8. LES BONDS DE MIRKA (Cat. 71)

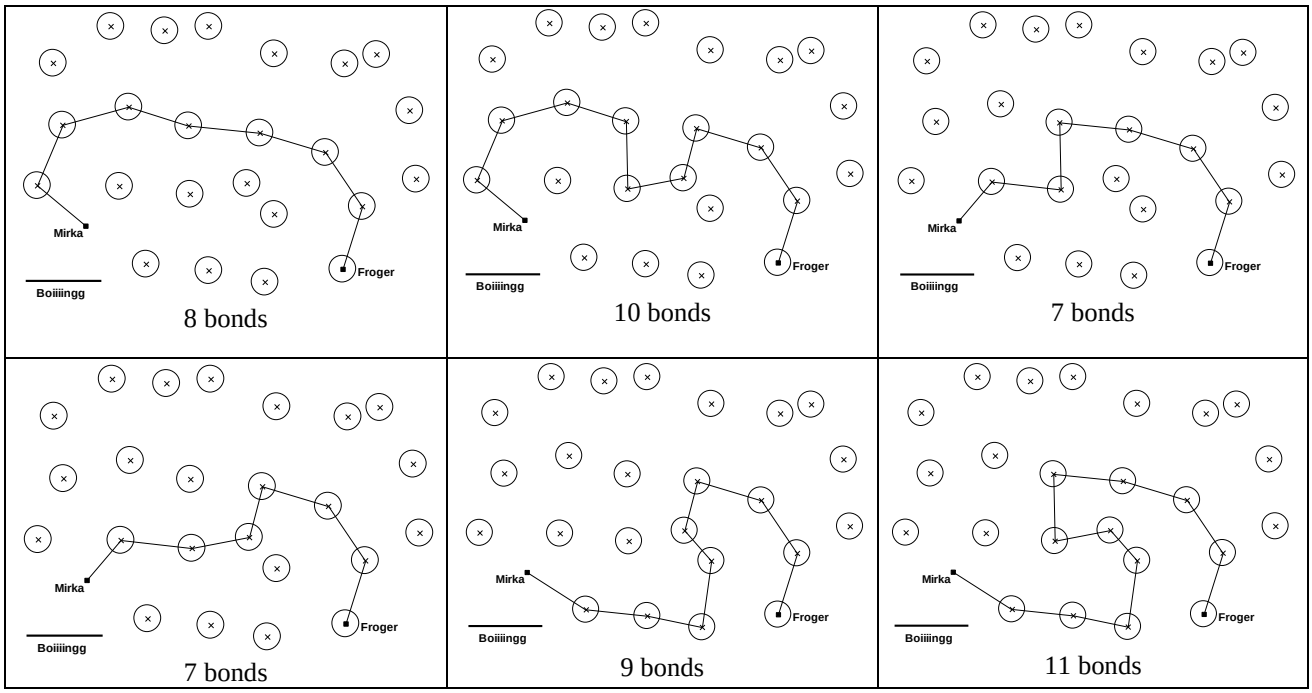
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

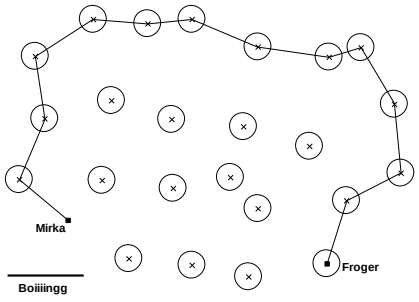
Identifier les différentes lignes brisées, construites en reliant des points, dont le nombre de segments est inférieur ou égal à 12 et dont la longueur de chaque segment est inférieure ou égale à celle d'un segment donné.

Analyse de la tâche

- Comprendre que deux points consécutifs d'un chemin ne doivent pas être distants de plus d'une longueur fixée et donc comprendre que la grenouille peut faire des bonds d'une longueur inférieure ou égale à cette longueur fixée.
- Comprendre qu'un chemin emprunté par la grenouille doit comporter au plus 12 bonds.
- Chercher entre quels nénuphars peut sauter la grenouille. Pour cela, mesurer les distances séparant deux points voisins ou prendre l'écartement de compas entre deux points voisins, les comparer à la longueur maximale d'un bond.
- A partir de l'emplacement de Mirka (ou de celui de Froger), chercher quelles sont les lignes brisées constituées de segments d'une longueur inférieure ou égale à celle d'un boiiiingg qui peuvent être tracées pour atteindre l'emplacement de Froger (ou de Mirka). Eliminer celles qui comportent plus de 12 segments.
- Tracer les chemins sur les supports fournis.
- Les six solutions sont :



- D'autres chemins respectent la condition sur la longueur de chaque bond mais pas sur le nombre de bonds, comme par exemple celui ci-dessous qui nécessite 13bonds :



-

Attribution des points

4 Réponse correcte (les 6 chemins clairement tracés), sans autre chemin erroné

3 De 4 à 5 chemins, avec dessins corrects, sans autre chemin erroné

Ou les 6 chemins, avec dessins corrects mais avec présence d'un autre chemin erroné

2 2 ou 3 chemins, avec dessins corrects, sans autre chemin erroné
Ou de 4 à 5 chemins, avec dessins corrects mais avec présence d'un ou deux autres chemins erronés
Ou 6 chemins, avec dessins corrects, mais avec présence de deux ou trois autres chemins erronés

1 Au moins 1 chemin avec dessin correct, avec ou non présence d'autres chemins erronés

0 Incompréhension du problème

9. BEAUCOUP DE FRUITS (II) (Cat 71)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver deux nombres entiers dont l'un vaut le double de l'autre et dont la somme de leurs moitiés est 36.

Analyse de la tâche

- Comprendre que si la relation entre le nombre de pommes et de poires est connue, leur somme n'est pas connue.
- Comprendre que si Thomas donne la moitié de ses pommes et de ses poires, il donne la moitié de tous ses fruits et donc que le nombre de fruits restant (36) correspond à la moitié du nombre de fruits récoltés. Déduire qu'il a récolté 72 fruits. Déduire de l'énoncé que, pour prendre la moitié de chaque quantité, les deux nombres doivent être pairs. Le problème consiste alors à rechercher deux nombres pairs dont l'un est le double de l'autre et dont la somme est 72.

Ou

- Comprendre que si Thomas donne la moitié de ses pommes et de ses poires, la moitié du nombre de pommes et de poires récoltées reste dans le panier. Comprendre que la relation entre le nombre de pommes et le nombre de poires est la même qu'entre leurs moitiés. Le problème revient à chercher deux nombres dont l'un est le double de l'autre et dont la somme est 36 et de doubler ensuite les deux nombres trouvés.

Plusieurs démarches possibles

- Procéder par essais : faire le choix d'un nombre de poires ou de pommes (dans ce cas il faut le choisir pair), déterminer le nombre de pommes (double) ou de poires (moitié) et faire la somme de ces deux nombres, comparer le résultat à 72 ou 36. Les essais peuvent être organisés ou inorganisés et effectués en recourant à une schématisation, par exemple au moyen de segments ou de rectangles.

Ou

- Déduire que, si le nombre de pommes est le double du nombre de poires, le nombre de poires représente le tiers du nombre total de fruits. Déterminer le nombre de poires en divisant (72 ou 36) par 3, puis le nombre de pommes.
- Conclure qu'il y a 24 poires et 48 pommes.

Attribution des points

4 Réponse correcte (48 pommes et 24 poires), avec des explications claires (explicitation sous forme de texte ou d'un schéma montrant que le nombre total de fruits est 72 ou que la somme de la moitié du nombre de pommes et de la moitié du nombre de poires est 36, et par exemple il est écrit qu'« on a fait des essais» avec présence des calculs pour le couple solution ou indication que le nombre de poires est le tiers du nombre total et calcul qui en découle)

3 Réponse correcte mais explication partielle (un des points mentionnés pour 4 points est manquant)

2 Réponse correcte sans explications ni calculs ou uniquement une vérification

Ou réponse erronée (démarche correcte mais erreur de calcul et réponse cohérente avec les calculs effectués ou démarche correcte mais les deux types de fruits sont intervertis)

1 Début de recherche correct (présence de calculs qui attestent la compréhension des contraintes : relation entre les nombres de pommes et de poires et somme des deux nombres égale à 36 ou 72)

0 Incompréhension du problème

10. TROIS AMIS ET LEURS MAISONS (Cat. 71)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver 3 nombres proportionnels à 1, 2, 3, dont le plus grand est compris entre 50 et 100, dont deux sont de même parité et dont tous les chiffres qui les composent sont différents.

Analyse de la tâche

- Comprendre que, si on connaît le numéro de la maison d'André, on trouve les numéros des maisons des deux autres amis en divisant ce nombre une fois par 2 et une fois par 3.
- Commencer par des essais, en choisissant pour la maison d'André un nombre compris entre 50 et 100 et essayer de le diviser par 2 et par 3 ; se rendre compte que le numéro d'André doit être pair, c'est-à-dire multiple de 2, ainsi que multiple de 3, donc multiple de 6.
- Comprendre qu'il faut procéder systématiquement à partir des numéros possibles de la maison d'André. Par exemple, écrire dans l'ordre tous les nombres pairs compris entre 50 et 100, puis ne garder que ceux qui sont également des multiples de 3 et écrire pour chacun de ces nombres sa moitié et son tiers ; ou considérer immédiatement les multiples de 6 et procéder comme ci-dessus. Puis obtenir les triplets suivants :
  54 – 27 – 18 ; 60 – 30 – 20 ; 66 – 33 – 22 ; 72 – 36 – 24 ; 78 – 39 – 26 ; 84 – 42 – 28 ; 90 – 45 – 30 ; 96 – 48 – 32
- Eliminer les triplets qui ne satisfont pas les conditions indiquées dans l'énoncé : ils ceux composés de trois nombres pairs et / ou il y a au moins un chiffre répété. Il ne reste que deux triplets, 54 – 27 – 18 et 78 – 39 – 26, qui respectent toutes les conditions.
- Attribuer les numéros aux maisons des trois amis pour les deux possibilités trouvées, en respectant les conditions indiquées dans le texte : n° 54 André, n° 27 Charles et n° 18 Bruno, ou n° 78 André, n° 39 Charles et n° 26 Bruno.

Attribution des points

4 Réponse correcte (n° 54 André, n° 27 Charles, n°18 Bruno, ou n° 78 André, n° 39 Charles, n° 26 Bruno ou André peut habiter au 54 ou 78, Charles au 27 ou 39 et Bruno au 18 ou 26) avec description correcte et complète de la procédure (indication des triplets de nombres à partir des nombres possibles pour André et raison des éliminations qui conduisent à ne conserver que les deux triplets)

3 Réponse correcte avec description incomplète de la procédure ou uniquement une vérification

Ou les deux triplets sont corrects avec description claire de la procédure, mais les maisons de Charles et Bruno sont interverties ou les numéros des maisons de Charles et Bruno sont exacts mais les prénoms des deux amis ne sont pas indiqués

Ou réponse correcte avec description correcte et complète de la procédure, mais sans indication de qui habite quelle maison

2 Réponse correcte sans description de la procédure ou uniquement la vérification

Ou présence en plus des deux triplets corrects, d'un ou deux triplets erronés comportant un chiffre répété ou ne comportant que des nombres pairs (non prise en compte de la différence de parité des numéros des maisons de chaque côté de la rue) avec une description, même incomplète, de la procédure

Ou un seul triplet correct sans autre triplet erroné, avec description complète ou partielle de la procédure.

1 Début de recherche correct (par exemple : essais de division par 2 et par 3 du nombre choisi pour André mais sans aboutir)

Ou un seul triplet correct, avec ou sans triplet erroné, sans description de la procédure

0 Incompréhension du problème

11. PRIX DES STYLOS (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le prix d'un objet sachant qu'en payant avec une pièce de 2 euros, la somme rendue est constituée de deux pièces de valeurs différentes et que, en payant avec un billet de 5 euros trois objets du même prix, la somme rendue est constituée de deux pièces de valeurs différentes entre elles et différentes des pièces rendues précédemment.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le prix d'un stylo est inférieur à 2 euros et que son triple est inférieur à 5 euros.
- Comprendre qu'André et Béatrice reçoivent tous les deux comme rendu de leurs paiements respectifs deux pièces différentes et que les pièces de Béatrice sont différentes de celles d'André.
- Faire l'inventaire des pièces de monnaie : 2 €, 1 €, 50 c, 20 c, 10 c, 5 c, 2 c, 1 c

Il existe plusieurs façons de restreindre l'intervalle des valeurs possibles pour le prix d'un stylo.

- Par exemple, établir que le prix maximum d'un stylo peut être de 1,66 euro (1,66 × 3 = 4,98 tandis que 1,67 × 3 = 5,01), mais écarter cette valeur, car la somme rendue à André serait composée de plus de deux pièces. Comprendre que 1,65, 1,64, 1,63, 1,62, 1,61 ne conviennent pas pour la même raison, alors que 1,60 ne convient pas car la somme rendue à André serait alors composée de deux pièces identiques (20 centimes). Examiner ainsi tous les prix possibles d'un stylo (presque tous sont immédiatement rejetés sans avoir à considérer le triple du prix car la somme rendue est composée de plus de deux pièces). Poursuivre ainsi jusqu'à 1,30 euro pour lequel la somme rendue peut être composée d'une pièce de 20 centimes et d'une pièce de 50 centimes. Pour son triple (3,90 euros), la somme rendue peut être composée d'une pièce de 1 euro et d'une pièce de 10 centimes
  Conclure que le prix d'un stylo est 1,30 euro (ou 130 centimes).

Ou

- Procéder par essais plus ou moins organisés en écartant tous les prix possibles d'un stylo pour lesquels la somme rendue serait composée de plus de deux pièces ou déterminer les prix possibles d'un stylo après avoir fixé deux pièces différentes pour composer la somme rendue à André.
- Conclure que le prix d'un stylo est 1,30 euro (ou 130 centimes).

Ou

- À partir des rendus possibles trouver les prix correspondant pour un stylo acheté par André :

Pièces rendues	Prix du stylo	Pièces rendues	Prix du stylo
1 € et 50 c	0,50 € (2 − 1,50)	**50 c et 20 c**	**1,30 € (2 – 0,70)**
1 € et 20 c	0,80 € (2 − 1,20)	50 c et 10 c	1,40 € (2 – 0,60)
1 € et 10 c	0,90 € (2 − 1,10)	20 c et 10 c	1,70 € (2 – 0,30)

- Répéter la procédure pour Béatrice et découvrir que la seule possibilité qui permette la division par trois est d'avoir 1 € et 10 c comme rendu, ce qui correspond à un prix de 1,30 € par stylo : (5 - 1,10) ÷ 3 = 1,30. Le rendu correspondant fait à André pour ce prix est : 50 c et 20 c.
- Vérifier ensuite que les pièces rendues à Beatrice sont différentes de celles d'André et conclure que le prix de chaque stylo ne peut être que 1,30 € ou 130 centimes.

Attribution des points

4 Réponse correcte (1,30 euro ou 130 centimes) avec indication des pièces rendues à André et Béatrice (20c et 50c pour le prix d'un stylo ; 1 € et 10c pour le prix de 3 stylos) avec description claire et complète de la procédure suivie (essais organisés avec vérification des conditions ou indication de tous les prix possibles pour un stylo, ou de toutes les sommes possibles qui peuvent être rendues à André ou présentation d'essais inorganisés et justification des choix effectués)

3 Réponse correcte avec description peu claire ou incomplète de la procédure (oubli de un à cinq cas dans une procédure organisée ou seulement présentation d'essais non organisés sans justification des choix effectués)

Ou réponse correcte avec seulement la vérification des conditions

2 Réponse correcte accompagnée de l'explication suivante « j'ai essayé tous les cas possibles »

Ou réponse correcte sans explication, ni vérification des conditions

Ou réponse erronée à cause d'une erreur de calcul, mais avec aux moins cinq essais effectués

1 Début de raisonnement correct (essais avec vérification des conditions sans aller jusqu'à expliciter les réponses)

0 Incompréhension du problème

12. CHAÎNE DE POLYGONES (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le suivant du denier terme de la suite des premiers entiers naturels dont la somme est le dernier nombre à être inférieur à 2020, dans le contexte d'une chaîne de polygones de 3, 4, 5, 6 …. côtés.

Analyse de la tâche

- Comprendre comment se construit la chaîne et les caractéristiques des polygones qui la composent : chacun a un côté de plus que le précédent en partant de 3 : 4 ; 5 ; 6 ; …
- Une première façon de s'approprier le problème consiste simplement à compter les segments sur la figure et voir que pour le 6e polygone (à 8 côtés) on arrive à 28 segments : 3, 6, 10, 15, 21, 28
- Observer que pour construire le septième polygone (à 9 côtés), on ajoute 8 segments aux 28 segments déjà tracés (28 + 8 = 36) et ainsi de suite. À chaque fois on ajoute le nombre suivant de celui qui vient d'être ajouté pour obtenir le polygone qui a un côté de plus que le polygone précédemment tracé et le nombre de segments tracés augmente d'autant : 36 + 9 = 45 (polygone à 10 côtés), 45 +10 = 55 (polygone à 11 côtés) et ainsi de suite jusqu'à 1891 + 62 = 1953 (polygone à 63 côtés), 1953 + 63 = 2016 (polygone à 64 côtés). Se rendre compte alors que les quatre segments qui manquent pour arriver à 2020 appartiennent au polygone à 65 côtés.
  (Cette procédure semble longue et fastidieuse. Un calcul d'une soixantaine de sommes et un contrôle rigoureux sont nécessaires mais cela ne prend que quelques minutes avec une calculatrice.)

Ou

- Organiser les données précédentes dans un tableau par exemple :

nb de côtés du polygone	3	4	5	6	…	*n*
nombre de nouveaux segments		3	4	5	…	*n* - 1
nombre total de segments : Sn	3	3+3	3+3+4	3+3+4+5	…	3+3+4+5+…+(*n*-1)

- Observer que si on remplace 3 par 1+2, la somme à calculer est : 1 + 2 + 3 + 4 + 5+…+ (*n* - 1)
- Si la formule qui donne la somme des n premiers nombres naturels est connue : $S_n = [n (n + 1)] / 2$, la procédure est plus rapide que la précédente. Quelques essais de valeurs de n permettent de découvrir que pour n = 64 (polygone à 64 côtés) la somme 1 + 2 + 3 + ... + 63 est 2016 (= 63 × 64/2). En déduire que le 2020e segment appartient au polygone à 65 côtés.

Attribution des points

4 Réponse correcte (65 côtés) avec description claire et complète de la procédure (formulation correcte des relations entre le nombre de côtés de la figure, la somme des nombres de segments et détail des calculs)

3 Réponse correcte avec description peu claire ou incomplète (par exemple, calculs pas complètement explicités)

Ou procédure correcte et bien décrite mais avec une erreur de calcul ou non prise en compte des 3 segments du triangle

Ou recherche pas à pas correcte pour les dix à quinze premiers éléments mais avec une erreur qui conduit à la réponse 64 ou 66

2 Réponse correcte sans aucune explication

Ou réponse erronée ou absence de réponse, mais avec une description correcte des relations entre le nombre de côtés de la figure et la somme des nombres de segments

1 Début de raisonnement correct avec calcul des sommes des nombres de côtés d'au moins les vingt à trente premiers polygones

0 Incompréhension du problème

13. ASSEMBLAGES DE TRIANGLES (II) (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Rechercher, parmi les polygones obtenus en assemblant par des côtés de même longueur six triangles rectangles égaux (dont les côtés mesurent 3 ; 4 et 5 cm), l'un de ceux dont le périmètre est maximal.

Analyse de la tâche

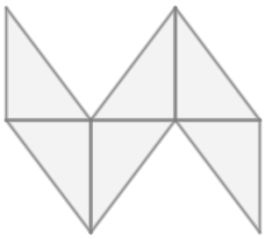
- Observer les exemples pour s'approprier les règles de construction des figures.
- Procéder par essais : après avoir construit une figure et calculé son périmètre, chercher à en construire un autre dont le périmètre est plus grand et continuer ainsi en cherchant des figure avec des périmètres de plus en plus grands.

Ou

- Se rendre compte que pour obtenir le périmètre maximal il faut avoir le maximum de côtés de triangles sur le pourtour et comprendre que le périmètre sera le plus grand si ceux-ci sont les côtés les plus longs des triangles.
- Quelle que soit la figure formée, il y a toujours cinq côtés communs et donc, puisqu'il n'y a que 18 côtés de triangles et 5 en commun, le pourtour sera formé de 18 – (2 x 5) = 8 côtés, dont seuls six peuvent être des hypoténuses et deux pouvant être des côtés les plus grands de l'ange droit. Le périmètre le plus grand sera donc 6 × 5 + 2 × 4 = 38 (en cm).
- Chercher ensuite à dessiner un polygone ayant ce périmètre.

Ou

- Raisonner tout de suite sur le périmètre. La somme des périmètres de tous les triangles est 12 × 6 = 72. Les côtés adjacents ne font pas partie du pourtour et leurs mesures n'interviennent pas dans le calcul du périmètre. En disposant les triangles deux à deux avec un seul côté commun, seuls le premier et le dernier peuvent avoir leur hypoténuse et le côté « 4 cm » sur le contour, par conséquent leurs côtés « 3 cm » sont communs au deuxième et au cinquième triangle, qui auront à leur tour un côté « 4 cm » commun avec les troisième et quatrième triangles qui eux auront leurs côtés « 3 cm » en commun. On en déduit que le périmètre maximum du polygone est 72 – (2 × 2 × 3 + 2 × 2 × 4 + 2 × 3) = 38.
- Chercher ensuite à dessiner une figure ayant ce périmètre.
- Voici un exemple :



Attribution des points

4 Dessin correct d'une figure de 38 cm de périmètre avec indication et calcul du périmètre

3 Dessin correct d'une figure de 38 cm de périmètre avec indication du périmètre mais sans le calcul
Dessin correct d'une figure de 36 cm de périmètre avec indication et calcul du périmètre

2 Dessin correct d'une figure de 38 cm de périmètre sans indication ni calcul du périmètre
Ou dessin correct d'une figure de 38 cm de périmètre mais avec erreur de calcul du périmètre
Ou dessin correct d'une figure de 36 cm avec indication du périmètre mais sans le calcul
Ou dessin correct d'une figure de 34 cm de périmètre avec indication et calcul du périmètre

1 Dessin correct d'une figure de 34 cm avec indication du périmètre mais sans le calcul
Ou début de recherche cohérente (dessin de plusieurs figures respectant les contraintes sans aboutir à une conclusion)

0 Incompréhension du problème (dessin de figures qui ne respectent pas les règles)

14. DES TRIANGLES DANS UN POLYGONE (II) (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver 8 décompositions différentes en quatre triangles d'un heptagone concave dessiné sur quadrillage.

Analyse de la tâche

- Comprendre que pour faire apparaitre des triangles, il faut relier des sommets de l'heptagone ou prolonger des côtés parmi [GA], [EF], [DE] ou [BA].
- Remarquer que G, A et D sont alignés et que B, E et F le sont aussi donc prolonger [GA] et prolonger [EF] produit des découpages analogues à respectivement tracer [AD] et tracer [BE].

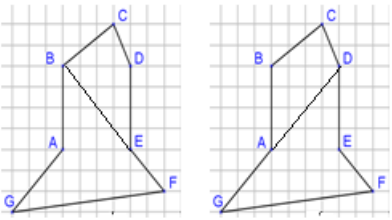
Recherche par essais et ajustements :

- Tracer des segments reliant des sommets ou en prolongeant des côtés de la figure et conserver ceux qui permettent d'obtenir quatre triangles intérieurs à la figure.
- Faire plusieurs essais et les comparer à ceux déjà trouvés.

Ou

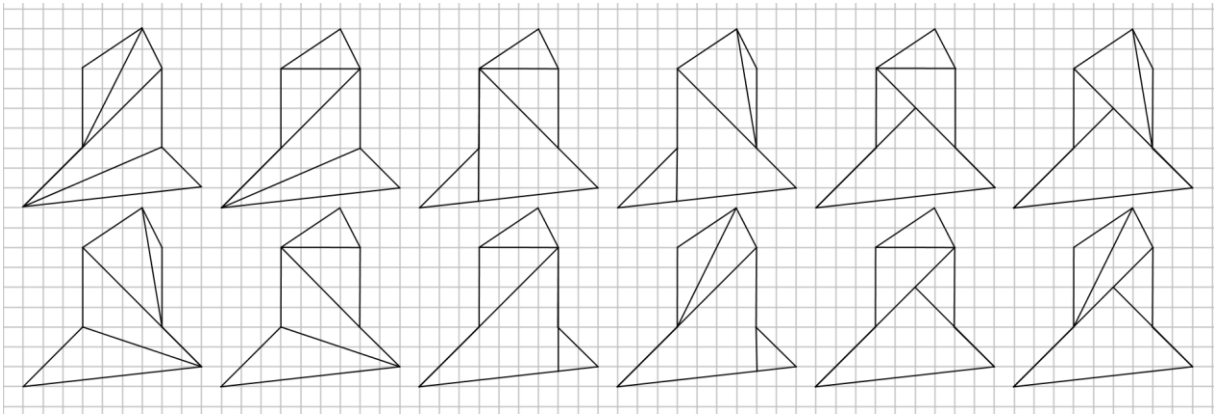
Recherche organisée :

- Avoir l'intuition qu'il est plus simple de partager un quadrilatère en triangles que de partager directement la figure qui est donnée.
- Rechercher toutes les façons de partager la figure en quadrilatères (il y en a deux).



- Pour chacun des deux cas :
  - partager chaque quadrilatère en deux triangles ;
  - chercher différentes façons de partager les deux quadrilatères pour obtenir 8 partages différents de la figure donnée.

Ci-dessous sont dessinées les 12 décompositions possibles de l'heptagone.



Attribution des points

4 8 découpages corrects différents

3 7 découpages corrects différents avec éventuellement une erreur ou un doublon
Ou 6 découpages corrects différents avec éventuellement des doublons, mais sans erreur

2 6 découpages corrects différents avec une ou deux erreurs et éventuellement un doublon
Ou 5 ou 4 découpages corrects différents avec au plus une erreur et éventuellement des doublons

1 5 ou 4 découpages corrects différents avec 2 erreurs ou plus et éventuellement des doublons
Ou de 1 à 3 découpages corrects différents-avec éventuellement des doublons ou des erreurs

0 Incompréhension du problème : aucun découpage en 4 triangles

15. L'ENCLOS DES ANIMAUX (Cat. 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver l'aire d'une figure agrandie à partir des dimensions indiquées sur la figure d'origine, le rapport d'agrandissement étant déterminé à partir de la donnée d'une des dimensions de l'agrandissement.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nouvel enclos est un agrandissement de l'enclos représenté sur le dessin : l'enclos et chaque zone auront la même forme mais pas les mêmes dimensions.
- Comprendre que les seules informations numériques dont on dispose sur l'agrandissement sont la nouvelle largeur du chemin d'accès (1,80 m) et sa largeur initiale qui peut être déterminée à partir des autres données.
- Savoir interpréter la phrase « en augmentant les dimensions de chaque zone dans les mêmes proportions » : le rapport entre les dimensions correspondantes est constant ou toutes les dimensions sont multipliées par un même nombre.
- Déterminer le coefficient d'agrandissement ou le rapport constant (1,8) à partir de la largeur initiale et de la nouvelle largeur du chemin d'accès. (Il est également possible de considérer que chaque dimension doit être augmentée de 80 %).
- Comprendre que toutes les dimensions initiales des quatre zones peuvent être déterminées à partir des informations portées sur le dessin.
- Considérer la zone réservée aux dindes comme étant la réunion d'un grand rectangle et de deux petits rectangles ou comme étant un rectangle amputé d'un petit rectangle. Déterminer les dimensions initiales de cette figure (2 m x 5,5 m + 0,5 m x 3 m + 0,5 m x 1,5 m ou 2,5 m x 5,5 m – 1 m x 0,5 m). Utiliser les proportions ou le coefficient d'agrandissement pour calculer les dimensions de la figure agrandie (3,6 m x 9,9 m + 0,9 m x 5,4 m + 0,9 m x 2,7 m ou 4,5 m x 9,9 m – 1,8 m x 0,9 m). Calculer l'aire de la figure agrandie : 42,93 m^2 (35,64 m^2 + 4,86 m^2 + 2,43 m^2 ou 44,55 m^2 – 1,62 m^2).

Ou

- Considérer l'aire de la zone réservée aux dindes comme étant la différence entre l'aire de l'enclos et de la somme des 3 autres zones qui sont un carré et deux rectangles. Déterminer la largeur initiale du chemin d'accès, les autres dimensions étant connues. Calculer les dimensions de l'enclos et de ces zones agrandies (9,9 m x 9,9 m ; 5,4 m x 5,4 m ; 1,8 m x 6,3 m ; 2,7 m x 5,4 m) puis leurs aires (98,01 m^2 ; 29,16 m^2 ; 11,34 m^2 ; 14,58 m^2). En déduire l'aire de la zone réservée aux dindes 42,93 m^2 [98,01 m^2 - (29,16 m^2 + 11,34 m^2 + 14,58 m^2)].

Ou

- Après avoir déterminé l'aire de la zone réservée aux dindes dans l'enclos initial : 13,25 m^2 [11 m^2 + 1,5 m^2 + 0,75 m^2 ou 13,75 m^2 – 0,5 m^2 ou 30,25 m^2 – (9 m^2 +3,5 m^2 + 4,5 m^2)], appliquer la propriété « dans un agrandissement, si les dimensions sont multipliées par k, les aires le sont par k^2 ». L'aire de la zone réservée aux dindes dans l'enclos agrandie est 42,93 m^2 (13,25 m^2 x 1,8^2).

Attribution des points

4 Réponse correcte (42,93 m^2) avec détermination des dimensions, calcul des aires et énonciation de la proportionnalité des dimensions ou de la propriété relative au rapport d'aires dans un agrandissement

3 Réponse correcte avec des explications partielles ou peu claires (telles que présence des calculs mais propriété utilisée d'un agrandissement non explicitée ou propriété explicitée, mais absence de certains calculs)

2 Réponse correcte sans explication ni justification

Ou calculs corrects de toutes les dimensions utiles au calcul de l'aire réservée aux dindes dans l'enclos agrandi (avec présence ou absence de calculs d'aires, exacts ou erronés)

Ou réponse erronée consécutive à une ou plusieurs erreurs de calcul mais raisonnement correct et bien explicité

1 Début de recherche correct (par exemple : utilisation de la proportionnalité pour déterminer au moins trois des dimensions sur l'agrandissement)

0 Incompréhension du problème

16. PANNEAU DÉCORATIF (Cat. 81)

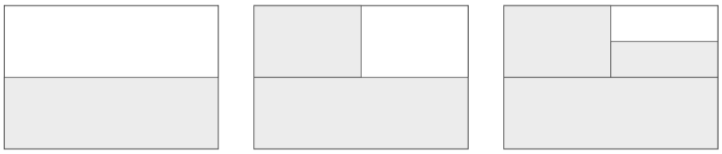
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une progression géométrique de raison 1/2 partant de 60 000, déterminer le premier des termes qui est inférieur à 1, dans un contexte géométrique d'une suite de rectangles dont l'aire de chacun est la moitié de celle de du précédent.

Analyse de la tâche

- Percevoir les régularités de la suite des dimensions des chutes : d'un rectangle au suivant, alternativement, une dimension est conservée alors que l'autre est la moitié de la précédente, (en partant de la première chute dont la longueur est la même que celle du panneau et la largeur est la moitié de celle du panneau).
  On peut se représenter la situation mentalement et/ou avec un dessin des premières chutes disposées sur le panneau :



- Comprendre que l'aire de la première chute est la moitié de celle du panneau - ou 1/2 en écriture fractionnaire – et est égale à celle de la partie encore à recouvrir ; puis l'aire de la seconde chute est la moitié de celle de la première et ainsi de suite.
- Comprendre que l'aire de chaque chute ajoutée est la moitié de celle de la précédente et qu'elle est égale à celle de la partie encore à recouvrir. Puis comprendre que le recouvrement s'arrêtera quand la partie restant à recouvrir sera celle qui aura une aire de moins de 1 cm^2.
- Se rendre compte que pour effectuer les calculs, il serait opportun de transformer initialement les 6 m^2 de l'aire du panneau en 60 000 cm^2
- On peut alors raisonner sur la partie à recouvrir à partir de 30 000 (correspondant à la première chute), diviser successivement par 2 les suivantes jusqu'à obtenir le premier nombre inférieur à 1, qui correspond à la 16e chute.

Ou

- Raisonner sur la partie déjà recouverte et additionner les aires des chutes ajoutées progressivement à partir de la première, d'aire 30 000 cm^2 : $30\,000 + 15\,000 + 7\,500 + 3\,750 + 1\,875 + 937{,}5 + 468{,}75, \ldots$ et comprendre qu'il manquera moins de 1 cm^2 quand la somme dépassera 59 999 et que le nombre de chutes est celui des termes de la somme. Avec le 16e terme (0,915527344…) on obtient :
  30 000 + 15 000 + 7 500 + 3 750 + … + 0,915… = 59 999, 084…
  Ainsi Aurore a besoin de 16 chutes pour qu'il reste moins de 1 cm^2 à recouvrir.

Attribution des points

4 Réponse correcte (Aurore a besoin de 16 chutes) avec des explications claires et complètes (par exemple par divisons successives par 2 : 60 000, 30 000, 15 000, jusqu'à 0.915… ou par sommes successives des aires des chutes comme dans l'exemple ci-dessus)

3 Réponse correcte avec des explications lacunaires (sans le détail des aires successives proches de 1 ou de 60 000) mais dont on comprend le raisonnement

Ou réponse « Aurore a besoin de 15 ou 17 chutes » suite à une erreur de dénombrement des chutes, mais avec des explications claires

2 Réponse correcte sans explication

Ou, un raisonnement bien expliqué, à partir d'un dessin ou d'une suite de calculs, mais qui n'aboutit pas à la réponse

Ou réponse cohérente mais erronée due par exemple à une erreur dans la transformation de m^2 en cm^2

1 Début de recherche correct (par exemple, esquisse d'un dessin avec au moins quatre termes de la progression ou au moins quatre valeurs calculées à la calculatrice …)

0 Incompréhension du problème

17. DÉCIMAUX COLORIÉS (Cat. 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans la table de division N × N, où les quotients sont écrits sous forme de nombres décimaux à deux décimales, reconnaître les quotients exacts, ceux qui seraient exacts s'ils étaient écrits avec trois décimales, ceux qui seraient exacts s'ils étaient écrits avec plus de trois décimales et ceux qui ne sont pas des nombres décimaux.

Analyse de la tâche

- Observer la table, et la manière uniforme avec laquelle le programme affiche les résultats des divisions (toujours avec deux chiffres après la virgule, même si ce n'est pas nécessaire) et constater que la tâche consiste à distinguer les quotients exacts des approximations.
- Découvrir les très nombreuses régularités et les lier à l'opération de division. Par exemple les quotients de la première ligne sont les résultats de divisions par 1 donc des nombres naturels, ceux de la 2e ligne sont alternativement naturels ou se terminant par 5 comme premier chiffre après la virgule, ceux de la troisième ligne sont des nombres naturels (3/3, 6/3, 9/3, 12/3) ou des rationnels non décimaux …, ceux de la 16e sont des nombres décimaux : nombres avec deux chiffres après la virgule (4/16, 8/16 et 12/16), nombres avec trois chiffres après la virgule (2/16, 6/16 et 10/16) , nombres avec quatre chiffres après la virgule (1/16, 3/16, 5/16, 7/16, 9/16, 10/16 et 11/16) …
- On peut reconnaitre comme non décimaux (donc ayant un nombre illimité de décimales), les nombres qui sont égaux à des fractions dont le dénominateur, après simplification, ne se décompose pas uniquement avec 2 et 5 (par exemple $5/24 = 1/2^3 \times 3$, mais pas $6/24 = 1/4 = 1/2^2$).

- Une manière efficace d'organiser les calculs est donc de travailler ligne par ligne :

lignes	rouge (D2)	bleu (D3)	vert (D > 3)	jaune (non D)
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25	7 × 12	0	0	0
3 et 6	2 × 4	0	0	2 × 8
7, 9, 11	3 × 1	0	0	3 × 11
8	6	6	0	0
12, 15	2 × 4	0	0	2 × 8
13, 17, 19, 21, 23, 26	0	0	0	6 × 12
14, 18, 22	3 × 1	0	0	3 × 11
16	3	3	6	0
24	2	2	0	8
total	117	11	6	178

Il y a donc 178 cases coloriées en jaune (nombres non décimaux), puis 117 cases en rouge, 11 cases en bleu et, en dernier seulement 6 cases en vert (décimaux à plus de trois décimales, quatre en l'occurrence).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
2	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
3	0,33	0,67	1,00	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,00	3,33	3,67	4,00
4	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
5	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	2,20	2,40
6	0,17	0,33	0,50	0,67	0,83	1,00	1,17	1,33	1,50	1,67	1,83	2,00
7	0,14	0,29	0,43	0,57	0,71	0,86	1,00	1,14	1,29	1,43	1,57	1,71
8	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,13	1,25	1,38	1,50
9	0,11	0,22	0,33	0,44	0,56	0,67	0,78	0,89	1,00	1,11	1,22	1,33
10	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20
11	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,55	0,64	0,73	0,82	0,91	1,00	1,09
12	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,58	0,67	0,75	0,83	0,92	1,00
13	0,08	0,15	0,23	0,31	0,38	0,46	0,54	0,62	0,69	0,77	0,85	0,92
14	0,07	0,14	0,21	0,29	0,36	0,43	0,50	0,57	0,64	0,71	0,79	0,86
15	0,07	0,13	0,20	0,27	0,33	0,40	0,47	0,53	0,60	0,67	0,73	0,80
16	0,06	0,13	0,19	0,25	0,31	0,38	0,44	0,50	0,56	0,63	0,69	0,75
17	0,06	0,12	0,18	0,24	0,29	0,35	0,41	0,47	0,53	0,59	0,65	0,71
18	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50	0,56	0,61	0,67
19	0,05	0,11	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,47	0,53	0,58	0,63
20	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
21	0,05	0,10	0,14	0,19	0,24	0,29	0,33	0,38	0,43	0,48	0,52	0,57
22	0,05	0,09	0,14	0,18	0,23	0,27	0,32	0,36	0,41	0,45	0,50	0,55
23	0,04	0,09	0,13	0,17	0,22	0,26	0,30	0,35	0,39	0,43	0,48	0,52
24	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,38	0,42	0,46	0,50
25	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36	0,40	0,44	0,48
26	0,04	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,38	0,42	0,46

Attribution des points

4 Réponse (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou les 26 lignes coloriées correctement

3 Réponse « avec quelques imprécisions » pour deux des trois couleurs (pour rouge 117 ± 7 pour bleu 9 ou 10 ou 12 ou 13, pour vert 7 ou 8) ou coloriages correspondants

2 Réponse avec deux des trois nombres (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou coloriages correspondants corrects

ou trois nombres « avec quelques imprécisions » ou coloriages correspondants corrects

1 Réponse avec un seul des trois nombres (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou coloriages correspondants corrects

ou deux nombres « avec quelques imprécisions » ou coloriages correspondants

ou les dix à douze premières lignes coloriées correctement ou avec « quelques imprécisions mais avec une partie de la grille non coloriée par manque de temps

0 Incompréhension du problème (coloriage très limités ou illisibles, avec erreurs, feuille blanche, …)

15. L'ENCLOS DES ANIMAUX (Cat. 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver l'aire d'une figure agrandie à partir des dimensions indiquées sur la figure d'origine, le rapport d'agrandissement étant déterminé à partir de la donnée d'une des dimensions de l'agrandissement.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nouvel enclos est un agrandissement de l'enclos représenté sur le dessin : l'enclos et chaque zone auront la même forme mais pas les mêmes dimensions.
- Comprendre que les seules informations numériques dont on dispose sur l'agrandissement sont la nouvelle largeur du chemin d'accès (1,80 m) et sa largeur initiale qui peut être déterminée à partir des autres données.
- Savoir interpréter la phrase « en augmentant les dimensions de chaque zone dans les mêmes proportions » : le rapport entre les dimensions correspondantes est constant ou toutes les dimensions sont multipliées par un même nombre.
- Déterminer le coefficient d'agrandissement ou le rapport constant (1,8) à partir de la largeur initiale et de la nouvelle largeur du chemin d'accès. (Il est également possible de considérer que chaque dimension doit être augmentée de 80 %).
- Comprendre que toutes les dimensions initiales des quatre zones peuvent être déterminées à partir des informations portées sur le dessin.
- Considérer la zone réservée aux dindes comme étant la réunion d'un grand rectangle et de deux petits rectangles ou comme étant un rectangle amputé d'un petit rectangle. Déterminer les dimensions initiales de cette figure (2 m x 5,5 m + 0,5 m x 3 m + 0,5 m x 1,5 m ou 2,5 m x 5,5 m – 1 m x 0,5 m). Utiliser les proportions ou le coefficient d'agrandissement pour calculer les dimensions de la figure agrandie (3,6 m x 9,9 m + 0,9 m x 5,4 m + 0,9 m x 2,7 m ou 4,5 m x 9,9 m – 1,8 m x 0,9 m). Calculer l'aire de la figure agrandie : 42,93 m^2 (35,64 m^2 + 4,86 m^2 + 2,43 m^2 ou 44,55 m^2 – 1,62 m^2).

Ou

- Considérer l'aire de la zone réservée aux dindes comme étant la différence entre l'aire de l'enclos et de la somme des 3 autres zones qui sont un carré et deux rectangles. Déterminer la largeur initiale du chemin d'accès, les autres dimensions étant connues. Calculer les dimensions de l'enclos et de ces zones agrandies (9,9 m x 9,9 m ; 5,4 m x 5,4 m ; 1,8 m x 6,3 m ; 2,7 m x 5,4 m) puis leurs aires (98,01 m^2 ; 29,16 m^2 ; 11,34 m^2 ; 14,58 m^2). En déduire l'aire de la zone réservée aux dindes 42,93 m^2 [98,01 m^2 - (29,16 m^2 + 11,34 m^2 + 14,58 m^2)].

Ou

- Après avoir déterminé l'aire de la zone réservée aux dindes dans l'enclos initial : 13,25 m^2 [11 m^2 + 1,5 m^2 + 0,75 m^2 ou 13,75 m^2 – 0,5 m^2 ou 30,25 m^2 – (9 m^2 +3,5 m^2 + 4,5 m^2)], appliquer la propriété « dans un agrandissement, si les dimensions sont multipliées par k, les aires le sont par k^2 ». L'aire de la zone réservée aux dindes dans l'enclos agrandie est 42,93 m^2 (13,25 m^2 x 1,8^2).

Attribution des points

4 Réponse correcte (42,93 m^2) avec détermination des dimensions, calcul des aires et énonciation de la proportionnalité des dimensions ou de la propriété relative au rapport d'aires dans un agrandissement

3 Réponse correcte avec des explications partielles ou peu claires (telles que présence des calculs mais propriété utilisée d'un agrandissement non explicitée ou propriété explicitée, mais absence de certains calculs)

2 Réponse correcte sans explication ni justification

Ou calculs corrects de toutes les dimensions utiles au calcul de l'aire réservée aux dindes dans l'enclos agrandi (avec présence ou absence de calculs d'aires, exacts ou erronés)

Ou réponse erronée consécutive à une ou plusieurs erreurs de calcul mais raisonnement correct et bien explicité

1 Début de recherche correct (par exemple : utilisation de la proportionnalité pour déterminer au moins trois des dimensions sur l'agrandissement)

0 Incompréhension du problème

16. PANNEAU DÉCORATIF (Cat. 91, 10)

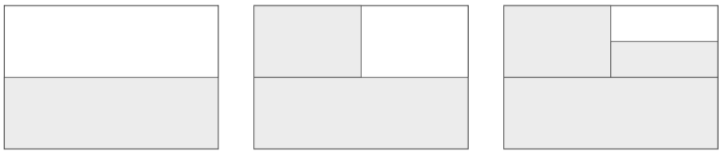
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une progression géométrique de raison 1/2 partant de 60 000, déterminer le premier des termes qui est inférieur à 1, dans un contexte géométrique d'une suite de rectangles dont l'aire de chacun est la moitié de celle de du précédent.

Analyse de la tâche

- Percevoir les régularités de la suite des dimensions des chutes : d'un rectangle au suivant, alternativement, une dimension est conservée alors que l'autre est la moitié de la précédente, (en partant de la première chute dont la longueur est la même que celle du panneau et la largeur est la moitié de celle du panneau).
  On peut se représenter la situation mentalement et/ou avec un dessin des premières chutes disposées sur le panneau :



- Comprendre que l'aire de la première chute est la moitié de celle du panneau - ou 1/2 en écriture fractionnaire – et est égale à celle de la partie encore à recouvrir ; puis l'aire de la seconde chute est la moitié de celle de la première et ainsi de suite.
- Comprendre que l'aire de chaque chute ajoutée est la moitié de celle de la précédente et qu'elle est égale à celle de la partie encore à recouvrir. Puis comprendre que le recouvrement s'arrêtera quand la partie restant à recouvrir sera celle qui aura une aire de moins de 1 cm^2.
- Se rendre compte que pour effectuer les calculs, il serait opportun de transformer initialement les 6 m^2 de l'aire du panneau en 60 000 cm^2
- On peut alors raisonner sur la partie à recouvrir à partir de 30 000 (correspondant à la première chute), diviser successivement par 2 les suivantes jusqu'à obtenir le premier nombre inférieur à 1, qui correspond à la 16e chute.

Ou

- Raisonner sur la partie déjà recouverte et additionner les aires des chutes ajoutées progressivement à partir de la première, d'aire 30 000 cm^2 : $30\,000 + 15\,000 + 7\,500 + 3\,750 + 1\,875 + 937{,}5 + 468{,}75, \ldots$ et comprendre qu'il manquera moins de 1 cm^2 quand la somme dépassera 59 999 et que le nombre de chutes est celui des termes de la somme. Avec le 16e terme (0,915527344…) on obtient :
  30 000 + 15 000 + 7 500 + 3 750 + … + 0,915… = 59 999, 084…
  Ainsi Aurore a besoin de 16 chutes pour qu'il reste moins de 1 cm^2 à recouvrir.

Attribution des points

4 Réponse correcte (Aurore a besoin de 16 chutes) avec des explications claires et complètes (par exemple par divisons successives par 2 : 60 000, 30 000, 15 000, jusqu'à 0.915… ou par sommes successives des aires des chutes comme dans l'exemple ci-dessus)

3 Réponse correcte avec des explications lacunaires (sans le détail des aires successives proches de 1 ou de 60 000) mais dont on comprend le raisonnement

Ou réponse « Aurore a besoin de 15 ou 17 chutes » suite à une erreur de dénombrement des chutes, mais avec des explications claires

2 Réponse correcte sans explication

Ou, un raisonnement bien expliqué, à partir d'un dessin ou d'une suite de calculs, mais qui n'aboutit pas à la réponse

Ou réponse cohérente mais erronée due par exemple à une erreur dans la transformation de m^2 en cm^2

1 Début de recherche correct (par exemple, esquisse d'un dessin avec au moins quatre termes de la progression ou au moins quatre valeurs calculées à la calculatrice …)

0 Incompréhension du problème

17. DÉCIMAUX COLORIÉS (Cat. 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans la table de division N × N, où les quotients sont écrits sous forme de nombres décimaux à deux décimales, reconnaître les quotients exacts, ceux qui seraient exacts s'ils étaient écrits avec trois décimales, ceux qui seraient exacts s'ils étaient écrits avec plus de trois décimales et ceux qui ne sont pas des nombres décimaux.

Analyse de la tâche

- Observer la table, et la manière uniforme avec laquelle le programme affiche les résultats des divisions (toujours avec deux chiffres après la virgule, même si ce n'est pas nécessaire) et constater que la tâche consiste à distinguer les quotients exacts des approximations.
- Découvrir les très nombreuses régularités et les lier à l'opération de division. Par exemple les quotients de la première ligne sont les résultats de divisions par 1 donc des nombres naturels, ceux de la 2e ligne sont alternativement naturels ou se terminant par 5 comme premier chiffre après la virgule, ceux de la troisième ligne sont des nombres naturels (3/3, 6/3, 9/3, 12/3) ou des rationnels non décimaux …, ceux de la 16e sont des nombres décimaux : nombres avec deux chiffres après la virgule (4/16, 8/16 et 12/16), nombres avec trois chiffres après la virgule (2/16, 6/16 et 10/16) , nombres avec quatre chiffres après la virgule (1/16, 3/16, 5/16, 7/16, 9/16, 10/16 et 11/16) …
- On peut reconnaitre comme non décimaux (donc ayant un nombre illimité de décimales), les nombres qui sont égaux à des fractions dont le dénominateur, après simplification, ne se décompose pas uniquement avec 2 et 5 (par exemple $5/24 = 1/2^3 \times 3$, mais pas $6/24 = 1/4 = 1/2^2$).

- Une manière efficace d'organiser les calculs est donc de travailler ligne par ligne :

lignes	rouge (D2)	bleu (D3)	vert (D > 3)	jaune (non D)
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25	7 × 12	0	0	0
3 et 6	2 × 4	0	0	2 × 8
7, 9, 11	3 × 1	0	0	3 × 11
8	6	6	0	0
12, 15	2 × 4	0	0	2 × 8
13, 17, 19, 21, 23, 26	0	0	0	6 × 12
14, 18, 22	3 × 1	0	0	3 × 11
16	3	3	6	0
24	2	2	0	8
total	117	11	6	178

Il y a donc 178 cases coloriées en jaune (nombres non décimaux), puis 117 cases en rouge, 11 cases en bleu et, en dernier seulement 6 cases en vert (décimaux à plus de trois décimales, quatre en l'occurrence).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
2	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
3	0,33	0,67	1,00	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,00	3,33	3,67	4,00
4	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
5	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	2,20	2,40
6	0,17	0,33	0,50	0,67	0,83	1,00	1,17	1,33	1,50	1,67	1,83	2,00
7	0,14	0,29	0,43	0,57	0,71	0,86	1,00	1,14	1,29	1,43	1,57	1,71
8	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,13	1,25	1,38	1,50
9	0,11	0,22	0,33	0,44	0,56	0,67	0,78	0,89	1,00	1,11	1,22	1,33
10	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20
11	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,55	0,64	0,73	0,82	0,91	1,00	1,09
12	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,58	0,67	0,75	0,83	0,92	1,00
13	0,08	0,15	0,23	0,31	0,38	0,46	0,54	0,62	0,69	0,77	0,85	0,92
14	0,07	0,14	0,21	0,29	0,36	0,43	0,50	0,57	0,64	0,71	0,79	0,86
15	0,07	0,13	0,20	0,27	0,33	0,40	0,47	0,53	0,60	0,67	0,73	0,80
16	0,06	0,13	0,19	0,25	0,31	0,38	0,44	0,50	0,56	0,63	0,69	0,75
17	0,06	0,12	0,18	0,24	0,29	0,35	0,41	0,47	0,53	0,59	0,65	0,71
18	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50	0,56	0,61	0,67
19	0,05	0,11	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,47	0,53	0,58	0,63
20	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60
21	0,05	0,10	0,14	0,19	0,24	0,29	0,33	0,38	0,43	0,48	0,52	0,57
22	0,05	0,09	0,14	0,18	0,23	0,27	0,32	0,36	0,41	0,45	0,50	0,55
23	0,04	0,09	0,13	0,17	0,22	0,26	0,30	0,35	0,39	0,43	0,48	0,52
24	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,38	0,42	0,46	0,50
25	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36	0,40	0,44	0,48
26	0,04	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,38	0,42	0,46

Attribution des points

4 Réponse (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou les 26 lignes coloriées correctement

3 Réponse « avec quelques imprécisions » pour deux des trois couleurs (pour rouge 117 ± 7 pour bleu 9 ou 10 ou 12 ou 13, pour vert 7 ou 8) ou coloriages correspondants

2 Réponse avec deux des trois nombres (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou coloriages correspondants corrects

ou trois nombres « avec quelques imprécisions » ou coloriages correspondants corrects

1 Réponse avec un seul des trois nombres (de 115 à 119 cases rouges, 11 bleues et 6 vertes) ou coloriages correspondants corrects

ou deux nombres « avec quelques imprécisions » ou coloriages correspondants

ou les dix à douze premières lignes coloriées correctement ou avec « quelques imprécisions mais avec une partie de la grille non coloriée par manque de temps

0 Incompréhension du problème (coloriage très limités ou illisibles, avec erreurs, feuille blanche, …)

18. PREMIÈRE ACTION EN BOURSE (Cat. 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le prix initial d'une action qui, après deux baisses successives de 5 % puis de 8 % et suivies d'une hausse de 13%, a subi une différence de valeur de 20,25 € avec sa valeur initiale.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a quatre valeurs à prendre en compte et trois changements de valeurs et que ceux-ci sont calculés chaque fois à partir de la valeur précédente : le premier changement indique que la valeur initiale a diminué de 5 %, le deuxième changement signifie que la seconde valeur diminue de 8% (après un mois). Le troisième changement est une augmentation de la troisième la valeur de 13%. (Par conséquent il faut éviter d'additionner les trois modifications, ce qui donnerait un changement global nul : - 5 – 8 + 13 = 0)
- Se rappeler ou découvrir que les opérations « diminuer de 5% », « diminuer de 8 % » et « augmenter de 13% » correspondent aux opérations respectives « x (100 – 5)/100 », « x (100 – 8)/100 » et « x (100 + 13)/100) » ou « multiplier par 0,95 ou 95/100 ; par 0.92 ou 92/100 et par 1,13 ou 113/100.
- Comprendre enfin que pour effectuer ces calculs, il faudrait connaître la valeur initiale de l'action. C'est ce qu'il faut chercher.
- **Procédure par essais, pas à pas** : Fixer des valeurs initiales de l'action, en effectuant les trois transformations proportionnelles successives de facteurs 0,95 ; 0.92 et 1,13. Faire suivre du calcul de la différence entre le prix initial et le prix final qui doit être 20,25. Par exemple :

Prix initial	Prix après baisse 5%	Prix après baisse 8 %	Prix après augm 13%	Différence
1000	950	874,00	987,62	12,38
1500	1425	1311,00	1481,43	18,57
1600	1520	1398,40	1580,19	19,81
1630	1548,5	1424,62	1609,82	20,18
1635	1553,25	1428,99	1614,76	20,24
1636	**1554,2**	**1429,86**	**1615,75**	**20,25**
1637	1555,15	1430,74	1616,73	20,27

- **Procédure par essais, globale** : Au cas où les trois transformations sont composées 0,95 × 0,92 × 1,13 = 0,98762, le tableau ci-dessus présentera deux colonnes de moins.

  Finalement, retenir les valeurs de l'action qui correspondent à une différence (baisse) de 20,25 € dans le tableau, soit de 1636 €.
- **Procédure algébrique** (la valeur initiale étant désignée par p) :
  la valeur après les trois modification (P) est : $P = 0{,}95 \times 0{,}92 \times 1{,}13p = 0{,}98762p$.
  la différence entre les deux valeurs est : $p - P = p - 0{,}98762p = p(1 - 0{,}89762) = 0{,}01238p$.
  La valeur initiale p est la solution de l'équation $20{,}25 = 0{,}01238p$ ou $p = 20{,}25/0{,}01238 = 1\,635{,}702\ldots$ qui s'arrondit à 1 636 en euros.

Attribution des points

4. Réponse correcte (1 636 €) avec des explications claires et détaillées (par exemple, tableau de nombres avec essais successifs ou résolution algébrique)
3. Réponse correcte avec des explications incomplètes (sans tous les détails des calculs)

   Ou réponse 1 635 ou 1 637, due à une erreur d'approximation avec des explications claires et détaillées
2. Réponse correcte sans aucune explication

   Ou réponse entière ou décimale comprise dans l'intervalle [1600 ; 1650] déterminée par des essais organisés explicites avec erreur plus ou moins importante d'approximation

   Ou réponse erronée due à une erreur dans le calcul des différentes transformations 0,95 ; 0,92 et 1,13 mais procédure exacte
1 Début de recherche cohérente (par exemple, quelques essais inaboutis ou ne prenant en compte qu'une ou deux des transformations)
0 Incompréhension du problème ou utilisation de l'argument « 5% + 8% - 13% = 0 % »

19. UN APPRENTI GÉOMÈTRE (Cat. 91, 10)

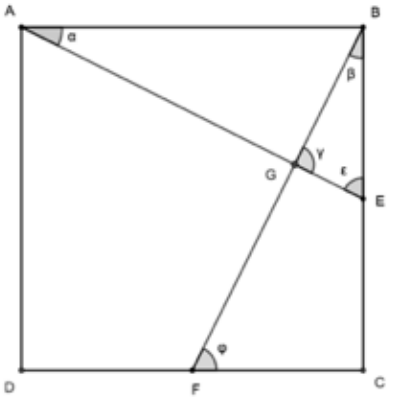
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les mesures des angles formés par deux segments qui joignent le sommet d'un carré au milieu de l'un de ses côtés.

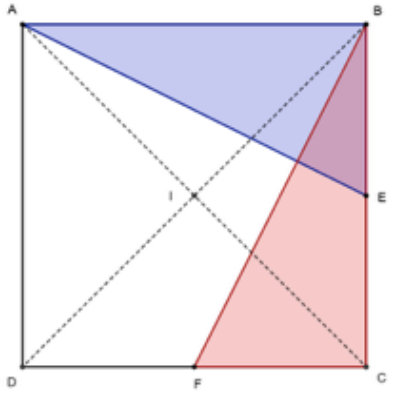
Analyse de la tâche

- Réaliser que la figure de l'énoncé est en perspective et qu'il est préférable de commencer par faire une figure en construisant un carré et en nommant les points et les angles de la figure.
- En utilisant à la figure ci-contre, considérer les triangles ABE et BCF respectivement rectangles en B et C et dont les hypoténuses sont formées par les deux fils qui se croisent ;
  - chacun de ces deux triangles étant rectangle, préciser que $\alpha + \varepsilon = 90°$ et $\beta + \gamma = 90°$;
  - établir que les deux triangles sont égaux car ils ont un angle de même meure compris entre deux côtés égaux ;
  - en déduire les égalités suivantes $\beta = \alpha$ et $\gamma = \varepsilon$. (propriétés des triangles égaux)
  - en déduire que dans le triangle BGE, β et ε sont complémentaires et qu'ainsi le troisième angle γ du triangle mesure 90°.
  - en conclure que les deux droites sont perpendiculaires et donc que les 4 angles mesurent 90°.



Ou

- Considérer la rotation de centre I (point d'intersection des diagonales du terrain) et d'angle 90° (sens des aiguilles d'une montre) et en utilisant une figure analogue à celle proposée ci-contre
  - établir que cette rotation transforme A en B (propriétés des diagonales du carré) ;
  - établir qu'elle transforme E en F (propriétés des axes de symétrie du carré ou conservation des milieux par la rotation) ;
  - en déduire que la droite (BF) est l'image de la droite (AE) par cette rotation ;
  - en conclure que ces deux droites sont perpendiculaires.



Attribution des points

4 La réponse correcte (les angles formés par les deux fils qui se croisent sont des angles droits) avec une justification correcte et complète (avec les diverses étapes de la justification)

3 La réponse est correcte mais une étape de la justification n'est pas justifiée (un passage est pris pour acquis)

2 La réponse correcte mais deux étapes de la justification ne sont pas justifiées

1 Suite de constats très peu ou pas justifiés mais qui témoignent que les élèves ont compris quelques étapes du raisonnement

0 Incompréhension du problème ou réponse correcte sans aucune trace de justification

20. LOTERIES (Cat. 91, 10)

Tâche mathématique

Étant donné dans **N** un système de deux équations du premier degré à trois inconnues, déterminer les valeurs numériques de deux autres combinaisons à coefficients entiers naturels de ces trois mêmes inconnues.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les billets des trois loteries ont des prix différents inconnus et qu'on ne connaît que la dépense totale pour l'acquisition de deux quantités différentes de billets des trois types et qu'il s'agit de trouver la dépense de chacun des deux amis pour l'achat des deux autres combinaisons des trois types de billets.
- Exprimer sous forme synthétique les informations relatives au premier achat de billets, par exemple :
  P_1 : B + 3J + 7V = 44 S_1 : B + 4J + 10V = 58 (montants connus)
  et au deuxième achat :
  P_2 : B + J + V = ? S_2 : 2B + 3J + 5V = ? (montants inconnus)
  Déduire de la relation S_1 que la valeur de V ne peut pas excéder 5 car si V = 6, 10V serait supérieur à 58.
- Procéder par essais en attribuant par exemple une valeur au billet vert (c'est celui qui est présent en plus grand nombre dans les deux quantités dont les prix sont connus). Les valeurs à envisager pour V sont donc 1, 2, 3, 4, 5.
  - Si V = 1, alors B + 4J = 48 et J peut prendre les valeurs 11, 10, 9 ……, 1 ; les valeurs correspondantes de B sont 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44.
  - Tester chaque triplet de valeurs (B, J, 1) dans P_1. L'égalité n'est vérifiée que pour B = 4 et J = 11.
  - A partir de là, calculer les prix payés par Pierre et Samuel pour leur second achat :
    P_2 : B + J + V = 4 + 11 + 1 = 16 (euros) S_2 : 2B + 3J + 5 V = 8 + 33 + 5 = 46 (euros)
  - Procéder de même pour les autres valeurs de V.

  On obtient 4 solutions (V = 1, J =11, B = 4) ; (V = 2, J = 8, B = 6) ; (V = 3, J = 5, B = 8) ; (V = 4, J = 2, B = 10) qui conduisent toutes à P_2 : B + J + V = 16 (euros) et S_2 : 2B + 3J + 5 V = 46 (euros).

Ou

- Chercher à combiner les deux relations connues S_1 et P_1 afin d'obtenir d'autres égalités. En les soustrayant membres à membres on obtient J + 3V = 14.
- Procéder ensuite par essais en attribuant successivement à V les valeurs 1, 2, 3, 4 et 5, ce qui conduit aux solutions (V = 1, J =11) ; (V = 2, J = 8) ; (V = 3, J = 5); (V = 4, J = 2).
  - Reporter ces valeurs dans S_1 ou P_1 pour déterminer les valeurs correspondantes de B : 4, 6, 8 et 10
  - Déterminer ensuite les prix payés par Pierre et Samuel pour leurs seconds achats.

Ou

- Après avoir trouvé que J + 3V = 14, en introduisant cette relation dans le premier membre de S_1, arriver à :
  B + 4J + 10 V = B + J + (3G + 9V) + V = B + J + 3(G + V) + V = B + J + 3 × 14 + V = 58
  D'où on tire la valeur P_2 : B + J + V = 58 – (3 × 14) = 58 – 42 = 16.
- Procéder de façon analogue pour déterminer la valeur de S_2 :
- 2B + 3J + 5V = 2B + (J + 3V) + 2J + 2V = (2B + 2J + 2V) + (J + 3V) = 2 × 16 + 14 = 32 + 14 = 46.

Ou

- Se rendre compte, après quelques essais, que les expressions P_2 et S_2 peuvent être obtenues par des combinaisons linéaires opportunes de P_1 et S_1 et qu'il est donc possible de déterminer le coût total correspondant de chacune d'elles. On a en effet :
  P_2 : B + J + V = 3(B + 3J + 7V) – 2(B + 4J + 10V) = $3P_1 - 2S_1$ = 3 × 44 – 2 × 58 = 16
  S_2 : 2B + 3J + 5V = 5(B + 3J + 7V) – 3(B + 4J + 10V) = $5\,P_1 - 3S_1$ = 5 × 44 – 3 × 58 = 46

Attribution des points

4 Réponse correcte (Pierre dépense 16 euros et Samuel dépense 46 euros) avec explications claires et complètes de la procédure (résolution par combinaisons et essais ou substitutions, avec présence des calculs et vérification de l'invariance du montant des deux derniers achats, obtenue à partir des prix individuels de chaque billet)

3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou incomplètes (par exemple des passages mal explicités dans les procédures par combinaisons et substitutions ou oubli d'une solution parmi les quatre dans une procédure par essais, mais constat de l'invariance des montants des seconds achats)

2 Réponse erronée due à une erreur de calcul mais avec explications claires et complètes de la procédure

Ou réponse correcte obtenue à partir du premier triplet de valeurs trouvées pour le prix de chaque type de billets sans considérer les trois autres possibilités

1 Début de raisonnement correct (par exemple, essai d'obtention des deux combinaisons dont les prix sont à déterminer à partir des deux dont les prix sont connus ou tentative inaboutie de résolution par essais)

0 Incompréhension du problème

21. CHAÎNE DE POLYGONES (Cat. 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le suivant du denier terme de la suite des premiers entiers naturels dont la somme est le dernier nombre à être inférieur à 2020, dans le contexte d'une chaîne de polygones de 3, 4, 5, 6 …. côtés.

Analyse de la tâche

- Comprendre comment se construit la chaîne et les caractéristiques des polygones qui la composent : chacun a un côté de plus que le précédent en partant de 3 : 4 ; 5 ; 6 ; …
- Une première façon de s'approprier le problème consiste simplement à compter les segments sur la figure et voir que pour le 6e polygone (à 8 côtés) on arrive à 28 segments : 3, 6, 10, 15, 21, 28
- Observer que pour construire le septième polygone (à 9 côtés), on ajoute 8 segments aux 28 segments déjà tracés (28 + 8 = 36) et ainsi de suite. À chaque fois on ajoute le nombre suivant de celui qui vient d'être ajouté pour obtenir le polygone qui a un côté de plus que le polygone précédemment tracé et le nombre de segments tracés augmente d'autant : 36 + 9 = 45 (polygone à 10 côtés), 45 +10 = 55 (polygone à 11 côtés) et ainsi de suite jusqu'à 1891 + 62 = 1953 (polygone à 63 côtés), 1953 + 63 = 2016 (polygone à 64 côtés). Se rendre compte alors que les quatre segments qui manquent pour arriver à 2020 appartiennent au polygone à 65 côtés.
  (Cette procédure semble longue et fastidieuse. Un calcul d'une soixantaine de sommes et un contrôle rigoureux sont nécessaires mais cela ne prend que quelques minutes avec une calculatrice.)

Ou

- Organiser les données précédentes dans un tableau par exemple :

nb de côtés du polygone	3	4	5	6	…	*n*
nombre de nouveaux segments		3	4	5	…	*n* - 1
nombre total de segments : Sn	3	3+3	3+3+4	3+3+4+5	…	3+3+4+5+…+(*n*-1)

- Observer que si on remplace 3 par 1+2, la somme à calculer est : 1 + 2 + 3 + 4 + 5+…+ (*n* - 1)
- Si la formule qui donne la somme des n premiers nombres naturels est connue : $S_n = [n (n + 1)] / 2$, la procédure est plus rapide que la précédente. Quelques essais de valeurs de n permettent de découvrir que pour n = 64 (polygone à 64 côtés) la somme 1 + 2 + 3 + ... + 63 est 2016 (= 63 × 64/2). En déduire que le 2020e segment appartient au polygone à 65 côtés.

Attribution des points

4 Réponse correcte (65 côtés) avec description claire et complète de la procédure (formulation correcte des relations entre le nombre de côtés de la figure, la somme des nombres de segments et détail des calculs)

3 Réponse correcte avec description peu claire ou incomplète (par exemple, calculs pas complètement explicités)

Ou procédure correcte et bien décrite mais avec une erreur de calcul ou non prise en compte des 3 segments du triangle

Ou recherche pas à pas correcte pour les dix à quinze premiers éléments mais avec une erreur qui conduit à la réponse 64 ou 66

2 Réponse correcte sans aucune explication

Ou réponse erronée ou absence de réponse, mais avec une description correcte des relations entre le nombre de côtés de la figure et la somme des nombres de segments

1 Début de raisonnement correct avec calcul des sommes des nombres de côtés d'au moins les vingt à trente premiers polygones

0 Incompréhension du problème