9. QUEL PERSONNAGE CHOISISSEZ-VOUS ? / LIEBLINGSFIGUR (Cat. 71)

Lors d'une enquête, les 26 élèves choisissent chacun un seul personnage parmi :

Mickey, Donald, Dingo et Oncle Picsou.

21 enfants n'ont pas choisi Dingo.

22 enfants n'ont pas choisi Oncle Picsou.

Les enfants qui ont choisi Donald sont 3 de plus que ceux qui ont choisi Mickey.

Combien d'enfants ont choisi Mickey, combien ont choisi Donald, combien ont choisi Dingo et combien ont choisi Oncle Picsou ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Réaliser la partition d'un ensemble dont le nombre d'éléments (26) est connu en quatre sous-ensembles, dont deux sont définis par une négation et les deux autres par une comparaison (dans l'un il y a 3 éléments de plus que l'autre)

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation pour comprendre que les 26 élèves doivent être répartis en quatre ensembles (disjoints) selon leur choix : Mickey, Donald, Dingo (Goofy) et Oncle Picsou (Dagobert)
- La tâche consiste alors à déterminer les nombres de ces ensembles :
  - 21 n'ont pas choisi Dingo (Goofy) signifie que 21 sur 26 "n'appartiennent" pas à l'ensemble de Dingo (Goofy) mais aussi que 5 y appartiennent ; de même, 22 n'ont pas choisi Oncle Picsou (Dagobert), signifie que 22 sur 26 "n'appartiennent" pas à l'ensemble d'Oncle Picsou (Dagobert) et que 4 y appartiennent.
  - Il reste 17 élèves (26 – 5 – 4) qui « appartiennent aux deux autres ensembles : ceux qui ont choisi Donald sont 3 de plus que ceux qui ont choisi Mickey.
  - Pour trouver les deux nombres dont la somme est 17 et la différence est 3, on peut procéder par essais … 5 + (5 + 3) ; 6 + (6 + 3) ; jusqu'à 7 + (7 + 3) = 17 (ou …12 + (12 – 3) … jusqu'à 10 + (10 – 3) = 17) ; c'est-à-dire 7 et 10 ou 10 et 7.

    Ou chercher toutes les paires de nombres dont la somme est 17 : (1 ; 16), (2 ; 15, (3 ; 14, …) et identifier celle dont les éléments diffèrent de 3 : (7 ; 10)

    Ou raisonner sur les nombres (en s'aidant éventuellement d'une représentation graphique : si de 17 on retire le 3 de différence on obtient 14 qui est le double du petit, c'est-à-dire 7, le grand étant 10.
- La réponse est donc Mickey 7, Donald 10, Dingo (Goofy) 5, Oncle Picsou (Dagobert) 4.

Attribution des points

4 Bonne réponse « Mickey 7, Donald 10, Dingo (Goofy) 5, Oncle Picsou (Dagobert) 4 » avec une description claire et complète de la procédure (avec toutes les schématisations graphiques ou les calculs nécessaires)

3 Réponse correcte avec description partielle ou peu claire de la procédure suivie (absence de certaines étapes ou avec seulement une vérification)

2 Bonne réponse sans explication

ou réponses correctes pour Dingo (Goofy) et Oncle Picsou (Dagobert) et début d'une recherche correcte pour les autres, sans parvenir à la conclusion, mais la compréhension de la relation entre Donald et Mickey est comprise.

1 Bonnes réponses uniquement pour Dingo (Goofy) et Oncle Piscou (Dagobert)

ou début d'un raisonnement correct, par exemple une représentation ou un calcul montrant une compréhension de la situation sans être en mesure de trouver une stratégie de solution appropriée

0 Incompréhension du problème

10. **CAILLOUX / STEINE** (Cat. 71)

Jacques répartit 57 cailloux sur cinq boîtes.

Dans la troisième boîte, le nombre de cailloux est le double de celui de la première boîte.

Dans la deuxième boîte, il y a plus de cailloux que dans la première et moins que dans la troisième.

Dans la cinquième boîte, le nombre de cailloux est le triple de celui des cailloux de la première boîte.

Dans la quatrième boîte, il y a plus de cailloux que dans la troisième et moins que dans la cinquième.

Combien de cailloux peut-il y avoir dans chaque boîte ?

Indiquez toutes les manières de répartir les cailloux dans les boîtes.

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver cinq nombres dont la somme est connue (57) sachant que le troisième et le cinquième sont respectivement le double et le triple du premier, que le second est supérieur au premier et inférieur au troisième et que le quatrième est supérieur au troisième et inférieur à du cinquième.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation et comprendre qu'il faut chercher cinq nombres selon les indications données : leur somme est 57 ; le premier nombre n'est pas connu ; les troisième et cinquième nombres sont respectivement le double et le triple du premier ; le deuxième nombre est supérieur au premier et inférieur au troisième ; le quatrième nombre est supérieur au troisième et inférieur au cinquième.
- Procéder par essais et erreurs sur le premier nombre. Par exemple, avec 5, il y a 10 et 15 comme troisième et cinquième. Calculer la somme de ces trois premiers nombres (30) et trouvez qu'il manque 27 pour arriver à 57. Le deuxième nombre, supérieur à 5 et inférieur à 10 pourrait être 6, 7, 8 ou 9 et le quatrième nombre pourrait être 12, 12, 13 ou 14. Note ensuite que ces nombres ne sont pas bons car les deux plus grands (9 et 14) n'atteignent pas 27.

  Faire un autre essai pour le premier nombre. Par exemple, avec 6, on trouve 12 et 18 avec une somme de 36 et 21 est manquant pour arriver à 57. Le deuxième nombre pourrait être 7, 8, 9, 10 ou 11, le quatrième nombre pourrait être 13, 14, 15, 16 ou 17. Il existe deux solutions en choisissant 7 et 14 comme deuxième et quatrième nombre ou 8 et 13, dans les deux cas la somme sera de 21.
- Vérifier si nécessaire qu'en prenant 7 comme premier nombre, on obtiendrait 14 et 21 et une somme de 42, il manquerait 15 pour arriver à 57, mais la somme des deuxième et quatrième serait supérieure à 15 (8 + 15) et donc l'essai ne serait pas correct.
- Les deux solutions sont donc (6, 7, 12, 14, 18) et (6, 8, 12, 13, 18)

Parmi les erreurs possibles, on peut s'attendre à ce que l'une des trois conditions ne soit pas remplie :
- les troisième et cinquième nombres ne sont pas le double et le triple du premier ;
- le deuxième nombre n'est pas supérieur au premier et inférieur au troisième et le quatrième n'est pas supérieur au troisième et inférieur au cinquième ;
- la somme des cinq nombres n'est pas 57.

Attribution des points

4 Bonne réponse (6, 7, 12, 14, 18) et (6, 8, 12, 13, 18) avec description des essais et calculs effectués (indiquant au moins un essai inacceptable avec l'explication de la raison pour laquelle le nombre ne convient pas). Dans le cas du choix 6 comme premier essai pour le premier nombre et la découverte des deux autres, une vérification avec un autre choix est requise

3 Bonne réponse avec description partielle des calculs ou sans explication

ou une solution unique (6, 7, 12, 14, 18 ou 6, 8, 12, 13, 18) avec une description des essais et des calculs effectués (indiquant au moins un essai inacceptable avec l'explication de la raison pour laquelle le nombre ne convient pas)

2 Une seule solution (ou 6, 7, 12, 14, 18 ou 6, 8, 12, 13, 18) sans explication

ou mauvaise réponse, mais cohérente, ne respectant que deux des trois conditions, avec description des essais (par exemple 5, 9, 14, 14 et 15 avec une somme de 53)

1 Début de la recherche cohérente (montre la compréhension des conditions à remplir sans parvenir à une conclusion)

ou une ou deux solutions qui ne remplissent qu'une des trois conditions ou qui ne montrent que des essais inappropriés

0 Mauvaise compréhension du problème

11. CERISES / KIRSCHEN (Cat. 71)

Fabien, Livia et Albert comptent les cerises que chacun a récoltées et découvrent que :

- Livia a 20 cerises de plus que Fabien.
- Il manque 5 cerises à Albert pour atteindre le double de celles récoltées par Fabien.
- Il y a en tout 103 cerises.

Combien de cerises chacun a-t-il récoltées ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver trois nombres entiers, sachant que le deuxième nombre vaut 20 de plus que le premier, qu'il manque 5 au troisième pour arriver au double du premier et que la somme de ces trois nombres est 103. B = A + 20 ; C = 2A – 5 ; A + B + C = 103

Analyse de la tâche

- Quitter le contexte des cerises et percevoir les trois nombres encore inconnus (F, L et A) et leurs trois relations : L : 20 de plus que F ; A : 5 de moins que le double de F ; la somme des trois nombres est 103.
- La procédure par essais organisés progressivement convient parfaitement pour des élèves qui n'ont pas encore de connaissances algébriques, par exemple, en partant d'une valeur pour F on calcule les deux autres au moyen des deux premières relations ci-dessus :

  si F = 10, L = 30 (10 + 20), A = 15 (2x10 – 5) et au total 10 + 30 + 15 = 55, ce qui est insuffisant,

  si F = 20, L = 40, A = 35, au total 95, on s'approche,

  pour arriver à : F = 22, L = 42, A = 39 ; 22 + 42 + 39 = 103.

  Cette procédure peut être plus ou moins développée, de trois essais comme dans l'exemple à tous les essais envisageables (liste ou tableau), avec l'idée naissante de variable et de fonction qui pourra faire partie des exploitations didactiques futures.
- Une procédure plus générale peut être favorisée par la manière dont l'énoncé exprime les relations, où les nombres de L et de A sont donnée en référence à celui de F. En langage de l'élève (forme rhétorique) on peut considérer que le nombre de F, additionné au nombre de F plus 20 (nombre de L) puis au double du nombre de F moins 5 (nombre de A) représente quatre fois le nombre de F plus 15 (20 – 5) et que cette somme est égale à 103. A ce moment on peut déduire de la différence entre 15 et 103 : 88, que quatre fois le nombre de F est 88 et que le nombre de F est 22.

  Ce type de procédure peut être accompagné de symboles représentant le nombre de F (un carré, un segment, un « F » …) pour « visualiser » la grandeur inconnue, répétée quatre fois, et les deux nombres 15 et 103. Le modèle des deux plateaux d'une balance peut aussi être utile.
- La procédure algébrique ne fait que traduire la formulation précédente, en une équation du genre : F + F + 20 + (2F – 5) = 103.

Parmi les obstacles, on peut relever la difficulté à choisir un des trois nombres pour commencer les essais.

Il peut y avoir des réponses erronées dues à la prise en compte de deux seulement des trois relations. Par exemple avec la première et la troisième, si le choix du nombre de F est 10, le nombre de L est 30, la somme des deux est 40 et, sans tenir compte de la deuxième relation A serait 103 – 40 = 65.

Une autre erreur possible est de considérer que : « Comme il manque 5 au troisième pour arriver au double du premier alors C – 5 = 2 A ».

Attribution de points

4 Réponse correcte (Fabien 22 ; Livia 42, Albert 39) avec une explication claire et complète (les essais à rejeter et l'essai retenu correct comme vérification clairement identifié ou procédure plus générale comme dans l'analyse précédente ou encore autre explication convaincante)

3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou incomplètes (par exemple les calculs et essais sans explications)

ou réponse 22 - 42 - 39 avec une explication claire sans préciser les noms F, L et A

2 Réponse correcte sans explication

ou réponse incorrecte en raison d'une erreur de calcul mais avec procédure correcte

1 Début de recherche correct (par exemple : les données concernant les relations ont été comprises et représentées correctement ; la procédure par essais a été mise en œuvre sans parvenir à la bonne réponse)

ou une réponse cohérente mais ne tenant compte que de deux conditions, (du genre de celle de l'exemple)

0 Incompréhension du problème

12. GABRIELLE LA PETITE SORCIÈRE / DIE HEXE GABRIELLE (Cat. 71, 81)

Gabrielle, la petite sorcière, prépare une potion magique pour remettre en forme ses elfes. Selon son livre de magie, il faut mélanger exactement 800 g de poudre de champignons bleus à 1000 g de lait de licorne.

Distraite par son bâton magique, Gabrielle réalise qu'elle a inversé les deux quantités : elle a dissous 1000 g de poudre de champignons bleus dans 800 g de lait de licorne. Comme la poudre de champignons bleus est difficile à trouver au pays des elfes, Gabrielle décide de ne pas jeter sa préparation.

Quel ingrédient Gabrielle devra-t-elle ajouter et en quelle quantité pour obtenir une potion qui respecte la recette du livre de magie ?

Expliquez votre raisonnement.

Analyse a priori

Tâche mathématique

Travailler sur une situation de proportionnalité : modifier une recette à deux ingrédients en calculant la masse de ce qu'il faut ajouter pour rétablir la proportion correcte

Analyse de la tâche

- Comprendre que, pour respecter la recette, la proportion de poudre et de lait dans la potion doit être la même que celle de la recette originale.
- Comprendre qu'après avoir inversé les quantités, on doit conserver la quantité de poudre de champignon bleu et ajouter du lait de licorne.
- Pour trouver la quantité de lait à ajouter il faut partir de la recette « 800 g de poudre du champignon bleu pour 1 000 g de lait de licorne » et chercher le mélange final contenant « une quantité encore inconnue de lait et 1 000 g de poudre » c'est-à-dire passer du couple : (800 ; 1 000) au couple (1 000 ; x). Les quatre quantités se correspondant deux à deux, on peut les disposer en ligne, en colonne, en tableau, …
- Il faut alors tenir compte du fait que, dans une situation de « recette », c'est le rapport 1 000/800 = 5/4 = 1,25 qui est conservé et non la différence (1 000 – 800 = 200) qui conduirait à l'erreur 1 000 + 200 = 1 200. La quantité totale de lait doit donc être 1,25 fois celle de la poudre : 1,25 × 1 000 g= 1 250 g.
- Déduire alors les 800 g de lait déjà contenus dans le mélange et trouver le lait à ajouter : 1 250 – 800 = 450 (en g)

Remarque : 1,25 est le coefficient de proportionnalité du tableau qui suit.

Ou

- Décomposer le passage en plusieurs étapes, avec éventuellement le passage à l'unité, selon les propriétés de la proportionnalité qui conservent le rapport :

Masse de poudre en g	Masse de lait en g
800	1 000
400	500
100	125
1	**1,25 = 5/4**
…	…
1 000	1 250

Ou

Raisonner sur la quantité totale d'ingrédients (1 000 + 800 = 1 800 g) et travailler sur le rapport 800/1 800 = 4/9 pour trouver la quantité totale (1 000/x = 4/9 c'est-à-dire x = 2 250) en utilisant un tableau ou un coefficient de proportionnalité. Après avoir calculé le total, soustraire la quantité de poudre de champignons, c'est-à-dire 2 250 – 1 000 = 1 250, et finalement soustraire la quantité de lait déjà utilisée 1 250 – 800 = 450 g.

Attribution des points

4 Réponse correcte (ajouter 450 g de lait à la potion) avec explications claires et complètes (tous les calculs explicités de manière qu'il soit bien clair que le rapport entre les grandeurs est constant)

3 Réponse correcte avec explications peu claires (calculs incomplets ou inexpliqués)

ou réponse 1 250 de lait = 1,25 × 1 000 g, qui ne tient pas compte du fait que dans la mauvaise préparation il y a déjà 800 g de lait, avec une explication claire et complète : prenant en compte qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité

2 Réponse correcte sans explication

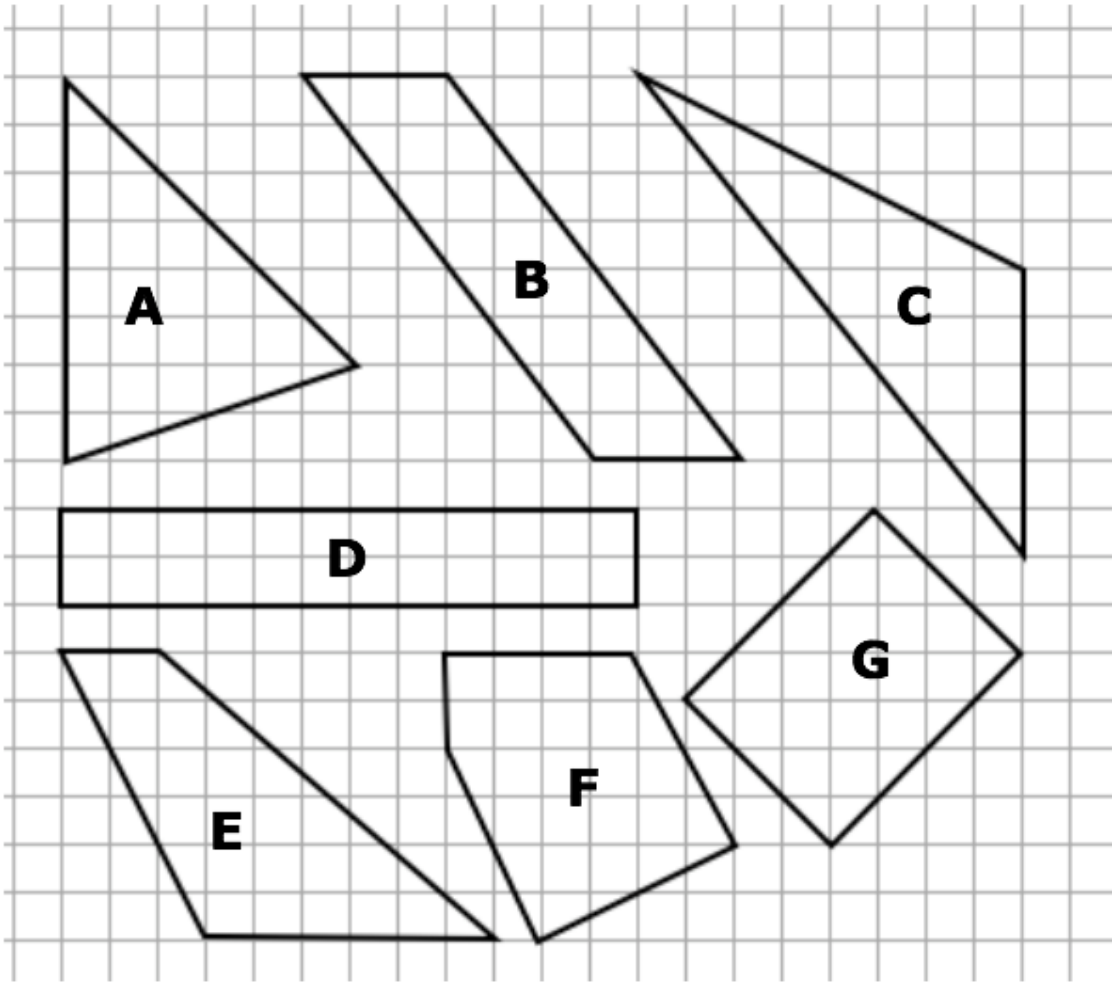
ou réponse 1 250 g de lait avec une explication incomplète

1 Début de raisonnement correct, par exemple explication que des rapports entre des masses d'ingrédients doivent être égaux

0 Incompréhension du problème ou réponse 200 g de lait (c'est-à-dire 1 000 – 800 = 200) due à une confusion entre conservation de la différence et conservation du rapport

13. LES SEPT POLYGONES / DIE SIEBEN VIELECKE (Cat 71, 81)

Voici sept polygones dont les sommets sont sur les intersections du quadrillage.



Identifiez les polygones de même aire.

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Comparer les aires de 7 figures dessinées sur un quadrillage à maille carré dont tous les sommets sont sur des nœuds d'un quadrillage.

Analyse de la tâche

- Comprendre, à la lecture de la question et à l'observation des figures que pour comparer les aires, il s'agit de déterminer la mesure de chacune des trois aires, avec une unité commune.
- Constater qu'on ne peut pas appliquer de formules connues à tous les 7 polygones ; que la présence du quadrillage permet d'utiliser le carreau comme unité commune ; qu'il sera nécessaire de décomposer les figures en carrés entiers ou en parties de carrés ou en figures de base dont l'aire se détermine facilement.
- Les procédures de détermination de l'aire sont multiples, et différentes d'une figure à l'autre, en particulier :
- comptage une à une des unités entières, puis reconstitution d'unités par déplacements des parties non entières,
- décomposition de la figure en rectangles, triangles et parallélogrammes qui peuvent reconstituer un rectangle par déplacement
- perception du triangle rectangle comme la moitié d'un rectangle
- les triangles non rectangles sans angles obtus peuvent être décomposés en deux triangles rectangles,

- calcul de l'aire du rectangle circonscrit à la figure complète suivie de la soustraction des aires des rectangles et/ou des triangles complémentaires,
- application de la formule pour l'aire d'un triangle
- faire appel aux formules de l'aire lorsque les décompositions précédentes donnent des triangles dont une "base" et la "hauteur" correspondante suivent le quadrillage et ont des mesures entières de leurs longueurs/ou des rectangles dont les côtés suivent les lignes du quadrillage. -
- La stratégie par comptage est facilitée lorsque les côtés passent tous par des nœuds du quadrillage. C'est le cas par exemple pour l'aire des figures D et G (24 u) qui peut être déterminée par comptage de carreaux entiers ou de demi-carreaux. Dans les autres configurations la démarche nécessite des approximations qui peuvent conduire à des résultats erronés
- L'application des formules lorsqu'elles sont connues est efficace pour les figures usuelles dont on peut facilement déterminer les mesures. C'est le cas pour les figures A B C D E dont l'aire est aussi 24 u.
- L'analyse de la décomposition de la figure en figures simples est nécessaire lorsque les formules ne sont pas connues ou que les figures sont non « usuelles ». Les figures peuvent par exemple chacune être vues comme étant inscrites dans un rectangle aux côtés suivant les lignes du quadrillage. Leurs aires peuvent être alors calculées en enlevant à l'aire de ce rectangle, l'aire des triangles rectangles qui entourent chaque figure. L'aire en carreaux de le figure F est, par exemple, alors donnée par le calcul : $6 \times 6 - 3 \times (2 \times 4 / 2) = 24$; il est aussi possible de tracer des traits suivant les lignes du quadrillage pour obtenir une décomposition en sous-figures dont l'aire est facile à calculer. Par un segment « horizontal » on peut, par exemple, décomposer la figure F en un trapèze, un parallélogramme et un triangle rectangle et calculer son aire en carreaux en effectuant $(4 + 5) \times 2/2 + 2 \times 5 + 2 \times 5 / 2 = 24$

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (tous les polygones ont la même aire) avec des explications claires présentant la démarche suivie (qui peut être graphique) et les calculs effectués avec la réponse explicitée

3 Réponse correcte et complète (tous les polygones ont la même aire) avec des explications claires présentant la démarche suivie (qui peut être graphique) et les calculs effectués sans approximation pour 6 des sept polygones présentés

ou réponse erronée pour s'être trompé sur le calcul de l'aire d'un seul des sept polygones avec des explications claires présentant la démarche suivie (qui peut être graphique) et les calculs effectués sans approximation

ou réponse correcte et complète (tous les polygones ont la même aire) avec des explications claires présentant la démarche suivie (qui peut être graphique) et les calculs effectués sans la réponse explicitée

2 Réponse pour au moins 4 des sept polygones présentés avec la valeur de l'aire correcte avec des explications claires présentant la démarche suivie (qui peut être graphique) et les calculs justes effectués sans approximation.

ou réponse correcte avec la valeur de l'aire correcte sans autres explications

1 Début de recherche cohérente (par exemple détermination de l'aire de deux ou trois polygones ou seulement d'un polygone mais différent du rectangle)

0 Incompréhension du problème ou seulement détermination de l'aire du rectangle

14. LA TIRELIRE / DAS SPARSCHWEIN (Cat. 71, 81, 91, 10)

Dans la tirelire de Luc il y a 5,40 euros.

Luc sait qu'il n'y a pas mis de billets mais seulement des pièces de monnaie. Il ouvre sa tirelire, et il constate que parmi les huit valeurs de pièces possibles (de 1, 2, 5, 10, 20 ou 50 centimes et de 1 ou 2 euros) il n'a mis dans sa tirelire que des pièces de quatre valeurs différentes.

Luc note qu'il y a le même nombre de pièces pour chacune de ces quatre valeurs.

Combien peut-il y avoir de pièces dans la tirelire de Luc ?

Indiquez toutes les possibilités en précisant à chaque fois les valeurs respectives des pièces.

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver quels sont les diviseurs de 540 , qui peuvent être la somme de quatre termes différents choisis parmi 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 et 200 dans un conteste die pièces de monnaie

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il y a beaucoup de manières de choisir quatre valeurs différentes parmi les huit à disposition pour obtenir 5,40.
- Comprendre que, lorsque l'on a choisi les quatre valeurs différentes ; par exemple 1 ; 0,5 ; 0,2 ; 0,05 on peut calculer la somme 1 + 0,5 + 0,2 + 0,05 = 1,75 € ou 175 centimes et que si on prend le même nombre de fois chacune de ces valeurs, par exemple 3, la somme des valeurs de l'exemple précédent serait 3 × 175 = 525. Comme 540 n'est pas un multiple de 175, ce choix des quatre valeurs est à rejeter.
- Le problème revient à trouver des couples de nombres **N** et **(a + b + c + d)** dont le produit est 540, couples constitués des diviseurs de 540. Il y en a 12 : (1 et 540 ; 2 et 270 ; 3 et 180, 4 et 135 ; 5 et 108 ; 6 et 90 ; 9 et 60 ; 10 et 54 ; 12 et 45 ; 15 et 36 ; 18 et 30 ; 20 et 27).
- Pour N = 1, la somme 540 ne peut pas être obtenu avec quatre des valeurs à disposition
- Pour N = 2, il faut que la somme soit 5,40 ÷ 2 = 2,70 qui ne peut pas être obtenue en quatre pièces différentes

  Pour N = 3, il faut que la somme soit 180 qui peut être obtenue comme 1 + 0,5 + 0,2 + 0,1. Il peut donc y avoir 3 pièces de chacune de ces quatre valeurs, soit 12 pièces en tout.

  Il y a en tout 5 essais qui aboutissent :

  N = 3 540 = 3 × 180 = 3 × (100 + 50 + 20 + 10) en 12 pièces

  N = 4 540 = 4 × 135 = 4 × (100 + 20 + 10 + 5) en 16 pièces

  N = 5 540 = 5 × 108 = 5 × (100 + 5 + 2 + 1) en 20 pièces

  N = 15 540 = 15 × 36 = 15 × (20+ 10 + 5 + 1) en 60 pièces

  N = 30 540 = 30 × 18 = 30 × (10 + 5 + 2 + 1) en 120 pièces

Ou

- Procéder par tentatives non organisées, sans reconnaître la distributivité du produit mais avec le risque d'oublier des solutions.

Erreurs possibles : ne pas respecter la condition de quatre valeurs différentes ou celle du même nombre de pièces.

Obstacle : sans reconnaître la distributivité, (produit) il devient très difficile de trouver toutes les solutions.

Le problème offre l'occasion d'aborder les propriétés des opérations de manière non mécanique et, avec la demande d'effectuer un contrôle rigoureux sur les 12 paires de diviseurs, permet de poursuivre un objectif important de l'enseignement des mathématiques.

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète :

12 pièces avec à chaque fois 3 pièces de 1€ ; 50 Cts ; 20 Cts et 10Cts

ou 16 pièces avec à chaque fois 4 pièces de 1€ ; 20 Cts ; 10 Cts et 5 Cts

ou 20 pièces avec à chaque fois 5 pièces de 1€ ; 5 Cts ; 2 Cts et 1 Ct

ou 60 pièces avec à chaque fois 15 pièces de 20 Cts ; 10 Cts ; 5 Cts et 1 Ct

ou 120 pièces avec à chaque fois 30 pièces de 10 Cts ; 5 Cts ; 2 Cts et 1 Ct

avec une procédure claire qui montre les tentatives ou mentionnant au moins la recherche des “diviseurs”

3 Réponse correcte et complète (les cinq possibilités mentionnées ci-dessus avec détails) avec tentatives peu claires ou avec une explication incomplète de la procédure de recherche

ou réponse avec 4 possibilités correctes, avec détails, avec une procédure claire qui montre les tentatives ou mentionnant au moins la recherche des “diviseurs”

2 Réponse avec 4 possibilités correctes sans commentaires ni explications

ou réponse avec 2 ou 3 possibilités correctes, avec détails

1 Une seule possibilité correcte trouvée,

ou début de recherche avec des solutions incorrectes

0 Incompréhension du problème

15. À LA PAPETERIE / IM SCHREIBWARENGESCHÄFT (Cat. 71, 81, 91, 10)

Au début de l'année scolaire, Marta et Ariane achètent des paquets de crayons et de stylos identiques.

Marta achète 5 paquets de crayons et 6 paquets de stylos.

Ariane achète 9 paquets de crayons et 3 paquets de stylos.

À la fin, elles se rendent compte que chacune a acheté 78 articles (stylos et crayons confondus).

Combien y a-t-il de crayons dans chaque paquet ? Combien y a-t-il de stylos dans chaque paquet ? Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver deux entiers naturels m et n tels que 5m + 6n = 9m + 3n = 78.

Analyse de la tâche

- Comprendre que Marta et Ariane achètent un nombre différent de paquets du même type de stylos et de crayons de papier, mais qu'à la fin elles ont finalement le même nombre d'objets (78).
- Comparer les achats faits par Marta et Ariane et observer que Marta a acheté 4 paquets de crayons en moins qu'Ariane et 3 paquets de stylos en plus qu'Ariane. Puisque le total d'objets achetés par chacune sont égaux, les 4 paquets de crayons doivent avoir le même nombre d'objets que les 3 paquets de crayons.
- Chercher alors un multiple commun de 3 et de 4. Trouver ainsi 12 =4×3 = 3×4. Spéculer donc qu'il y en a 3 dans un paquet de crayons et 4 dans un paquet de stylos. Vérifier tout de même que 5×3+6×4=39 < 78, donc 12 ne convient pas. Procéder avec les multiples de 12 et essayer avec 24 = 4 × 6 + 3 × 8, correspondant à l'hypothèse de 6 crayons par paquet et de 8 stylos par paquet. Vérifier alors qu'avec 5 × 6 + 6 × 8 = 78 = 9 × 6 + 3 × 8, cela convient. Constater que 36 ne convient pas, car on obtiendrait 4 × 5 + 6 ×12 >78. A fortiori exclure tous les multiples plus grands. Conclure que dans chaque paquet de crayons de papier, il y en a 6 et dans chaque paquet de stylos, il y en a 8.

Ou bien

- procéder par essais successifs par exemple en faisant l'hypothèse d'un nombre *m* de crayons dans chaque paquet, trouver le nombre *p* de stylos par paquet : $p = (78 - 5m) : 6$ et, dans le cas où on obtient un nombre entier, vérifier que si $9m + 3p = 78$.

Ou bien

- Par voie algébrique : soit x le nombre de crayons dans chaque paquet et soit y celui de stylos dans chaque paquet puis poser le système :
  $\begin{cases} 5x + 6y = 78 \\ 9x + 3y = 78 \end{cases}$ et trouver $\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$ ou bien poser l'équation $5x + 6(26 - 3x) = 78$

Ou bien

- Observer que $4x = 3y$, donc $y = \frac{4}{3}x$. Puisque *y* doit être un nombre entier, *x* pourra être chercher parmi les seuls multiples de 3. Réussir à substituer à *x* les valeurs 3, 6, 9,., en déterminant les valeurs correspondantes de *y* à travers une des équations, en vérifiant ensuite la justesse en substituant les valeurs de *x* et de *y* dans la seconde équation et en contrôlant si on obtient bien une égalité.

Attribution des points

4 Réponse correcte (6 crayons de papier et 8 stylos) avec des explications claires de la procédure suivie (description claire et complète du raisonnement avec explications des calculs ou résolution algébrique bien effectuée)

3 Réponse correcte avec explications peu claires ou incomplètes de la procédure
ou bien réponse 8 crayons et 6 stylos par évidente étourderie, avec explications claires et complètes.

2 Réponse correcte sans explications
ou bien résolution algébrique correctement effectuée ou autre procédure, mais avec une erreur de calcul
ou bien réponse 3 crayons et 4 stylos car 78 est considéré comme sommes des objets réunis de Marta et Arianna

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

16. LES RUBANS D'ARIANE / DIE BÄNDER VON ARIANE (Cat. 81, 91, 10)

Afin de réaliser une bande d'exactement 3 mètres, Ariane colle des rubans de papier de la manière suivante :

- d'abord un ruban de longueur 1 m,
- puis, un ruban de longueur $\frac{1}{2}$ m,
- ensuite, un ruban de longueur $\frac{1}{3}$ m,
- par après, un ruban de longueur $\frac{1}{4}$ m,
- et ainsi de suite.

Sa sœur Béatrice l'observe et lui dit : « Tu seras obligée de couper l'un de tes rubans. »

« Mais non, qu'est-ce que tu racontes, je n'utiliserai que des rubans entiers », lui répond Ariane.

Laquelle des sœurs a raison ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer si 3 peut être la somme des *n* premiers termes de la série 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + … 1/n.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'Ariane devra coller ses rubans sur la longueur de la paroi à partir du plus long, puis des autres pris en ordre décroissant.
- Comprendre le sens de la phrase de Béatrice : *Tu seras obligée de couper l'un de tes rubans*.
- Comprendre que pour déterminer qui a raison, il est nécessaire de passer à une écriture symbolique de la situation : 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + … pour atteindre 3.
- Comprendre qu'il est nécessaire de calculer la somme des premiers termes, à partir de 1 + 1/2 = 3/2 ; 3/2 + 1/3 = 11/6 … puis contrôler si l'on atteint 3.
- Se rendre compte que les dénominateurs communs deviennent de plus en plus grands (ppmc de 6 et 4) = 12, ppmc de 12 et 5 = 60, ppmc de 60 et 7 = 420 …) et décider éventuellement de passer aux nombres décimaux.
- Se rendre compte que les sommes augmentent lentement et que la recherche pourrait être longue et que la calculatrice sera la bienvenue.
- Poursuivre par le calcul des sommes successives : 11/6 + 1/4 = 1,83… + 0,25 = 2,083… et tenir compte de la présence de nombres périodiques (on pourrait peut-être se rendre compte que si Ariane voulait s'arrêter à 2 exactement, elle devrait couper un bout du 4e ruban parce que la somme dépasse 2 et se demander ce qu'il arrivera pour 3 ?)
- Poursuivre le calcul des sommes successives, contrôlé au fur et à mesure delle somme successive et arriver à la dixième, voisine de 2,93 (selon le type de calculatrice ou tableur) puis 2,93 + 1/11 = 3,019… qui montre que Beatrice a raison parce que la somme est supérieure à 3 (et la longueur dépasse 3 m) ce qui signifie qu'Ariane doit couper un bout de son dernier ruban (le onzième) si elle veut atteindre exactement 3 m. (Éventuellement, la suite des sommes partielles est 1 ; 1/2 ; 11/6 ; 25/12 ; 137/ 60 ; 49/20 ; 363/40 ; 761/280 ;7129/2520 ; 7381/2520 < 3 ; 83711/27720 > 3 et montre que le 3 se situe entre la dixième et la onzième, c'est-à-dire qu'il faudra couper le 11 ruban)

Ou

Dessiner une bande à l'échelle (par exemple où 1 dm correspond à 1 m) et y reporter les rubans (en cm) de 10,0 ; 5,0 ; 3,3 ; 2,5 ; 2,0 ; 1,7 ; 1,4 ; 1,3 ; 1,1 ; 1,0 pour constater, avec une précision au mm près, qu'on n'atteint pas les 30 cm mais à peu près 29,3 (entre 29,2 et 29,5) cm et qu'il faudrait y ajouter une partie de la 11e bande

Attribution des points

4 Réponse correcte (Béatrice a raison) avec explications (du genre : nous avons calculé les sommes et n'en avons trouvé aucune égale à 3 ou montrant la somme directement inférieure à 3 et celle directement supérieure à 3, ou indiquant qu'il faut couper une partie de la 11e bande) avec le détail des calculs (par exemple le relevé des derniers nombres obtenus sur la calculatrice)

3 Réponse correcte, avec explications correctes mais seulement quelques détails corrects de la procédure (par exemple : seulement en indiquant que c'est la 11e bande qu'il faudra couper, sans indiquer les longueurs obtenues)

ou réponse correcte avec explications et détails des calculs, mais avec une erreur de calcul dans une des additions

ou réponse correcte avec explications, mais avec un saut dans la succession des rubans

2 Réponse correcte avec explications sans les détails de la procédure (Par exemple Béatrice a raison car on ne peut pas obtenir 3 exactement, on obtient toujours des nombres qui s'écrivent avec une infinité de décimales)

ou réponse incorrecte due à une erreur d'approximation dans les sommes ou l'affirmation explicite que le ruban qui manque est si petit qu'il peut être négligé

1 Début de raisonnement correct (au moins les quatre premières sommes ou un dessin des quatre ou cinq premiers rubans)

0 Incompréhension du problème ou réponse « Béatrice a raison » sans autres commentaires

17. VOYAGE EN BUS (Cat. 81, 91, 10)

Pour un voyage en bus, il y a 50 inscriptions. Chaque passager doit payer 60 euros.

Au dernier moment, certaines personnes se désistent et ne veulent plus payer le voyage. Ces dernières doivent payer une pénalité qui s'élève au nombre de personnes qui se sont désistées.

Quel est le montant minimum garanti pour les organisateurs ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la valeur minimum d'un montant égal à $3000 - 60\,x + x^2$, où x est un nombre entier compris entre 0 et 50 euros.

Analyse de la tâche

- Comprendre le contrat - une fiction étrange mais intrigante - entre les inscrits et les organisateurs et la « pénalité » en particulier la phrase « autant d'euros que le nombre de personnes qui ont renoncé à voyager ». Comprendre aussi que le « montant minimum » de la question dépend du nombre de « personnes ayant renoncé » et fait entrevoir « quelque chose qui varie » dans la situation : il y a 50 inscrits - dont certains renoncent ou participent- qui conduiront à 50 montants possibles qui semblent a priori tous différents.
  Finalement, il faut se convaincre qu'il sera nécessaire de calculer les montants, de les comparer pour percevoir si l'on peut détecter une variation et sa nature : régulière ou non, avec augmentations ou diminutions ; en espérant qu'il ne sera pas nécessaire de les calculer tous.
- Envisager éventuellement, au moment de l'appropriation de la situation les montants pour les limites de l'intervalle (en €) : 3000 pour 0 renoncement ou 50 participants : (50 x 60) et 2500 pour 50 renoncements ou 0 participant (50 x 50 ou 50^2)
- Déterminer et appliquer une méthode de calcul des montants dus, dans un premier cas, puis d'autres et éventuellement dans le cas général : cette méthode consiste, par exemple à soustraire aux 3000 euros d'origine autant de fois le prix de 60 qu'il n'y a de renoncements, puis ajouter la pénalité (nombre de renoncements x nombre égal d'euros). (On peut aussi partir des participants, multiplier leur nombre par 60, calculer le nombre de renoncements, l'élever au carré et l'additionner au produit précédent.)
- Puis comparer les montants calculés pour savoir si l'un est plus petit que tous les autres, comme le laisse entendre la question « quel est le montant minimum ». Cette partie essentielle de la tâche nécessite une comparaison organisée (regroupements spatiaux des résultats, sous forme de liste ou tableaux permettant de déceler des variations, car on doit se rendre compte que les essais « au hasard » ne pourront pas conduire à la solution.
  On sait déjà que le montent de 3000 va diminuer puisqu'il y a des renoncements et que la compensation due aux pénalités ne pourra atteindre que 2500.
  En essayant par exemple de 5 en 5 renoncements, on obtient les couples (0 ; 3500), (5 ; 2725), (10 ; 2500), (15 ; 2325), (20 ; 2200), (25 ; 2125), (30 ; 2100) ; qui font état d'une décroissance progressive puis (35 ; 2125), (40 ; 2200), (45 ; 2325) et (50 ; 2500) avec croissance. Il faut encore, à ce moment, calculer les valeurs proches de 2100, pour des renoncements proches de 30 comme : (28 ; 2104), (29 ; 2101), (31 ; 2101), (32 ; 2104) pour s'assurer que le minimum est 2100 pour 30 renoncements.

Cette procédure peut s'accompagner d'une liste ou tableau de valeurs plus complète, pouvant aller jusqu'à l'ensemble des nombres de 1 à 50, préfigurant la notion de fonction d'une variable entière définie sur l'ensemble des nombres naturels de 1 à 50.

Il y a d'autres procédures encore, par représentation graphique (parabole) ou algébriquement par la recherche du minimum de la fonction continue correspondante du genre $y = x^2 - 60\,x + 3000$.

Attribution des points

4 Résultat exact (2100 euros) avec des calculs de montants qui montrent explicitement qu'il y a eu décroissance et croissance (augmentations et diminutions du montant total), mention des 30 personnes et détails pour 29 et 31 participants ou par procédure algébrique avec calcul explicite du minimum.

3 Résultat exact (2100 euros), avec explications incomplètes : en mentionnant les 30 personnes mais sans la vérification pour 29 et 31 ou sans indiquer explicitement les régularités de la décroissance puis de la croissance

Ou résultat exact mais justifié seulement par deux ou trois essais comme s'il était trouvé au hasard

2 Résultat exact (2100 euros) sans aucune explication ou justification

1 Un début de raisonnement correct, avec un détail de calcul (même sur un exemple) qui montre une traduction correcte de l'énoncé en termes de personnes payant plein tarif et de personnes ayant renoncé et payant une pénalité adéquate.

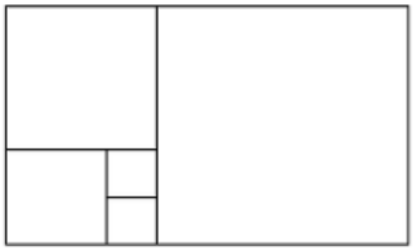
Ou réponse 2500 et 50 renoncements avec quelques essais initiaux au-dessus de 2500 en pensant que la décroissance est permanente de 3000 à 2500

0 Incompréhension du problème.

ou incapacité de calculer les montants

18. LES CARRÉS D'ALEX ET DE FRANÇOIS / DIE QUADRATE VON FRANÇOIS UND ALEX (Cat. 81, 91, 10)

Alex et François considèrent la figure suivante représentant un rectangle formé de cinq carrés.



Alex affirme que s'il connaît le périmètre d'un tel rectangle, il peut calculer son aire.

Alex choisit un périmètre du rectangle de 130 cm.

Quelle est l'aire du rectangle dans ce cas ?

François prétend qu'il peut calculer le périmètre d'un tel rectangle à partir de son aire.

François choisit une aire du rectangle de 1440 cm².

Quel est le périmètre du rectangle dans ce cas ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : rectangle et carré.
- Grandeurs et mesures : mesures de périmètres et aires.

Analyse de la tâche

- Observer que le rectangle est formé de 5 carrés : deux petits carrés dont les côtés peuvent être pris comme unité de longueur, un carré de côté double, un carré de côté triple et un grand carré de côté 5 unités.
- Remarquer que le rectangle a pour périmètre $2 \times (5 + 8) = 26$ (en unités) et qu'il contient $2 + 4 + 9 + 25 = 40$ carrés unité.
- Puisque le périmètre d'Alex vaut 130 cm, il a pris $130/26 = 5$ (en cm) pour côté d'un carré unité qui a donc une aire de 25 (en cm²) et dans l'exemple d'Alex, le rectangle a une aire de $25 \times 40 = 1000$ (en cm²).
- Puisque l'aire de François vaut 1440 (en cm²), il a pris dans son exemple $1440/40 = 36$(en cm²) pour aire d'un carré unité et 6 cm comme unité de longueur. Le périmètre du rectangle qu'il doit donner est donc $26 \times 6 = 156$ cm.

Attribution des points

4 Les deux réponses (1000 cm² et 156 cm) justifiées

3 Les deux réponses correctes sans explications ou explications confuses

2 Une réponse correcte et l'autre manquante ou erronée à cause d'une erreur de calcul

1 Début de raisonnement cohérent

0 Incompréhension du problème

19. JOGGING AU PARC / JOGGING IM PARK (Cat. 91, 10)

Anna et Emilio font du jogging le long d'un sentier qui forme une boucle de 9450 m de longueur. Anna prend généralement 45 minutes pour faire le tour complet et Emilio l'effectue en 30 minutes. Aujourd'hui ils se déplacent en sens opposés. À 10 heures précises, Anna croise Emilio et le salue, et chacun poursuit sa course sur le sentier dans le même sens qu'auparavant et toujours à la même vitesse.

À quelle heure Anna et Emilio vont-ils se rencontrer de nouveau ?

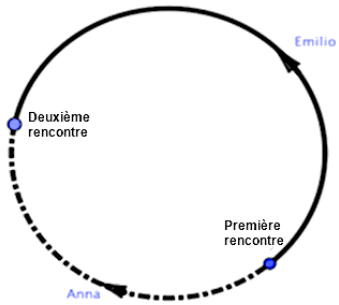
Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le temps entre les rencontres successives de deux personnes qui effectuent un parcours en boucle de 9450 m, en sens opposés, à des vitesses constantes : l'une mettant 45 minutes pour effectuer un tour du parcours, l'autre 30 minutes.

Analyse de la tâche



- Comprendre que les deux personnes se rencontrent à 10 h en un point du parcours, qu'elles continuent en s'éloignant l'une de l'autre, puis qu'elles se rapprocheront pour se rencontrer à nouveau. C'est-à-dire que l'une effectue une partie du parcours et la seconde en effectue une autre partie et que, lors de leur nouvelle rencontre, ces deux parties représentent un parcours entier ou 9450 mètres. (Ce qui peut se représenter par le dessin des deux parties sur une boucle, du genre
- Comprendre ensuite que si Emilio met 30 minutes pour effectuer le parcours entier et Anna 45 minutes, cela signifie que Emilio est plus rapide et que sa partie du parcours sera plus grande que celle d'Anna, mais, comme dit précédemment, la somme des deux parties est un parcours entier ou 9450 m.

  Ce n'est qu'à la condition de la perception que la somme des deux parties est le parcours complet qu'on peut passer aux valeurs numériques nécessaires : parcourir une partie à la vitesse de 9450 m en 30 minutes et l'autre partie à la vitesse de 9450 m en 45 minutes :

  Par essais successifs, par exemple 9450 m en 30 minutes correspond à 4725 m en 15 minutes et 9450 m en 45 minutes correspond à 3150 m en 15 minutes et, les deux ensemble 4725 + 3150 = 7875 mètres en 15 minutes (ce qui est insuffisant) puis après transformations en mètres par minutes, trouver les deux vitesses : 315 et 210 mètres par minutes et aboutir après quelques essais à 18 minutes.

Ou : en prenant en compte les parcours simultanés (somme des deux vitesses) qui conduit à 525 m par minute suivi de la division 9450 : 525 = 18 minutes

Ou : par essais, sans tenir compte des 9450 mètres mais en exprimant les vitesses en fraction du parcours / minute : 1/30 et 1/45 du parcours / minute en arrêtant la procédure à la 18e minute, lorsque la somme des deux fractions est égale à 1.

Ou : en prenant en compte les parcours simultanés (somme des deux vitesses) qui conduit à 1/30 + 1/45 = 5/90 = 1/18 du parcours par minute suivi de la division 1 : (1/18) = 18.

D'autres procédures sont évidemment possibles : par algèbre ou par représentation graphique des deux droites représentant : pour la première, la distance parcourue par l'une des personnes en fonction du temps (fonction linéaire croissante) ; pour la seconde le complément de la distance que la deuxième personne doit parcourir (fonction affine décroissante).

Pour les exploitations didactiques du problème on peut envisager la transition de la pensée proportionnelle à la pensée fonctionnelle lors du passage à un parcours fermé d'une longueur indéterminée.

Attribution des points

4 Réponse correcte (à 10:18 ou après 18 minutes) avec la description claire et complète de la procédure (par exemple : un tableau, un graphique qui représente les positions de Anna et Emilio sur le tour, des équations ou les essais effectués avec les calculs correspondants).

3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou incomplètes. Par exemple seulement une vérification du résultat sans expliquer une procédure ou des essais effectués.

2 Réponse correcte sans aucune explication

ou réponse située entre 16 et 20 minutes due à des erreurs de calcul avec une procédure essentiellement correcte,

ou réponse située entre 16 et 20 minutes comme essai approximatif

1 Début de raisonnement correct,

ou solution erronée (90 minutes) parce qu'on a calculé après combien de temps les deux personnes se retrouveront au même endroit qu'à leur première rencontre.

0 Incompréhension du problème.

20. THOMAS JOUE AVEC LES NOMBRES / THOMAS DER ZAHLENVERDREHER (Cat. 91, 10)

Thomas écrit un nombre de trois chiffres selon les règles suivantes :

- Tous les chiffres sont différents de 0.
- Le chiffre des centaines est plus petit que celui des dizaines.
- Le chiffres des dizaines est plus petit que celui des unités.

Il écrit ensuite tous les nombres différents qu'il peut obtenir en modifiant l'ordre de ces trois chiffres. Puis il additionne tous ces nombres, y compris celui qu'il a écrit en premier, et obtient la somme de 4218.

(Par exemple, s'il choisissait 358, il pourrait former les nombres 358, 385, 538, … dont la somme est 3552. Ce qui ne convient pas car 3552 est différent de 4218.)

Quel pourrait être le nombre de trois chiffres écrit par Thomas ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALISI A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer tous les nombres entiers de trois chiffres *abc*, avec $0 < a < b < c$, dont la somme des nombres formés par les six permutations de leurs trois chiffres est 4218.

Analyse de la tâche

- Se rappeler la structure polynomiale d'un nombre de trois chiffres : la somme du produit du premier chiffre (considéré ici comme nombre) par 100, du deuxième par 10 et du troisième par 1 c'est-à-dire se rendre compte qu'il faut décomposer les nombres en centaines, dizaines et unités, pour organiser les premiers essais.

  Vérifier qu'il y a bien six nombres différents qui s'écrivent avec les trois chiffres choisis.
- Vérifier l'exemple proposé, puis effectuer d'autres essais avec d'autres chiffres pour trouver des sommes des six permutations qui donnent 4218.

Ou : Se rendre compte progressivement que chacun des trois chiffres apparaît deux fois en position des centaines, deux fois en position des dizaines et deux fois en position des unités dans la somme des six nombres obtenus par permutations.

- Commencer, par exemple, par trouver des informations sur les trois chiffres à partir de 8, le chiffre des unités de 4218, qui doit être le double la somme des trois chiffres. Cette somme ne peut pas être 4 car si les plus petit chiffres 1, 2 et 3 avaient été choisis, leur somme 6 est trop grande. Donc ce double doit être 18 ou 28 ou 38 ou 48 et les sommes 9, 14, 19 ou 24. En procédant dans l'ordre seuls quelques essais suffisent :

  si le double de la somme des trois chiffres est 18, alors on aurait aussi 18 dizaines et 18 centaines, ce qui est insuffisant pour arriver à 4218 ; si le double de la somme des trois chiffres est 28, alors on aurait aussi 28 dizaines et 28 centaines, insuffisant pour arriver à 4218 ; si le double de la somme des trois chiffres est 38, alors on aurait aussi 38 dizaines et 38 centaines, ce qui est correspond à 38 + 380 + 3800 = 4218, donc la somme des trois chiffres est 19.

  Les trois chiffres différents, dont la somme est 19, peuvent être : 3, 7 et 9 ou 4, 6 et 9 ou 4, 7 et 8 ou 5, 6 et 8. Il n'y a que ces quatre solutions.

Ou : Envisager le cas général en écrivant les nombres de trois chiffres c, d, u sous forme polynomiale $\overline{cdu} = 100\,c + 10\,d + u$

La somme des six nombres est alors

$S = (2c + 2d + 2u) \times 100 + (2c + 2d + 2u) \times 10 + (2c + 2d + 2u) = 2\,(c + d + u) \times (100 + 10 + 1) = (c + d + u) \times 222$.
Puisque S = 4 218, il s'ensuit que : $c + d + u = 4\,218 \div 222$, donc que $c + d + u = 19$.

Trouver finalement les 3 nombres à un chiffre tels que $c + d + u = 19$ et $0 < c < d < u$. Il y a cinq solutions : 289, 379, 469, 478 et 568.

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète : les cinq triplets (2 ; 8 ; 9), (3 ; 7 ; 9), (4 ; 6 ; 9), (4 ;7 ; 8), (5 ; 6 ; 8) avec explication claires et complète du raisonnement suivi : décomposition des nombres en centaines, dizaines et unités puis regroupements par distributivité ou mise en évidence du facteur 222 avec mention de la somme des chiffres 19 ou recherche par un des chiffres (les unités par exemple)

3 Réponse correcte et complète avec explication incomplètes ou seulement des vérifications
ou réponse incomplète avec seulement 4 solutions (avec explications claires et complètes)

2 Réponse incomplète avec seulement 3 solutions (avec explications claires et complètes)

1 Début de recherche et réponse avec une ou deux solutions correctes

0 Incompréhension du problème