complètes de la démarche et justification

3 Solution correcte avec uniquement des équivalences comme justification, sans aller jusqu'au bout du raisonnement

2 Solution correcte : « Philippe possède le cartable le plus lourd », sans explications

1 Démarche correcte mais comportant une erreur de calcul
ou d'équivalence ou début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème.

9. MOUSSE AU CHOCOLAT (cat. 41, 42)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat. Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités.

Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.

Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.

Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.

L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Parmi les trois couples (4;200), (6;250) et (10;500) trouver celui qui n'est pas proportionnel aux deux autres, dans un contexte de recette de mousse au chocolat.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les proportions doivent être respectées.
- Remarquer que les quantités de Jeanne et de Sophie sont incompatibles (le double de chocolat ne correspond pas au double d'œufs).

  En déduire que c'est Jeanne ou Sophie qui s'est trompée et donc que Céline ne s'est pas trompée.

  Comparer les données de l'une des deux avec celles de Céline, par exemple en remarquant que pour Céline il faut 2 œufs pour 100 grammes de chocolat, ce qui n'est pas compatible avec les données de Sophie. Conclure que c'est Jeanne qui s'est trompée.

Ou, partir directement des données pour Sophie pour en déduire que, selon ces données, pour 2 œufs, il faut 100 g de chocolat ou encore 1 œuf pour 50 g de chocolat et vérifier si les données de Jeanne et Céline sont compatibles.

Ou, calculer directement les quantités de chocolat de chacune pour le même nombre d'œufs (rapport). Par exemple le rapport « masse de chocolat pour un œuf » s'obtient en calculant 200 : 4, puis 250 : 6 et 500 : 10. On trouve alors que Céline et Sophie obtiennent le même résultat : 50 g de chocolat pour un œuf, différent de celui de Jeanne.

Ou, utiliser les propriétés additives et multiplicatives de la proportionnalité. Par exemple, considérer que si, pour 4 œufs il faut 200 g de chocolat, pour 2 œufs il faut 100 g, puis pour 6 œufs (4 + 2), il en faut 300 g (200 + 100). De même, pour 10 œufs (4 + 4 + 2 ou 6 + 4), il en faut 500 g (200 + 200 + 100 ou 300 + 200). Il s'ensuit que Jeanne s'est trompée.

Une procédure attendue des élèves qui n'envisagent que des relations additives est la suivante : à partir des deux premières données, considérer que si on ajoute 2 œufs, il faut ajouter 50 g de chocolat ; en déduire que pour 8 œufs, il faut 300 g de chocolat et pour 10 œufs 350 g ; et conclure, de façon cohérente (mais évidemment erronée pour celui qui maîtrise les concepts de rapport ou de proportionnalité), que c'est Sophie qui s'est trompée.

Attribution des points

4 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication complète

3 Réponse exacte (Jeanne s'est trompée) avec une explication peu claire

2 Réponse exacte sans explication

ou réponse fausse suite à une erreur de calcul, mais le raisonnement est entièrement correct

1 Réponse fausse ou absente, mais la proportionnalité est prise en compte dans une partie des calculs

0 Incompréhension du problème

ou réponse fausse (Sophie s'est trompée) à la suite d'un raisonnement seulement additif

10. CLOUS ET FILS ÉLASTIQUES (cat. 41, 42)

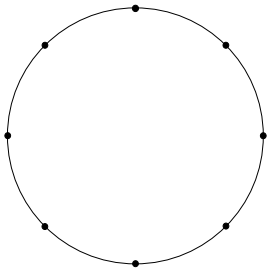


figure 1

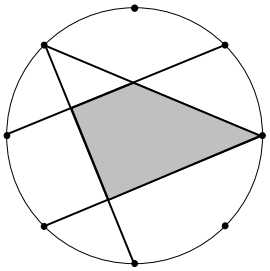


figure 2

Sur le bord d'un disque on a planté 8 clous. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu'on peut tendre entre deux clous.

Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n'a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n'en dessinez qu'une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Construire des rectangles dont les côtés sont portés par des droites qui passent par des points d'un cercle parmi 8 répartis régulièrement.

Analyse de la tâche

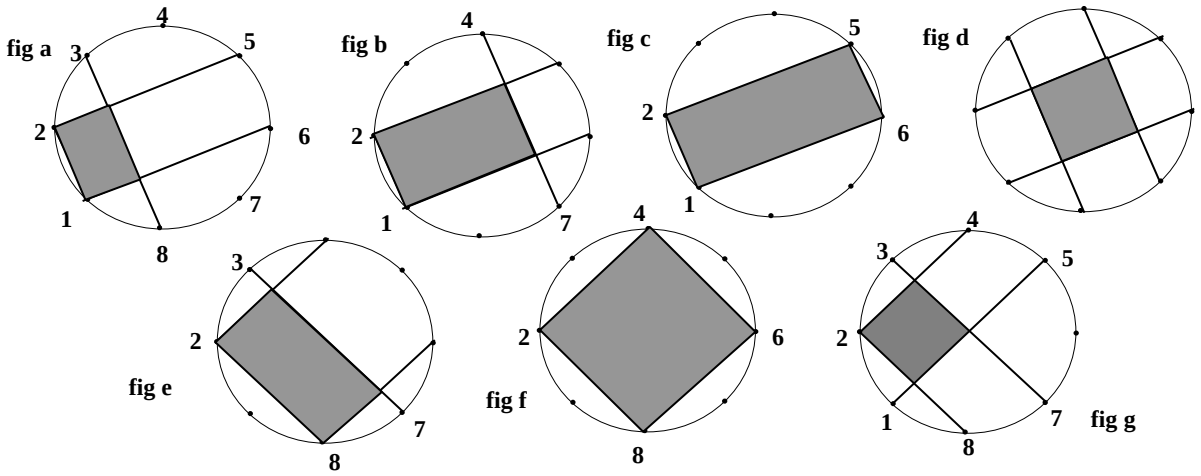
- Percevoir les positions des clous sur le cercle et imaginer les isométries qui déterminent les positions relatives des clous et des fils qui les relient. Par exemple un fil tendu entre deux clous voisins se retrouve sur un fil tendu sur les deux clous opposés après une rotation d'un demi-tour, ce qui permet de savoir que ces fils sont parallèles, des rotations d'un quart de tour font apparaître des côtés perpendiculaires, …
- Comprendre que pour construire les rectangles possibles, il est nécessaire de faire intervenir le parallélisme et l'isométrie des côtés opposés et la perpendicularité des côtés adjacents.
- Procéder par essais non organisés, avec le risque de ne pas trouver toutes les solutions.

Ou chercher une méthode systématique. Par exemple, un inventaire des clous supportant des fils parallèles :

- pour deux clous voisins de la figure a (1 et 2), il y a trois autres paires de clous qui déterminent la même direction (3 et 8), (4 et 7), (5 et 6), ce qui permet de déterminer les quatre rectangles des figures a, b, c et d, dont la longueur d'un côté est la distance de 1 à 2.
- pour deux clous séparés par un autre, (8 et 2) de la figure e, il y a deux autres paires de clous qui déterminent la même direction (3 et 7), (4 et 6), ce qui permet de déterminer les deux rectangles des figures e et f, dont la longueur d'un côté est la distance de 2 à 8. Avec une paire de côtés de cette direction, la combinaison avec les paires de perpendiculaires fait apparaître encore un autre rectangle (carré de la figure g) dont le côté vaut la moitié de la distance de 2 à 8.

Contrôler que les rectangles ainsi formés n'ont pas les mêmes dimensions. En particulier les carrés des figures d et g (car la distance de 1 à 2 est supérieure à la moitié de la distance de 8 à 2.)

Dessiner les sept solutions (dont trois sont des carrés).



Attribution des points

4 Les sept solutions correctes sans autre solution isométrique

3 Six solutions correctes sans autre solution isométrique
ou les sept solutions correctes avec une solution isométrique à l'une des précédentes

2 Quatre ou cinq solutions correctes sans autre solution isométrique
ou cinq ou six solutions correctes plus une solution isométrique à l'une des précédentes
ou les sept solutions correctes plus un quadrilatère qui n'est pas un rectangle

1 De une à trois solutions avec ou sans solutions isométriques
ou quelques solutions correctes et un quadrilatère qui n'est pas un rectangle.

0 Quadrilatères non rectangles ou incompréhension du problème

11. LA MAQUETTE (cat. 41, 42)

Dans la classe de Fabio, les élèves ont fait une maquette d'un petit village. Les maisons étaient construites avec des cubes de bois, tous les mêmes, qui ont été collés sur une base divisée en carrés. Pour obtenir des maisons à plusieurs étages, ils ont collé des cubes les uns sur les autres.

La maquette est maintenant sur le bureau. La figure A montre le dessin de la maquette vue du dessus. La figure B, au contraire, montre le dessin de la maquette comme la voit Fabio qui est assis sur son banc.

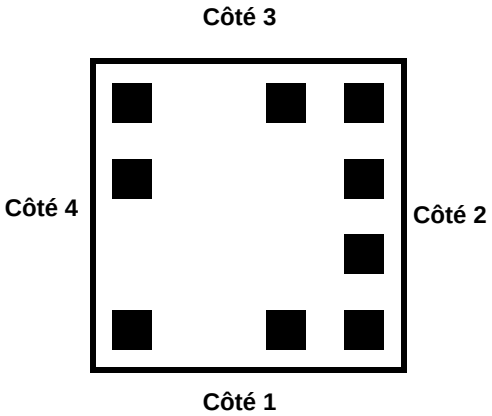


Fig. A. la maquette vue du dessus

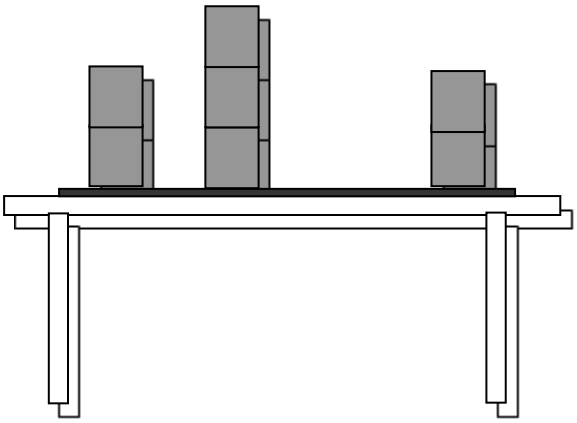


Fig B. la maquette vue par Fabio

Quel côté de la maquette est en face de Fabio ?

Quel est le nombre maximum de cubes qui ont été utilisés pour construire les maisons de la maquette ?

Donnez vos réponses et expliquez le raisonnement que vous avez fait.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Une construction avec des cubes est donnée par une vue « de dessus » et une de profil. Déterminer le point de vue et donner le nombre maximum de cubes qui ont été utilisés.

Analyse de la tâche

- Pour comprendre quel côté de la maquette est devant Fabio, il faut considérer la figure A et observer la maquette par la pensée en la regardant par chacun de ses côtés. On doit alors comparer ce que l'on imagine avec ce qui est montré dans la figure B. L'opération est plus facile si on tourne la feuille pour regarder la figure A successivement par chacun de ses côtés.
- En déduire que Fabio ne peut pas voir le CÔTÉ 1 de la maquette, sinon d'après la figure B, la maison isolée devrait être à droite et non à gauche. Il ne peut pas voir la maquette par le CÔTÉ 4 ni par le CÔTÉ 2, sinon il verrait aussi une maison dans l'espace vide de la figure B. Conclure que Fabio ne peut voir la maquette telle qu'elle apparaît dans la figure B que par le CÔTÉ 3.
- Pour estimer le nombre maximum de cubes utilisés dans la construction des maisons, il faut partir de la figure B. - Remarquer qu'à gauche on voit deux cubes, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui

se trouvent dans la colonne correspondante sur la figure A, vue du côté 3 (il y a 4 maisons, car toutes les cases sur cette colonne dans la figure A sont occupées).

- En se déplaçant vers la droite dans la figure B, on peut voir ensuite 3 cubes, donc 3 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 2 maisons, car 2 cases sont occupées dans cette colonne de la fig. A).
- Enfin on peut encore voir deux cubes à droite, donc 2 est le nombre maximum de cubes pour chacune des maisons qui se trouvent dans la colonne correspondante de la maquette (il y a 3 maisons, car trois cases sont occupées dans cette colonne de la figure A).

- En déduire que le nombre maximum de cubes est alors (2 x 4) + (3 x 2) + (2 x 3) = 20.

Attribution des points

4 Réponses correctes (CÔTÉ 3, nombre maximum de cubes : 20) avec l'explication du raisonnement

3 Réponses correctes avec explication peu claire
ou indication correcte du nombre maximal de cubes avec l'explication de la procédure

2 Réponses correctes sans explications

1 Seule la détermination du point de vue (CÔTÉ 3) est correcte

0 Incompréhension du problème

12. Sur le mur de l'École (cat. 42)

Pour décorer un mur de l'école, quelques élèves ont préparé un modèle, formé de 10 quadrilatères sur papier quadrillé, comme sur la figure ci-dessous.

Luc dit :

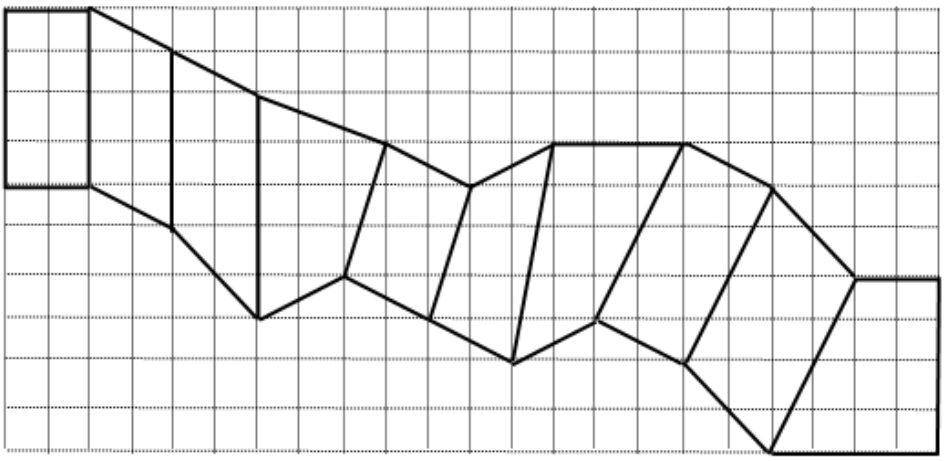
- « Pour le colorier, nous pourrions employer de la peinture rouge pour les rectangles, de la peinture verte pour les parallélogrammes qui ne sont pas rectangles et de la peinture jaune pour tous les autres quadrilatères. »

Les élèves d'une classe se répartissent les quadrilatères à colorier et Louis remarque :

- « J'ai à peindre le plus grand quadrilatère de tous ! »

Lucie rétorque :

- « Le mien est de la même grandeur que le tien. »



Coloriez le modèle comme Luc l'a proposé.

Quels sont les quadrilatères que Louis et Lucie ont à peindre ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Géométrie : distinction entre rectangle, parallélogramme non rectangle, trapèze et quadrilatère par leurs propriétés caractéristiques. Comparaison d'aires.

Tâche mathématique

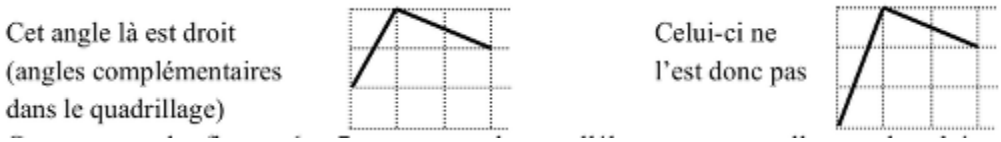
Identifier les rectangles, parallélogrammes non rectangles et autres parmi une chaîne de dix quadrilatères dont les sommets sont sur les nœuds d'un quadrillage et ayant des côtés communs puis déterminer les aires des deux plus grands.

Tâche de résolution et savoirs mobilisés

La tâche sur la reconnaissance des formes consiste à chaque fois, à vérifier la présence de côtés parallèles ou perpendiculaires.

Elle est simple pour le parallélisme, qu'on peut évaluer visuellement puis confirmer par un examen des côtés qui sont soit des segments du quadrillage ou des diagonales de rectangles du quadrillage, soit de 1 × 2, soit de 2 × 2 ou soit de 1 × 3.

Pour la perpendicularité la question ne se pose que pour les côtés adjacents qui sont des diagonales de rectangles. Dans la cinquième figure (numérotée de gauche à droite), il s'agit de rectangles différents, 1 × 2 et 1 × 3 dont les diagonales sont aussi différentes qui ne peuvent dont pas former un carré aux angles droits.



Dans la huitième figure, il s'agit de rectangles de 1 × 2 avec une rotation d'un quart de tour ou 90 degrés permettant de passer de l'un à l'autre, dont les diagonales sont donc perpendiculaires, comme les côtés correspondants. Dans la neuvième figure, il s'agit de rectangles différents 2 × 2 et 1 × 3 dont les diagonales ne peuvent être perpendiculaires.

Cette reconnaissance de perpendiculaires mobilise donc des savoirs sur les rotations de segments repérés dans le quadrillage.

La tâche du calcul des aires sur quadrillage est simple pour les figures décomposables en rectangles et demi-rectangles dont il suffit d'additionner les aires (exemple figure 4). D'autres ne permettent pas cette décomposition mais s'inscrivent dans un rectangle dont la partie extérieure à la figure se décompose en rectangles ou demi-rectangles; l'aire de la figure se calcule alors par soustractions successives à partir de celle du rectangle circonscrit (exemple figure 7).

Conclure que les figure 1 et 8 seront peintes en rouge car ce sont des rectangles, les trois parallélogrammes non rectangles 2, 5 et 9 en vert, les figures 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune. Louis et Lucie peindront les quadrilatères 9 e 10, dont les aires mesurent 12 (en carrés du quadrillage)

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (1 et 8 en rouge, 2, 5 et 9 en vert, 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune, 9 et 10 à peindre par Louis et Lucie) avec des explications claires pour les couleurs à partir des propriétés du rectangle et du parallélogramme, et une comparaison correcte des aires de 9 et 10

3 Réponse correcte avec explications complètes pour les couleurs et l'aire de 12 carreaux pour l'une des deux figures : le trapèze 10 ou le quadrilatère 9 (Louis ou Lucie)

ou réponse correcte pour les couleurs avec des explications incomplètes notamment pour les quadrilatères 6, 7 et 9 et avec réponse correcte pour les aires de Louis et Lucie

2 Réponse correcte pour les couleurs avec des explications claires

ou réponse correcte pour les couleurs avec des explications incomplètes notamment pour les quadrilatères 6, 7 et 9 et l'aire de 12 carreaux pour l'une des deux figures

ou erreur dans les couleurs rouge ou vert mais avec réponse correcte pour les aires de Louis et Lucie

1 Deux ou trois erreurs dans les couleurs avec au moins une réponse pour Louis ou Lucie

0 Incompréhension du problème