

1. LE DÉ DE PABLO (Cat. 31, 32)

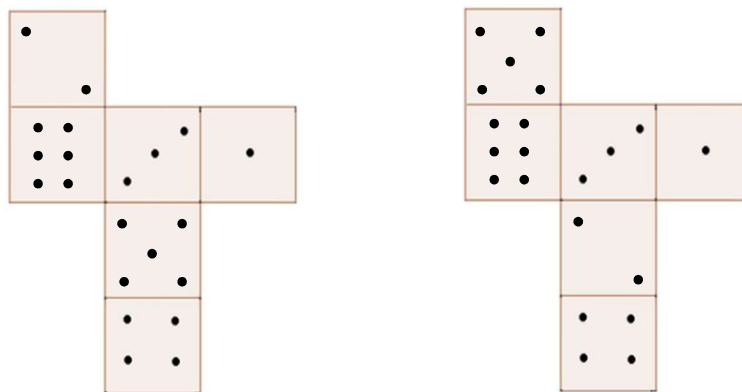
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Repérer les faces opposées d'un cube sur un patron plan et reconnaître les compléments additifs à 7.

Analyse de la tâche

- Comprendre comment construire un cube à partir du patron proposé.
- Identifier les paires de faces opposées (en imaginant ou en utilisant un dé construit).
- Garder à l'esprit la règle pour placer les points sur les faces des dés et noter que les 3 points et les 4 points sont sur des faces opposées, tracer 6 points sur la face opposée à 1.
- Comprendre que sur les deux faces restantes, identifiées comme opposées, il faut dessiner 2 et 5 points ; alors il y aura deux possibilités pour la position des 2 et 5 points.
- Dessiner les deux possibilités :



Remarque : l'orientation spatiale des points de 3, 2 et 6 n'est pas prise en compte, comme cela se produit en réalité et il n'est donc pas nécessaire que les élèves fassent cette distinction. Par conséquent, elle n'est pas prise en compte dans l'attribution des points.

Attribution des points

- 4 Dessins des deux réponses possibles
- 3 Dessins des 2 réponses correctes avec une autre erronée
- 2 Dessin d'une seule réponse correcte sans autre erronée
- 1 Dessin d'une réponse correcte et une ou deux erronées
ou pas de dessin, mais une phrase comme « deux faces opposées doivent avoir 5 et 2 points et la face opposée à celle avec un point doit avoir 6 points »
- 0 Incompréhension du problème.

2. RONDE DE NOMBRES (Cat. 31, 32)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

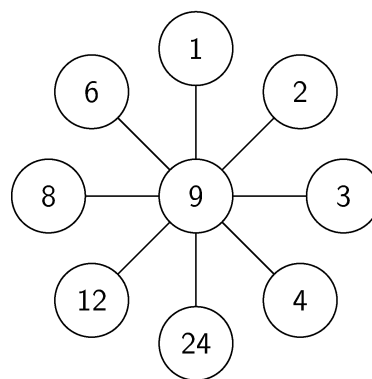
Trouver huit nombres entiers différents, facteurs deux à deux de quatre produits, chacun d'eux valant 24.

Analyse de la tâche

- Observer qu'il y a 4 paires de cercles alignés avec le cercle 9.
- Comprendre qu'il faut trouver, pour chaque paire de cercles alignés avec le 9, deux nombres dont le produit, multiplié par 9 donne 216.
- Comprendre qu'il faut diviser 216 par 9 et que le résultat (24) est le produit des deux nombres inscrits dans une paire de cercles alignés avec le cercle central (9).
- Chercher tous les couples d'entiers différents dont le produit est égal à 24. Trouver qu'il existe seulement quatre couples qui répondent à la demande (1, 24) ; (2, 12) ; (3, 8) ; (4, 6).

Ou

- Constater que la figure peut ainsi être complétée en respectant la règle donnée, comme sur cet exemple.



Attribution des points

- 4 Figure correctement complétée avec l'explicitation des calculs
- 3 Figure correctement complétée mais sans montrer les calculs effectués
ou bien, deux ou trois alignements correctement complétés avec des calculs explicites
- 2 Deux ou trois alignements correctement complétés sans explication des calculs
- 1 Un seul alignement correct
- 0 Incompréhension du problème

3. TOUS ASSIS (Cat. 31, 32)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Éliminer les multiples de 2 et les multiples de 3 dans une succession cyclique à partir du comptage de 21 éléments, dans un contexte de joueurs disposés en cercle.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation indiquée par la figure, garder à l'esprit la disposition en cercle ainsi que l'enfant à partir duquel commence la numérotation et le sens de rotation.
- Comprendre la règle du jeu, c'est-à-dire qu'au premier tour puis dans les suivants, la numérotation est effectuée uniquement par les enfants debout, qui doivent s'asseoir s'ils prononcent un multiple de 2 ou de 3.
- Rédiger une description chronologique de ce genre : le nombre 1 reste debout, le 2 s'assied, le 3 s'assied... le 11 reste debout, le 12 s'assied...
- Comprendre qu'après le premier tour seuls restent debout les enfants qui ont dit : 1, 5, 7, 11, 13, 17 et 19.
- Comprendre qu'il faut continuer avec un deuxième tour et celui qui avait dit 1 dit 22 et s'assied ; celui qui avait dit 5 dit 23 et reste debout... Après le deuxième tour seuls restent alors debout les enfants qui ont dit 23 et 25 et au troisième tour, ils diront respectivement 29 et 30.
- Conclure qu'à la fin du troisième tour, un seul enfant reste debout, celui qui a dit 29, qui devra encore dire 31, et reste debout, et enfin 32, et s'assied.
- Procédure graphique On peut aussi marquer les nombres sur le dessin puis biffer les multiples de 2 ou 3, puis au second tour marquer les nombres à côté de ceux qui n'avaient pas été biffés, ...

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (32) avec une procédure claire (par exemple un dessin qui indique clairement le nombre de tours et les nombres éliminés à chaque tour)
- 3 Réponse correcte (32) avec une procédure qui présente des passages confus
ou bien, réponse 30 ou 31 avec la procédure suivie
- 2 Réponse correcte qui ne présente aucune explication
- 1 Début de raisonnement qui conclut le premier tour avec la bonne élimination de tous les multiples de 2 ou de 3, y compris 2 et 3
ou bien, réponse 30 ou 31 sans la procédure suivie
- 0 Incompréhension du problème

4. CODE SECRET (Cat. 31, 32, 41)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver un nombre de trois chiffres tous différents à partir de cinq indications sur les chiffres « corrects » et/ou « bien placés ».

Analyse de la tâche

- Comprendre que la combinaison du coffre-fort est composée de 3 chiffres différents compris entre 1 et 9, qui doivent être déterminés et insérés dans l'ordre correct selon les indications de l'énoncé.
- Analyser les 5 essais proposés et observer que la première indication permet d'écarter les chiffres 1, 2 et 3.
- Comprendre à partir de la deuxième indication que 1 et 2 étant faux, 6 est le seul chiffre correct mais mal placé. En croisant cette information avec la troisième indication, déduire que 6 est en troisième position dans la combinaison recherchée et que 4 et 5 sont à écarter.
- La quatrième indication dit qu'un seul des chiffres 9, 5 et 7 est correct et mal placé. Comme 5 est exclu il y a incertitude entre 9 et 7.
- Déduire de la cinquième indication que 7 est le chiffre correct parce que 4 et 5 sont exclus, mais qu'il est mal placé. Donc, en confrontant cette indication avec la quatrième, découvrir que 7, ne peut être ni à la première ni à la troisième position, il occupera la position centrale et que 9 est à écarter.
- Se rendre compte que l'unique chiffre, parmi ceux que l'on recherche, qui peut être à la première position est 8, du moment que 1, 2, 3, 4, 5, et 9 sont exclus, 7 est le chiffre en position centrale et 6 celui en troisième position. Conclure que la combinaison est 8 7 6.

Ou

- Combiner une procédure par déductions avec une procédure par essais-erreurs, organisée ou non à partir de nombres de trois chiffres qui sont confrontés aux indications données.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (8-7-6 ou 876) avec la description détaillée de la démarche suivie pour arriver à la solution (les déductions qui permettent d'exclure un à un les chiffres à déterminer, ainsi que leur position, sont explicites)
- 3 Réponse correcte avec une description peu claire ou partielle de la démarche suivie (par exemple qui n'explique pas comment on arrive à exclure certains chiffres ou comment leur position correcte est trouvée)
- 2 Réponse correcte sans explications ou avec seulement la vérification montrant que les contraintes ont été respectées.
Ou deux seuls chiffres trouvés, avec un raisonnement correct
- 1 Début de recherche correct (par exemple : trois chiffres déterminés dont un seul correct)
- 0 Incompréhension du problème

5. VOUS NE PERDEZ JAMAIS ! (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver toutes les décompositions additives d'un nombre (63) de la forme $10n + 3m$.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le score obtenu après chaque partie est en fonction du respect ou non du temps imparti : 10 points si le temps a été respecté, sinon 3 points.
- Comprendre qu'on doit rechercher le nombre de parties jouées pour atteindre le score final et que ce score ne peut pas varier (il reste égal à 63)
- Observer qu'Aldo n'a pas terminé toutes les parties dans le temps imparti car le score final n'est pas un multiple de 10.
- Procéder par essais, par exemple choisir un nombre n de parties ayant rapporté 10 points, calculer le score ainsi obtenu et vérifier que la différence de ce nombre avec 63 est un multiple de 3 ($3m$). Si c'est le cas, additionner n et m pour trouver le nombre de parties jouées. En suivant cette procédure, il est possible d'oublier quelques solutions.

Ou

- Procéder par essais organisés en partant par exemple du nombre maximal de parties à 10 points qui ont pu être jouées : $63 = 60 + 3$ où 60 est le score obtenu grâce aux parties terminées dans le temps imparti (6) et 3 est le score qui peut être obtenu en jouant une partie à 3 points. Ainsi 7 parties ($6 + 1$) ont été jouées.
- Poursuivre la recherche en faisant l'hypothèse qu'un nombre inférieur de parties ont été jouées dans le temps imparti, par exemple 5, constater que la différence entre 63 et 50 est 13 qui n'est pas un multiple de 3 et écarter cette possibilité.
- Continuer ainsi et trouver les deux autres solutions possibles : 14 parties (3 parties à 10 points et 11 à 3 points) et 21 parties (0 partie à 10 points et 21 à 3 points).
- Au cours de la recherche, les élèves pourraient également observer la régularité qui permet d'identifier après les deux premières, l'autre solution possible : diminution de 3 du nombre de parties à 10 points et augmentation de 10 du nombre de parties à 3 points.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (7, 14, 21) avec une explication claire de la procédure suivie et le détail des calculs effectués
- 3 Réponse correcte avec une explication incomplète ou peu claire ou avec seulement une partie des calculs
ou les trois réponses possibles (6 parties dans le temps imparti et 1 partie en retard ; 3 parties dans le temps imparti et 11 parties en retard ; 0 partie dans le temps imparti et 21 parties en retard) données avec une procédure claire, sans calculer le nombre total de parties
ou réponse incomplète (il manque une solution) avec une explication claire et complète
- 2 Réponse correcte sans explication, ni calcul
ou réponse partielle (une seule solution) avec une explication claire et complète
ou deux possibilités avec une procédure claire sans calculer le nombre total de parties
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple une décomposition correcte de 63)
- 0 Incompréhension du problème

6. LES TÉTRALVEOLES (Cat. 32, 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer toutes les figures non superposables composées de quatre hexagones réguliers ayant au moins un côté en commun.

Analyse de la tâche

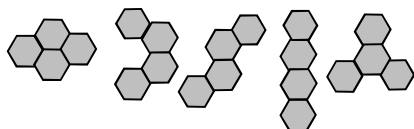
- Comprendre que chaque tétralvéole est une figure composée de quatre hexagones accolés et que l'assemblage sur la feuille fournie ne peut être correct que s'ils sont reliés par un côté et pas seulement par les sommets ou des parties de côtés.
- Comprendre que tous les tétralvéoles doivent être différents entre eux et qu'il est donc nécessaire de rechercher pour les éliminer les éventuelles figures qui se superposeraient après rotation ou retournement.
- Différentes stratégies peuvent être envisagées, par exemple, partir du tétralvéole de l'exemple (ou en composer un nouveau) puis déplacer un ou plusieurs hexagones pour obtenir différentes formes.

Ou

- Travailler de manière systématique à partir, par exemple, de figures composées de deux ou trois hexagones en cherchant où ajouter les hexagones manquants.
- Vérifier pour chaque cas que la figure obtenue n'est superposable à aucune des autres figures déjà trouvées après une rotation ou un retournement.

Attribution des points

- 4 Dessin des 5 nouveaux tétralvéoles différents, autres que ceux déjà dessinés, sans doublon ni figure fausse ou les 7 tétralvéoles différents (avec les 2 de l'énoncé).



- 3 Dessin des 5 tétralvéoles différents autres que ceux déjà dessinés, avec présence d'un doublon ou d'une figure fausse
- 2 Dessin des 5 tétralvéoles différents avec doublon(s) et/ou figure(s) fausse(s)
ou dessin de 3 ou 4 tétralvéoles différents sans doublon et sans figure fausse
- 1 Dessin de 3 ou 4 tétralvéoles différents avec doublon(s) et/ou figure(s) fausse(s)
ou dessin de 2 tétralvéoles différents avec ou sans doublon
- 0 Incompréhension du problème

7. L'ANNIVERSAIRE DE LUC (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver un nombre n dont la somme de sa moitié ($n/2$) et de son double ($2n$) est 60, dans un contexte d'âges.

Analyse de la tâche

- Comprendre les données du problème : Luc a le double de l'âge de Sara et la moitié de l'âge de sa tante ; la somme de l'âge de Sara et de l'âge de la tante est égale à 60.
- Procéder par essais en faisant des hypothèses sur l'âge de Luc, et effectuer les ajustements successifs pour arriver à réaliser l'égalité : $n \div 2 + 2n = 60$, c'est-à-dire la somme des âges de Sara et de Florence. La recherche peut être facilitée en partant du fait qu'il s'agit d'un double, l'âge de Luc doit donc être pair, et il doit être inférieur à 30 ($= 60 \div 2$), puisque 60 contient le double de l'âge de Luc plus sa moitié. Dans la recherche s'arrêter au nombre 24 qui satisfait aux conditions, $24 \div 2 + 24 \times 2 = 60$.

Ou

- Prendre comme référence l'âge de Sara, et comprendre que son nombre d'années est contenu deux fois dans celui de Luc, et donc quatre fois dans celui de la tante Florence. Calculer donc l'âge de Sara, $60 \div (1 + 4) = 12$. Doubler l'âge de Sara pour trouver celui de Luc : $12 \times 2 = 24$. S'aider éventuellement d'une représentation graphique pour arriver à la solution.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (24 ans) avec une description claire du raisonnement (calculs, ou schéma, ou tests double + moitié = 60, ou...)
- 3 Réponse correcte mais avec une description peu claire ou comportant certains manques
ou réponse erronée en raison d'erreurs de calculs mais avec une description claire des différentes étapes de la recherche
ou réponse correcte sur les âges de Sara et /ou Florence avec des explications claires, mais sans indiquer l'âge de Luc
- 2 Réponse correcte sans explication ou seulement une vérification
- 1 Début de recherche correcte (essais n'aboutissant pas au résultat)
ou réponse erronée en raison d'une confusion entre double et moitié
- 0 Incompréhension du problème

8. UN PEU DE FOOT (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Complétez un tableau en recherchant trois nombres naturels dont la somme est 38 et dont la somme des produits du premier nombre par 3, du second nombre par 1, du troisième par 0 est égale aux nombres attendus (61 et 91). Pour 61, un des trois nombres est donné.

Analyse de la tâche

- Comprendre le tableau et vérifier, pour l'équipe du Real Madrid, que la somme des matchs gagnés, nuls et perdus est de 38 et que le score 100 est obtenu en multipliant le nombre de matchs gagnés par 3 et en ajoutant au résultat le produit de 1 par le nombre de matchs nuls et 0 pour le nombre de matchs perdus : $3 \times 32 + 1 \times 4 + 2 \times 0 = 100$.
- Comprendre que le nombre de matchs perdus ne modifie pas le total des points, que les points obtenus lors des matchs nuls correspondent à leur nombre.
- Déduire que pour Valence, $61 - 10 = 51$ est le nombre de points obtenus pour les 17 matchs gagnés ($17 = 51 : 3$). Il y a 11 matchs perdus car $38 - (17 + 10) = 11$.
- Pour Barcelone, on peut procéder à partir du plus grand multiple de 3 inférieur à 91 en diminuant successivement de 1 le nombre de matchs :
 $91 = 3 \times 30 + 1$ et $30 + 1 + 7 = 38$ donc 30 victoires, 1 match nul et 7 défaites ou **30 / 1 / 7**
 $91 = 3 \times 29 + 4$ et $29 + 4 + 5 = 38$ donc **29 / 4 / 5**
 et ainsi de suite pour les deux cas suivants **28 / 7 / 3** et **27 / 10 / 1**, alors qu'avec 26 matchs la somme des victoires serait supérieure à celle des matchs joués :
 $91 - 3 \times 26 + 13$ et $26 + 13 = 39$; $39 > 38$.

Ou

- Observer qu'il s'agit de trouver trois nombres dont la somme est 38 tels que le triple du premier plus le deuxième font 91. Puisque 91 n'est pas un multiple de 3 mais que 90 l'est, il y a au moins un match nul. S'il y en a qu'un alors 30 matchs sont gagnés ($30 = 90 : 3$) et il y a donc 7 matchs perdus $7 = 38 - (30 + 1)$.
 - o Procéder de la même manière en augmentant le nombre de matchs nuls. Il ne peut y avoir 2 ou 3 matchs nuls parce que ni 89 ni 88 ne sont multiples de 3. Par contre, il peut y avoir 4 matchs nuls et 29 matchs gagnés ($29 = 87 : 3$) et 5 matchs perdus : $5 = 38 - (29 + 4)$. En continuant ainsi on obtient les autres possibilités et on exclut les nombres de victoires inférieurs à 27.
 - o Réaliser qu'en réduisant le nombre de victoires de un, pour obtenir le même score, il faut augmenter le nombre de nuls de 3, dans la mesure où la condition relative au nombre total de matchs le permet.

Ou

- faire une hypothèse sur le nombre de matchs nuls (ou gagnés), déterminer à partir du nombre de points obtenus durant la saison, le nombre de matchs gagnés (ou nuls) et enfin à partir du nombre de matchs joués, le nombre de matchs perdus. Certaines hypothèses conduisent à des impossibilités.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (11 matchs perdus pour Valence et 4 solutions pour Barcelone : 30/1/7, 29/4/5, 28/7/3 et 27/10/1) avec une explication claire de l'exhaustivité des 4 solutions (essais, raisonnements sur les multiples, déductions, avec détail des calculs...)
- 3 Réponse correcte avec une explication peu claire ou incomplète (il manque des essais ou l'explication qu'il n'y a que 4 possibilités pour Barcelone, ou les détails des calculs ne sont pas donnés)
 ou réponse correcte pour Valence et seulement 2 ou 3 possibilités pour Barcelone avec explications claires
 ou réponse correcte et bien justifiée pour Barcelone mais pas de réponse pour Valence
- 2 Réponse correcte pour Valence avec le détail des calculs et une seule possibilité pour Barcelone
 ou les quatre possibilités pour Barcelone dans lesquelles le nombre de victoires est correct mais avec une ou deux erreurs de calcul pour les défaites
- 1 Réponse correcte seulement pour Valence avec détail des calculs et pas de réponse pour Barcelone
 ou seulement la réponse correcte pour Valence sans explication et des essais montrant la compréhension de la situation pour Barcelone (par exemple, les nombres respectent la condition selon laquelle la somme des points égale 91 mais le nombre de matchs joués est différent de 38)
- 0 Incompréhension du problème

9. LES FRIANDISES DE GRAND-MÈRE PAULETTE (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver trois nombres, étant donné les relations entre eux : le second est égal au double du premier plus 5, le troisième est égal au second plus 9, et aussi égal à la somme du premier et du second.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les trois enfants mangent des quantités différentes de friandises et qu'il existe des relations entre ces quantités : Luc mange le double de friandises de Paul plus 5 autres, Bernard en consomme 10 de plus que Luc.
- Comprendre que le nombre de friandises consommées par Bernard est aussi égal au total des friandises consommées par Paul et Luc ensemble et que les trois enfants mangent toutes les friandises préparées par grand-mère.
- Procéder par essais, en faisant une hypothèse sur le nombre de friandises consommées par Paul et par conséquent le nombre de friandises consommées par Luc et Bernard, puis vérifier si le troisième nombre est égal à la somme des deux premiers. Par exemple, si vous posez que Paul a mangé 3 friandises, Luc en a pris le double plus 5 en plus, soit 11 et Bernard 9 de plus que Luc, soit 20. Mais 20 n'est pas égal à la somme de 3 et 11, nombres de friandises mangées par Paul et Luc, alors 3 n'est pas bon.
- Procéder ainsi, en s'aidant éventuellement d'un tableur pour établir que si Paul mange 9 friandises alors Luc en a pris 23 ($9 \times 2 + 5$) et Bernard 32 ($9 + 23$).
- Calculer la somme $9 + 23 + 32 = 64$ pour trouver que grand-mère a préparé 64 friandises.

Ou

- Comprendre d'après les relations données dans l'énoncé que Luc mange deux fois plus de friandises que Paul plus cinq autres, que Bernard en mange 9 de plus que Luc et donc le double de ceux de Paul plus 14.
- Dédire de la troisième information que ce nombre est aussi égal à la somme du nombre des friandises mangées par Paul et Luc, soit trois fois ceux de Paul plus 5. La situation peut également être représentée par des dessins. En déduire que Paul a mangé 9 friandises et déterminer les autres quantités et le nombre total de friandises préparées par Grand-mère.

Ou

- Considérer que Bernard a mangé 9 friandises de plus que Luc, c'est-à-dire le nombre de friandises mangées par Paul. Décrire ce raisonnement avec des mots ou avec une représentation graphique ou en utilisant le symbolisme algébrique suivant : soient P, L et B les nombres de friandises mangées respectivement par Paul, Luc et Bernard, et écrire $L = 2P + 5$, $B = L + 9$, mais aussi $B = P + L$. Par un raisonnement ou par substitution, déduire que $L + 9 = P + L$ donc $P = 9$. Alors Luc a mangé 23 ($2P + 5$) friandises et Bernard 32 et la grand-mère a préparé 64 friandises.

Ou

- Noter x le nombre de friandises consommées par Paul, puis écrire et résoudre l'équation : $2x + 14 = 3x + 5$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (64 friandises) avec une explication claire et complète de la procédure (explicitation des essais ou représentation graphique, ou procédure algébrique ou description verbale conduisant à la conclusion que $P = 9$)
- 3 Réponse correcte avec explication partielle ou imprécise (par exemple un seul essai ou une formalisation incomplète, ou une description de la procédure arithmétique peu claire)
ou seulement le nombre de friandises consommées par Paul, mais avec une explication claire et complète
- 2 Réponse correcte avec seulement une vérification
- 1 Début de raisonnement correct ou représentation correcte de la situation
- 0 Incompréhension du problème

10. PENDENTIFS EN OR (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Comparer l'aire de trois figures non polygonales et concaves obtenues en ajoutant et en supprimant des demi-disques de rectangles

Analyse de la tâche

- Comprendre que la quantité d'or dépend de l'aire du pendentif.
- Constater qu'il s'agit de figures non polygonales.
- Se rendre compte qu'il est nécessaire de comparer les aires après avoir considéré un pendentif à la fois.
- Stratégies possibles :
- Faire le choix du carreau (c) comme unité d'aire.
- Décomposer chaque figure, « découper » et recoller les morceaux et se rendre compte que le pendentif d'Anna a une aire égale à celle d'un rectangle de $6 \times 4 = 24$ c plus celle d'un demi-disque, le pendentif de Béatrice a une aire égale à celle d'un rectangle de $8 \times 4 = 32$ c et le pendentif de Camille a une aire égale à celle d'un rectangle $4 \times 2 = 8$ plus celle d'un carré $4 \times 4 = 16$ donc de 24 carrés, plus celle de la partie dépassant du demi-disque inscrit dans un rectangle 4×2 . Il est immédiatement évident que le pendentif de Béatrice est celui qui a la plus grande aire, il reste alors à déterminer de manière approximative celui qui a une plus petite aire entre le pendentif d'Anna et celui de Camille. L'aire du demi-disque est plus grande que l'aire de la partie excédentaire, donc le pendentif de Camille est celui qui a la plus petite aire.

Ou

- Procéder au comptage des carreaux contenus dans chaque figure, pour déterminer l'aire de manière approximative : $30\text{ c} < \text{le pendentif d'Anna} < 31\text{ c}$, le pendentif de Béatrice est de 32 c, $25\text{ c} < \text{le pendentif de Camille} < 26\text{ c}$. Déduire que le pendentif pour lequel plus d'or a été utilisé est celui de Béatrice, et celui pour lequel moins d'or a été utilisé est celui de Camille.

Ou

- Procéder au calcul de l'aire approximative des figures individuelles, qui peuvent être reliées aux rectangles en prenant un carreau comme unité d'aire ($6 \times 4 = 24$ c Anna, $4 \times 8 = 32$ c Béatrice, $4 \times 8 = 32$ c Camille), auxquels des demi-disques identiques ont été ajoutés et supprimés. L'aire approximative d'un demi-disque est $6,28 = (3,14 \times 2^2) / 2$.
 Aire du pendentif d'Anna : $24 - 6,28 + 6,28 + 6,28 = 30,28$ c
 Aire du pendentif de Béatrice : $32 - 6,28 - 6,28 + 6,28 + 6,28 = 32$ c
 Aire du pendentif de Camille : $32 - 6,28 - 6,28 + 6,28 = 25,72$ c
 En déduire que le pendentif pour lequel plus d'or a été utilisé est celui de Béatrice, et celui pour lequel moins d'or a été utilisé est celui de Camille.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (le pendentif de Béatrice est celui pour lequel plus d'or a été utilisé et celui de Camille est celui pour lequel moins d'or a été utilisé ou formulation équivalente) avec une description claire de la procédure effectuée (décomposition, comptage, comparaison des figures ou calculs approchés d'aires)
- 3 Réponse correcte avec une description peu claire de la procédure suivie
ou réponse erronée en raison d'une seule erreur de calcul ou de comptage avec une description claire de la procédure suivie
ou calcul de l'aire de seulement deux pendentifs
- 2 Seule la figure de plus grande aire est identifiée, avec une explication complète, avec présence au moins de tentatives pour déterminer l'aire des deux autres surfaces
ou calcul de l'aire d'un seul pendentif
- 1 Réponse correcte sans explication
ou début du raisonnement correct : il est clair que la grandeur en jeu est l'aire
- 0 Incompréhension du problème (par exemple, le périmètre de la zone est pris en compte à la place de l'aire)

11. LA BERGERIE DU BERGER ARTHUR (Cat. 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer toutes les manières possibles de diviser, avec deux sortes de segments de longueurs données disposés parallèlement aux côtés, un rectangle en deux parties, dont l'un a une aire double de l'autre et chacune contenant un point donné.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les barrières doivent être placées sur le quadrillage de la grille, parallèlement aux côtés du rectangle.
- Comprendre également, à partir de l'exemple, que toutes les barrières ne doivent pas nécessairement être utilisées à chaque fois.
- Calculer l'aire de l'enclos 96 m^2 (12×8) et en déduire l'aire des deux parties : la plus petite 32 m^2 ($96 : 3$) et la plus grande 64 m^2 (2×32). Il est aussi possible de raisonner en prenant pour unité le carreau.
- Identifier la possibilité symétrique à celle donnée à titre d'exemple (fig.1).
- Comprendre qu'en utilisant uniquement des barrières de 4 mètres, il existe six autres possibilités pour réaliser la division interne de l'enclos en respectant les contraintes : avec deux barrières comme en fig.2 et fig.3 ; avec trois barrières fig.4 et fig.5, avec quatre barrières comme en fig.6 et en fig.7

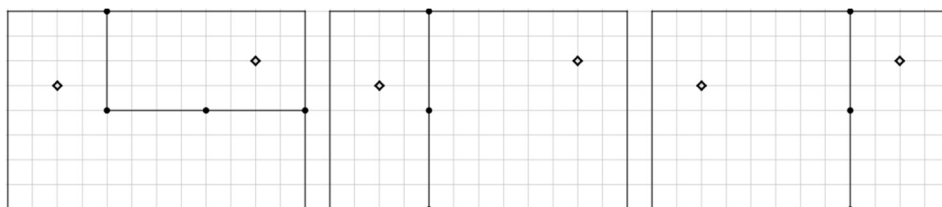


fig.1

fig.2

fig.3

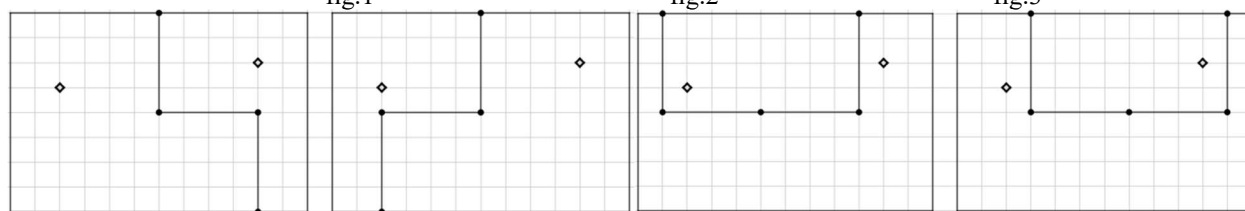


fig.4

fig.5

fig.6

fig.7

- De plus, en utilisant deux barrières de 4 mètres et celles de 6 mètres, on peut identifier deux autres possibilités (fig.8 et fig.9) :

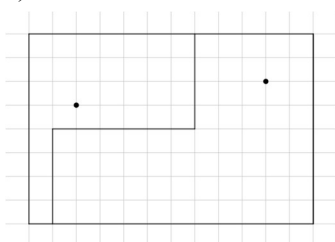


fig 8

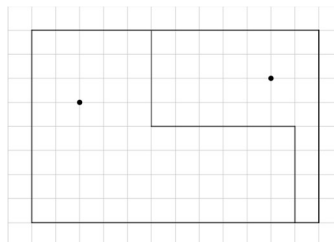


fig 9

Attribution des points

- 8 ou 9 figures correctes sans figures erronées.
- 7 figures correctes sans figures erronées
ou 8 ou 9 figures correctes avec au plus 2 figures erronées
- 8 ou 9 figures correctes avec 3 figures erronées ou plus
ou 7 figures correctes avec une ou plusieurs figures erronées
ou 5 à 6 figures correctes avec ou sans figures erronées
ou seulement 4 figures non symétriques identifiées, autres que celle donnée (par exemple fig. 2, 4, 6, 8)
- Moins de 5 figures correctes, éventuellement avec quelques figures erronées
- Incompréhension du problème

12. BISCUITS (Cat. 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver deux nombres entiers naturels dont la somme vaut 27 et la somme des produits du premier nombre par 4 et du second par 7 vaut 174.

Analyse de la tâche

- Se représenter la situation : les 174 gâteaux répartis en 27 boîtes où dans chaque boîte les gâteaux sont tous du même type : les unes de 4 « pâtisseries », les autres de 7 « biscuits ».
- Percevoir les relations numériques en distinguant bien les nombres de boîtes et les nombres de gâteaux :
le nombre de « pâtisseries » est égal à quatre fois le nombre de boîtes « pâtisseries » ($4 \times P$),
le nombre de « biscuits » est égal à sept fois le nombre de boîtes « biscuits » ($7 \times B$),
la somme des deux nombres de boîtes est égale à $27 = P + B$,
le nombre des gâteaux dans les deux types de boîtes est égal à $174 = (4 \times P) + (7 \times B)$.
- Pour trouver la solution sans recourir à l'algèbre (système de deux équations linéaires à deux inconnues) il faut commencer par un essai en choisissant les deux nombres de boîtes (par exemple 20 et 7), calculer les nombres de gâteaux correspondants ($(4 \times 20) + (7 \times 7) = 129$) et constater que le nombre de gâteaux est différent de 174 (à moins d'être tombé directement sur la bonne répartition !) puis recommencer avec d'autres essais, au hasard.
 - Ou en « conduisant » les essais en fonction des résultats précédents (par exemple après 20 et 7 qui donne 129, se rendre compte qu'il faudra augmenter le nombre de boîtes qui ont le plus de gâteaux (B, avec 7 gâteaux par boîte) et diminuer le nombre de celles qui ont le moins de gâteaux (P, avec 4 gâteaux par boîte).
Par exemple 15 et 12 donne $(4 \times 15) + (7 \times 12) = 144$, etc.
On arrive ainsi à la solution 5 et 22 vérifiée par $(4 \times 5) + (7 \times 22) = 174$.
 - Ou en essayant systématiquement tous les couples dont la somme est 27 : (0 ; 27), (1 ; 26)... pour arriver à (5 ; 22).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (5 boîtes de pâtisseries et 22 boîtes de biscuits) avec une description claire de la démarche (les essais sont indiqués avec les calculs permettant de distinguer les essais rejetés et la solution retenue)
- 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes (seulement la vérification de la solution sans mentionner les essais ou des essais contenant des erreurs)
- 2 Réponse correcte sans explication ni vérification
ou réponse erronée ne respectant pas la contrainte des 27 boîtes (par exemple : 26 boîtes de pâtisseries et 10 boîtes de biscuits $(26 \times 4) + (10 \times 7) = 174$)
ou une seule erreur de calcul dans la résolution
- 1 Début de recherche correcte, par exemple quelques essais montrant que les informations ont été comprises, mais sans aboutir
- 0 Incompréhension du problème