

**9. COLLECTION DE BD (Cat. 71)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Répartir la suite des nombres naturels de 1 à 162 en trois parties successives distinctes, sachant que la première et la dernière contiennent 148 nombres et que la dernière contient le tiers des nombres de la première ; puis indiquer les nombres qui composent la deuxième partie.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre la répartition des numéros : la bande dessinée est maintenant à son numéro 162, Louis et Henri en ont ensemble 148, Louis a tous les premiers, Henri tous les derniers et Henri en a le tiers de Louis.
- D'après ces données, se représenter mentalement ou par un dessin, la suite des nombres de 1 à 162 et ses différentes parties : les numéros de Louis qui sont les premiers, ceux qui manquent qui sont à déterminer, les numéros d'Henri qui sont les derniers et qui représentent le tiers des premiers.
- Passer dans le domaine numérique et des relations : la troisième partie qui vaut le  $\frac{1}{3}$  de la première et la seconde partie avec 14 numéros ( $162 - 148$ ).
- Comprendre que la première et la troisième partie, (148) sont proportionnelles à 3 et 1 (ou  $\frac{3}{3}$  et  $\frac{1}{3}$ ), que la réunion de ces deux parties correspond à 4 dans la proportionnalité (ou  $\frac{4}{3}$ ) et que par conséquent la répartition est 37 ( $148 : 4$ ) pour la troisième et 111 ( $37 \times 3$ ) pour la première.
- Identifier d'une manière ou d'une autre (il y en a beaucoup) les 14 numéros de la deuxième partie à partir de 112 ( $111 + 1$ ) : de 112 à 125.

Ou

- Une variante consiste à considérer que les numéros de Louis représentent les  $\frac{3}{4}$  (ou les numéros d'Henri le  $\frac{1}{4}$ ) des 148 numéros qu'ils possèdent ensemble.

Ou

- Écrire les numéros de Louis en commençant par 1 et procéder trois par trois. Associer à chaque fois aux trois numéros de Louis un numéro pour Henri en partant de 162. Par exemple : 1-2-3... 162/ 4-5-6...161/ 7-8-9...160/ 10-11-12 ... 159 et continuer ainsi jusqu'à un total de 148 numéros. Déterminer ainsi les numéros manquants.

Ou

- Procéder par essais et ajustements, par exemple en partant d'un nombre hypothétique de numéros achetés par Louis, calculer le nombre de numéros achetés par Henri, calculer la somme, et, si elle est différente de 148, faire un autre essai et ainsi de suite.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (il manque les numéros de 112 à 125), avec une procédure claire et complète et les calculs correspondants
- 3 Réponse correcte avec une procédure partielle ou peu claire  
ou réponse erronée due à une seule erreur de calcul mais avec une procédure correcte et bien expliquée
- 2 Réponse correcte sans explications  
ou réponse partiellement erronée (par exemple : de 111 à 125 ou 112 à 126) avec une procédure correcte et bien expliquée
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : soustraire 148 de 162 et trouver qu'il manque 14 numéros ou calcul de la quantité des numéros d'Henri et de Louis...)  
ou réponse erronée due à une erreur dans l'interprétation de la répartition
- 0 Incompréhension du problème

**10. ESCALIERS DE CURE-DENTS (Cat 71)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer les éléments de la suite 4 ; 10 ; 18 ; 28 ... correspondant aux segments nécessaires pour réaliser des figures « en escalier » construites en assemblant des carrés (3 figures sont données) et découvrir quel est l'ordre de l'élément de cette suite qui précède ou égale 150.

**Analyse de la tâche**

- Observer les trois figures données, percevoir leur propriété commune « en escalier ». Imaginer les autres « escaliers », de 3 marches, de 5 marches, etc...
- Comprendre que les cure-dents dont parle l'énoncé sont les côtés de chaque petit carré qui composent les figures, que dans certains cas un même cure-dent constitue un côté de deux petits carrés.
- Vérifier ensuite que l'escalier d'une marche (le petit carré isolé) est formé de 4 cure-dents, celui de deux marches est formé avec 10 cure-dents, puis dénombrer les cure-dents qui forment l'escalier de quatre marches : 28.

Passer ensuite à la recherche de l'escalier le plus haut qu'on peut construire entièrement avec les 150 cure-dents de la boîte.

- Dessiner ou construire les « escaliers » de 5 ; 6 ; 7 ; ... marches et dénombrer les cure-dents nécessaires : 40 ; 54 ; 70 ; ... pour arriver à 130 cure-dents pour l'escalier de 10 marches et constater qu'il faudrait 154 cure-dents pour l'escalier de 11 marches, qu'il ne sera pas possible de construire entièrement.

Ou

- Établir une correspondance entre les nombres de marches et les nombres de cure-dents et chercher comment passer d'un terme au suivant de la succession des nombres de cure-dents sans devoir dessiner ou construire les escaliers.

|                      |   |    |    |    |    |    |    |    |     |            |     |
|----------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|-----|------------|-----|
| Nombre de marches    | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9   | <b>10</b>  | 11  |
| Nombre de cure-dents | 4 | 10 | 18 | 28 | 40 | 54 | 70 | 88 | 108 | <b>130</b> | 154 |

Remarque : Il s'agit ici d'un tableau de valeurs de la fonction : nombre d'étages  $\rightarrow$  nombre de cure-dents (de N dans N), où la règle de passage d'un terme au suivant est « à partir de 4, additionner au terme précédent 6, puis 8, puis 10 ... et où la formule pour passer directement du nombre de marches  $n$  au nombre de cure-dents est  $n \rightarrow n(n+3)$ .

**Attribution des points**

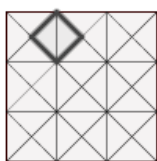
- 4 Réponse correcte (10 marches) avec dessin de la construction et écriture du nombre de cure-dents (130) ou description de la démarche (règle de formation de la suite ou relation entre nombre de marches et nombre de cure-dents) et justification qu'on ne peut pas construire l'escalier de 11 marches car il faudrait 154 cure-dents
- 3 Réponse correcte avec dessin ou description de la démarche, sans la justification de l'impossibilité de construire un escalier de 11 marches ou sans le nombre de cure-dents (130) nécessaires pour les 10 marches  
ou réponse 10 marches avec dessin ou explication mais une erreur dans le nombre de cure-dents nécessaires  
ou réponse 130 cure-dents sans mentionner le nombre de marches mais avec un dessin ou une description de la démarche  
ou réponse 11 marches avec dessin correct en mentionnant explicitement qu'il manque 4 cure-dents pour la réalisation
- 2 Réponse correcte sans explications ou sans la liste exhaustive des couples (nombre de marches, nombre de cure-dents) jusqu'à (10, 130) ou sans la règle de formation de la suite ou sans la relation entre nombre de marches et nombre de cure-dents  
ou réponse erronée 11 marches avec dessin sans mentionner qu'il manque 4 cure-dents  
ou réponse 130 cure-dents avec description incomplète de la démarche  
ou erreurs dans le comptage des cure-dents aboutissant à des escaliers de 8 ou 9 marches
- 1 Réponse erronée ou absence de réponse mais dessins de quelques escaliers attestant de la compréhension de la situation  
ou réponse 5 marches (ou 100 cure-dents) pour la construction des six premiers escaliers ( $4 + 10 + 18 + 28 + 40 = 100$ ) en pensant qu'il faut les construire tous et qu'il manquerait des cure-dents pour l'escalier suivant (54)
- 0 Incompréhension du problème

**11. PAPIER DÉPLIÉ (II)** (Cat. 71)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

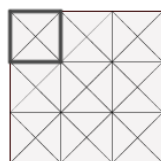
Repérer les différents types de carrés déterminés par une grille dont la maille est constituée de triangles rectangles isocèles (demi-carrés) et dénombrer tous les carrés.

**Analyse de la tâche**

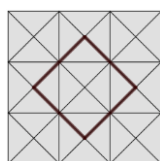
- Après avoir observé que la figure est formée de 3 rangs de 3 carrés (composés de 4 triangles) dont les côtés sont parallèles à ceux de la feuille, prendre en compte la remarque de Marco et se demander comment il en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des carrés plus grands, les uns formés de 4 des 9 carrés mentionnés avec les côtés aussi parallèles aux côtés de la feuille et le grand carré formé des 9 carrés mentionnés. Mais il y a encore d'autres carrés, avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille, formés de 2 triangles ou de 8 triangles
- Dénombrer les carrés pour chacune des quatre catégories :  
aux côtés parallèles aux côtés de la feuille : les 9 petits les 4 moyens et le grand  
aux côtés non parallèles aux côtés de la feuille : les 12 petits (2 triangles) et les 5 grands (8 triangles)



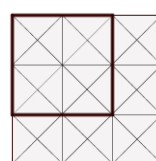
12



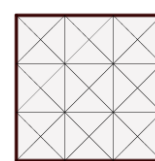
9



5



4



1

- Indiquer le nombre de carrés, 31, et les dessiner ou les décrire avec précision, soit en les coloriant de couleurs différentes sur plusieurs feuilles, soit en les désignant par des signes, soit en numérotant les triangles et en indiquant les triangles qui composent chaque carré, soit en dessinant un carré de chaque catégorie (comme ci-dessus) et indiquant le nombre de carrés pour chacune d'elles.

**Attribution des points**

- Réponse correcte (31) avec description précise des carrés (dessins, liste, ...), sans erreurs
- Les 5 catégories sont identifiées mais le dénombrement est erroné (oubli d'un ou plusieurs carrés d'une catégorie)  
ou 4 catégories sont identifiées sans autre erreur, et description précise : réponses 30 ou 27 ou 26 ou 22 ou 19 carrés  
( $30 = 12 + 9 + 5 + 4$  ou  $27 = 12 + 9 + 5 + 1$  ou  $26 = 12 + 9 + 4 + 1$  ou  $22 = 12 + 5 + 4 + 1$  ou  $19 = 9 + 5 + 4 + 1$ )
- Réponse correcte mais sans description des carrés  
ou les 5 catégories sont identifiées avec erreur de dénombrement (oubli d'un ou plusieurs carrés d'au moins 2 catégories)  
ou 4 catégories identifiées avec erreurs de dénombrement  
ou 3 catégories identifiées sans autre erreur de dénombrement, et description précise (par exemple réponse  $26 = 12 + 9 + 5$  ou  $26 = 12 + 9 + 4 \dots$ )
- 3 catégories identifiées avec erreurs de dénombrement  
ou 2 catégories identifiées avec ou sans erreur de dénombrement  
ou 1 seule catégorie identifiée sans erreur de dénombrement
- Incompréhension du problème

**12. LE CONFISEUR CONFUS (Cat. 71, 81)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Un premier mélange ayant été réalisé en inversant les masses nécessaires de deux composants, calculer la masse de celui des deux composants qu'il faut ajouter au premier mélange pour rétablir une proportion correcte.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la situation met en relation 2 grandeurs : masse d'eau et masse de sucre.
- Comprendre que, pour respecter la recette, la proportion d'eau et de sucre doit être la même que celle de la recette originale.
- Comprendre que, les quantités ayant été inversées, il faut ajouter du sucre en conservant la quantité d'eau, soit 1 000 g.
- Pour trouver la quantité de sucre à ajouter il faut partir de la recette « 1000 g de sucre pour 250 g d'eau » et chercher le mélange final contenant « une quantité encore inconnue de sucre et 1000 g d'eau » c'est-à-dire passer du couple : (1000 ; 250) au couple (1000 ; ?). Les quatre quantités se correspondant deux à deux, on peut les disposer en ligne, en colonne, en tableau, ...
- Il faut alors tenir compte du fait que, dans une situation de « recette », c'est le rapport  $1000/250 = 4$  ou « la masse du sucre doit toujours être 4 fois celle de l'eau » qui doit être conservé et non la différence ( $1000 - 250 = 750$ ) qui conduirait à l'erreur  $1000 + 750 = 1750$ . La quantité totale de sucre doit donc être 4 fois celle de l'eau ;  $1000 = 4 \times 250$  (en g).
- Dédurre alors les 250 g de sucre déjà contenus dans le premier mélange et trouver le sucre à ajouter :  $3750 = 4000 - 250$  (en g)

Ou

- Décomposer les opérations en plusieurs étapes, dont éventuellement le passage à l'unité, le passage au double, etc selon les propriétés de la proportionnalité qui conservent le rapport :

|                     |       |     |   |     |       |     |       |
|---------------------|-------|-----|---|-----|-------|-----|-------|
| Masse d'eau en g    | 250   | 25  | 1 | 100 | 500   | ... | 1 000 |
| Masse de sucre en g | 1 000 | 100 | 4 | 400 | 1 000 | ... | 4 000 |

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (ajouter 3 750 g de sucre au sirop) avec explications claires et complètes (tous les calculs explicités et de manière qu'il soit bien clair que le rapport entre les grandeurs est constant)
- 3 Réponse correcte mais avec explications peu claires et calculs incomplets  
ou réponse 4 000 g, qui ne tient pas compte du fait que dans la mauvaise préparation il y a déjà 250 g de sucre, avec une explication claire et complète
- 2 Réponse correcte sans explication  
ou réponse 4 000 g, avec une explication incomplète
- 1 Début de raisonnement correct, par exemple explication que les rapports des deux préparations doivent être égaux
- 0 Incompréhension du problème ou réponse 1 750 (ou  $1500 = 1750 - 250$ ) due à une confusion entre conservation de la différence et conservation du rapport

**13. LE JARDIN DE FLORA** (Cat. 71, 81, 91)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver la répartition de 36 rosiers, 132 violettes et 180 tulipes dans des plates-bandes où les répartitions sont identiques, sachant qu'il y a 8 tulipes de plus que de violettes dans chaque plate-bande.

**Analyse de la tâche**

- Retenir de l'énoncé : les trois nombres totaux de fleurs (36, 132 et 180), la répartition identique dans chaque plate-bande, la différence de 8 entre les violettes et les tulipes au sein d'une plate-bande.
- Observer les nombres donnés et chercher une relation à exploiter (par exemple : multiples de 12, différence 48 entre tulipes et violettes ...) et comprendre que le nombre de plates-bandes, à partir duquel on pourra déterminer les nombres de fleurs dans chaque plate-bande, est encore inconnu.

La recherche du nombre de plates-bandes peut s'effectuer :

- Par essais organisés, après avoir remarqué ou non que le nombre de plates-bandes est un diviseur commun à 36, 132 et 180 (2 ou 3, ou 4 ou 6 ou 12), jusqu'à obtenir la différence 8 entre tulipes et violettes. Par exemple avec 2 plates-bandes on a 18 roses, 66 violettes et 90 tulipes (solution à écarter) pour arriver à 6 plates-bandes de 6 roses 22 violettes et 30 tulipes.
- À partir de la différence de 48 entre violettes et tulipes pour l'ensemble des fleurs, déterminer le nombre de plates-bandes (6) en effectuant une simple division par 8. Partant de là, déterminer le nombre de fleurs de chaque catégorie dans une plate-bande en divisant le nombre total de fleurs d'une catégorie par 6 et conclure qu'il y a 6 rosiers, 22 violettes et 30 tulipes
- Envisager toutes les possibilités pour une catégorie de fleurs (le plus simple étant les roses) et tester les différents nombres de plates-bandes trouvés pour savoir s'ils sont compatibles avec les autres catégories de fleurs.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (6 rosiers, 22 plants de violette et 30 oignons de tulipe dans chaque plate-bande), avec explication claire de la procédure (détail des calculs ou liste des essais qui ont conduit à la solution)
- 3 Réponse correcte, avec explication incomplète ou seulement une vérification
- ou réponse erronée avec une seule erreur de calcul ou une confusion entre les types de plantes dans la prise en compte de la deuxième contrainte, mais avec une explication claire de la procédure
- 2 Réponse correcte, sans aucune explication
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple, quelques essais de recherche du nombre des plates-bandes)
- 0 Incompréhension du problème

**14. LE COLLAGE** (Cat. 71, 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer le triple d'un nombre qui, augmenté de 6, vaut 7 de moins que son double.

**Analyse de la tâche**

- Établir à partir de la lecture de l'énoncé les relations entre les nombres de feuilles d'André et de Béatrice avant et après l'échange : initialement André en a le double de Béatrice, puis le nombre de feuilles d'André diminué de 7 égale celui de Béatrice augmenté de 6 (une feuille a été détruite).
- Comprendre que le nombre de feuilles qu'a achetées André ne peut pas être inférieur à 8 (André en donne 7 à Béatrice) et que c'est un nombre pair (André a le double de feuilles de Béatrice).
- Se rendre compte que le nombre de feuilles achetées en tout est un de plus que le nombre de feuilles utilisées (Béatrice en a jeté une).
- Comprendre donc que les deux enfants ont le même nombre de feuilles depuis qu'André, qui initialement en avait le double de Béatrice, lui en a donnée 7 et qu'elle en a jeté une.
- Procéder par essais organisés, en faisant l'hypothèse qu'André a acheté 8 feuilles et donc Béatrice 4, augmenter de deux en deux (parce que le nombre de feuilles d'André est pair) et tester les nombres, pour finalement arriver à 26 pour André (en utilisant éventuellement un tableau ou un schéma ou un support graphique) et conclure que le nombre de feuilles achetées est 39 après être arrivé à l'égalité  $26 - 7 = (13 + 7) - 1$ .

Ou

- Procéder comme ci-dessus mais de façon inorganisée.

Ou

- Désigner par  $x$  le nombre de feuilles qu'a achetées Béatrice et écrire l'équation  $2x - 7 = x + 6$  qui a pour solution 13. En déduire qu'André en a acheté 26 et donc qu'au total  $13 + 26 = 39$  feuilles ont été achetées.

Il est aussi possible de faire le choix de deux inconnues pour faciliter la mise en équation et éviter des essais non organisés

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (39 feuilles) avec explication claire et complète de la procédure (résolution par essais avec présence des calculs ou mise en équation avec désignation précise des inconnues)
- 3 Réponse correcte avec explication peu claire ou incomplète (essais sans tous les calculs ou écriture de l'équation sans la signification des inconnues)  
ou réponse correcte avec seulement la vérification  
ou réponse : Beatrice a acheté 13 feuilles et Andrea 26 (sans la somme 39) avec une explication claire et complète de la procédure.
- 2 Réponse correcte sans aucune explication  
ou réponse « 38 » (la feuille jetée par Béatrice a été retirée) mais avec explication claire et complète  
ou réponse erronée suite à une seule erreur de calcul avec explication claire et complète  
ou réponse : Beatrice a acheté 13 feuilles et Andrea 26 (sans la somme 39) avec seulement une vérification ou des explications incomplètes.
- 1 Début de raisonnement correct (qui atteste de la compréhension de la situation)  
ou réponse : Beatrice a acheté 13 feuilles et Andrea 26 (sans la somme 39) sans explication ni vérification
- 0 Incompréhension du problème

**15. PARCOURS DE ROBOTS SAUTEURS (Cat. 71, 81, 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer le point d'intersection de deux parcours sur un quadrillage réalisés par des sauts réguliers successifs et trouver le nombre de sauts pour y arriver.

**Analyse de la tâche**

- Observer les empreintes des robots, prolonger les déplacements (mentalement ou par construction effective) et comprendre que les empreintes sont sur deux droites et qu'il est nécessaire de « sortir » de la feuille pour trouver le point d'intersection.

Pour trouver le point d'intersection :

- Prolonger effectivement le quadrillage sur une ou plusieurs feuilles collées ou travailler sur une feuille à carreaux plus petits et construire les traces des deux robots pour arriver au point commun et constater qu'on y arrive après 40 sauts de A et 24 sauts de B.

Ou

- Travailler au niveau numérique en remarquant que les traces sont l'une au-dessus de l'autre au départ, puis « décalées » horizontalement, puis qu'elles se retrouvent l'une au-dessus de l'autre après 15 cases ou 5 déplacements de 3 pour A et 3 déplacements de 5 pour B, la distance (verticale) entre les deux diminuant de 1 (de 8 à 7), en déduire que la distance sera nulle après 8 déplacements horizontaux de 15 côtés de carreaux.

Ou

- Exprimer les positions des traces de A et de B par leurs coordonnées, dont l'origine est, par exemple, le départ de A, une à une puis éventuellement 15 par 15 :

|         |   |    |    |    |    |    |     |     |     |    |     |     |
|---------|---|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| A saut  | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | ... | 10  | ... | 20 | ... | 40  |
| horiz.  | 0 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 | ... | 30  | ... | 60 | ... | 120 |
| vertic. | 0 | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 | ... | 20  | ... | 40 | ... | 80  |
| B saut  | 0 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | ... | ... | 12 | ... | 24  |
| horiz.  | 0 | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 | 30  | ... | ... | 60 | ... | 120 |
| vert.   | 0 | 3  | 6  | 9  | 12 | 15 | 18  | ... | ... | 36 | ... | 72  |
| +8      | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26  | ... | ... | 44 | ... | 80  |

Ou

- Algébriquement, déterminer l'équation des deux droites portant les traces pour A :  $y = 2x/3$ , pour B :  $y = 3x/5 + 8$ , puis les coordonnées de leur point d'intersection (120 ; 80) et calculer les nombres de sauts.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte et complète (Oui : A 40 sauts, B 24 sauts) avec des explications détaillées (graphiques ou verbales ou algébriques)
- 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes ou peu claires
- 2 Utilisation d'une stratégie correcte, mais erreur dans le repérage du point d'intersection  
ou repérage du point d'intersection sur un dessin des parcours sans répondre explicitement à la demande du nombre de sauts
- 1 Début d'une procédure correcte : dessin des premiers pas successifs, dessin de la droite résultante sans repérage du point d'intersection

ou réponse « Non », due à une erreur de dessin ou de calcul, mais cohérente avec les dessins ou les calculs

- 0 Incompréhension du problème

**16. LE SEIGNEUR DE TRANSALPIE (Cat. 81, 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer l'intervalle des valeurs possibles du prix d'une marchandise qu'un premier acheteur ne peut pas payer car il lui manque 3,20 € alors qu'il manque 45,50 € à un deuxième acheteur et qu'ils ne peuvent pas non plus payer en réunissant leurs avoirs.

**Analyse de la tâche**

- Percevoir les différentes grandeurs en relation : le prix de la collection (DVD) encore inconnu, les deux sommes économisées par Pierre et Paul (PR et PL) encore inconnues et les deux « manques » connus (3,2 et 45,5) mais difficiles à se représenter puisqu'il s'agit de nombres négatifs !
- Comprendre que s'il manque 3,2 euros à Pierre ; la relation entre PR et DVD se traduit (en euros) par  $PR = DVD - 3,2$  (ou  $PR + 3,2 = DVD$ ) ; de même  $PL = DVD - 45,5$  (ou  $PL + 45,5 = DVD$ ). On peut donc savoir que DVD est plus grand que PR et que PL, mais aussi plus grand que 3,2 et que 45,5, ce qui permet de déterminer la limite inférieure des DVD : le prix des DVD est plus grand que 45,5 euros ( $DVD > 45,5$ ).
- Comprendre que si les économies réunies de Pierre et Paul ne suffisent pas à acheter la collection, la relation se traduit par « la somme des économies de Pierre et de Paul est plus petite que le prix de la collection » ou encore : « la somme du prix de la collection moins 3,2 et la somme du prix de la collection moins 45,5 est inférieure au prix de la collection » et en regroupant les deux « manques » : « deux fois le prix de la collection moins 48,7 est inférieur au prix de la collection » et finalement après addition du « manque total » dans chaque partie de l'inégalité : « le manque total de 48,7 est inférieur au prix d'une collection ».
- Exprimer la réponse en combinant les deux relations précédentes. Le prix de la collection est plus grand que 45,5 et plus petit que 48,7 (en euros).

Ou

- Procéder par essais pour comprendre que la limite supérieure est 48,7 euros. Par exemple :  
hypothèse  $DVD = 50 \Rightarrow PR = 46,8 ; PL = 4,5 ; PR + PL = 51,1$  à écarter  
hypothèse  $DVD = 49 \Rightarrow PR = 45,8 ; PL = 3,5 ; PR + PL = 49,1$  à écarter  
hypothèse  $DVD = 48,5 \Rightarrow PR = 45,3 ; PL = 3 ; PR + PL = 48,3$  à accepter

Ou

- Procéder par voie algébrique en transcrivant les relations précédentes en inéquations  
 $DVD > 45,5$   
puis  $(DVD - 3,2) + (DVD - 45,5) < DVD \Rightarrow 2DVD - 48,7 < DVD \Rightarrow 2DVD < DVD + 48,7 \Rightarrow DVD < 48,7$

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (le prix des DVD est plus grand que 45,50 € et plus petit que 48,70 €), avec explication complète et claire (déductions logiques bien développées, résolution algébrique de l'inéquation, essais décrits pour montrer la limite supérieure)
  - 3 Réponse correcte avec seulement vérification des contraintes de l'énoncé ou avec une explication peu claire ou incomplète
  - 2 Réponse correcte sans explications
- ou réponse avec seulement les trois valeurs entières (46, 47 et 48) avec explications claires et complètes
- 1 Suite d'essais prenant en compte les contraintes du problème, mais sans valeur trouvée
  - 0 Incompréhension du problème.



**17. LES TULIPES D'ANNE** (Cat. 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer le nombre de points disposés sur les contours de deux carrés concentriques, à côtés parallèles et espacés de 30 cm, sachant que sur le grand carré les points sont distants de 20 cm, sur le plus petit de 15 cm et qu'il y a le même nombre de points sur chaque carré.

**Analyse de la tâche**

- Imaginer la figure qu'Anne veut réaliser et éventuellement faire un dessin représentant la situation : un petit et un grand carré de même centre et de côtés parallèles formant une double bordure (ou bande) de 30 cm de largeur, avec le même nombre de bulbes sur chaque carré, déterminant sur les côtés des deux carrés un même nombre de segments, de 15 cm sur le petit, de 20 cm sur le grand.
- Comprendre encore, puisqu'il y a un bulbe sur chaque sommet et que tous les segments sont de même longueur, que leur nombre est celui des bulbes sur chaque carré (la moitié du total) et qu'il y a le même nombre de segments sur chacun des côtés des deux carrés.
- Tirer encore de la donnée « distants de 30 cm » que le côté du grand carré mesure 60 cm de plus que celui du petit carré, ou que le périmètre du grand mesure 240 cm de plus que celui du petit.  
Il y a de nombreuses manières de procéder pour déterminer le nombre de bulbes à partir des longueurs des segments (15 et 20), et selon les différences de longueur des côtés ou des pourtours des carrés, (respectivement de 60 et 240 cm). Par exemple :
- Procéder par essais organisés, (bulbes par côté) : si par exemple le nombre de bulbes sur chaque côté était 3, la mesure du côté le plus long serait 40 cm et celle du côté le plus court 30 cm, mais leur différence serait de 10 cm et non de 60 cm ; si le nombre de bulbes était 5, la différence entre les deux mesures serait de 20 cm ( $20 = 80 - 60$ ) et ainsi de suite jusqu'à 13 bulbes sur chaque côté qui correspond à une différence de 60 cm [ $60 = 20 \times (13 - 1) - 15 \times (13 - 1)$ ] puis au calcul du nombre de bulbes en décomptant ceux des sommets pris deux fois :  $(4 \times 13) - 4 = 48$  par carré et 96 en tout.
- Procéder en pensant aux multiples de 20 et 15 (longueurs des segments par côté) : comprendre que la longueur d'un côté du grand carré s'obtient en multipliant par 20 le nombre de segments sur le côté, de la même manière la longueur d'un côté du petit carré s'obtient en multipliant par 15 le nombre de segments sur le côté, et sachant que les longueurs des côtés diffèrent de 60 cm, trouver que ce sont les 12<sup>e</sup> multiples respectifs de 20 et 15 qui donnent cette différence.
- Procéder par proportionnalité, en se référant à l'homothétie entre les deux carrés : le rapport est  $15/20 = 3/4$ , pour les longueurs des segments, il l'est aussi pour les périmètres dont la différence de longueur est 240 cm. On en tire les deux périmètres du petit  $720 = (3 \times 240)$  et du grand  $960 = (4 \times 240)$ , qui divisés respectivement par 15 et 20 donnent chacun 48.
- Recourir à l'algèbre. Par exemple (bulbe par côté) : désigner par  $n$  le nombre de bulbes sur chaque côté des deux carrés, mettre en équation le problème:  $20(n - 1) - 15(n - 1) = 60$  dont la solution est 13 qui conduit à 48 bulbes par carré après avoir décompté les quatre bulbes des sommets  
ou, plus simplement (bulbe par pourtour) : avec  $b$  bulbes sur chaque pourtour, poser l'équation :  $20b - 15b = 240$  dont la solution est 48.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (96 bulbes de tulipe) avec une explication claire et complète (représentation graphique, procédure par essais avec vérification de la compatibilité avec les conditions ou procédure algébrique avec désignation claire de l'inconnue.)
- 3 Réponse correcte avec une explication peu claire ou incomplète  
ou réponse erronée suite à une erreur de calcul, mais explication claire et complète qui atteste d'un raisonnement correct  
ou réponse 48 (oubli de doubler), mais avec explication claire  
ou réponse correcte avec seulement la vérification des conditions
- 2 Réponse correcte sans explication  
ou réponse 48 (oubli de doubler), mais avec explication incomplète
- 1 Début de recherche correct (représentation graphique exacte, présence de quelques essais, ...)  
ou réponse 104 due au non retrait de 4 bulbes aux sommets de chaque carré
- 0 Incompréhension du problème

**18. DES TRIANGLES SUR UNE PLANCHE À CLOUS (Cat. 81, 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Un triangle est déterminé par trois sommets se situant sur les intersections d'un réseau de points à maille carrée (planche à clous), aucun de ses côtés n'est situé sur une ligne du réseau. Trouver tous les autres triangles de même aire dont deux sommets donnés sont inchangés et le troisième sommet est un autre point du réseau.

**Analyse de la tâche**

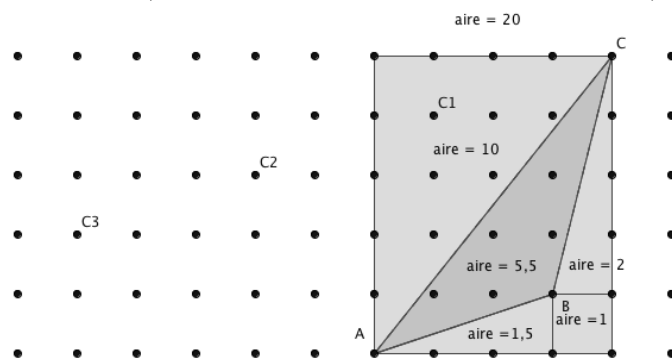
- Observer la figure et comprendre qu'il faudra tenir compte des limites de la planche à clous, de la disposition des clous sur la planche et de l'élastique tendu entre trois clous, de la position de deux des sommets qui est contrainte et de l'aire qui doit rester la même.
- Mettre en œuvre la formule de l'aire du triangle comme moitié du produit des mesures d'une base et de la hauteur correspondante ( $b \cdot h / 2$ ) et, par un raisonnement déductif, aboutir au constat que si la mesure d'un côté ( $b$ ) et l'aire ( $A$ ) sont constantes, la hauteur ( $h$ ) doit aussi être constante.
- Identifier la « hauteur » [CH] qui est portée par la perpendiculaire à la droite qui porte la base [AB] et prendre conscience que le point H, intersection des deux droites, n'est pas sur la base mais sur son prolongement.
- Identifier les emplacements où pourraient se situer les sommets différents de C lorsque l'autre extrémité H se déplace sur la droite (AB). Ce lieu géométrique est celui de l'extrémité du « segment hauteur », de mesure constante, c'est la droite parallèle à la base passant par C.
- Les trois constats précédents conduisent à l'identification des trois autres clous distincts de C situés sur la droite parallèle à (AB) passant par C.

Ou

- Après avoir déduit que la hauteur du triangle correspondant au côté [AB] doit être constante, tracer et mesurer la hauteur [CH], puis tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par un autre point de la grille et sur cette droite mesurer la distance du point à la droite (AB). Si cette mesure est égale à la longueur CH, le point convient, sinon recommencer avec d'autres points.

Ou

- Déterminer l'aire du triangle ABC et chercher d'autres triangles de même aire, dont deux sommets sont A et B. Il y a plusieurs manières de déterminer l'aire, en particulier :
  - L'aire, 5,5 carrés de la grille est déterminée par « pavage » (à partir de figures d'aires facilement déterminées : rectangle circonscrit, triangles rectangles), par décomposition et « soustractions » (un exemple est donné par la figure ci-dessous). La procédure longue et fastidieuse consiste alors à tester d'autres positions du troisième sommet sur la grille et à déterminer par pavages l'aire du triangle ainsi déterminé. L'essai de déplacer le sommet C de 1 carreau vers la gauche aboutirait à une aire de 6 ; en descendant ensuite de 1 carreau vers le bas, on arriverait à 5, etc.).



- Ou déterminer approximativement l'aire (par comptage des carrés entiers et recollage de parties de carrés ou utilisation de la formule de l'aire d'un triangle à partir de mesures, en cm, prises sur la figure).

Remarque : L'aire peut être calculée par la formule de Pick (vu qu'il y a un quadrillage qui est une planche à clous).  $A = p/2 + i - 1 = 3/2 + 5 - 1 = 5,5$  ( $p$  désigne le nombre de points sur les côtés du polygone et  $i$  le nombre de points à l'intérieur du polygone).

**Attribution des points**

- Réponse correcte avec les trois points (clous)  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  (sans points incorrects) et explications claires (procédure par la parallèle ou hauteur constante ou calcul des trois aires, ...)
- Réponse correcte avec les trois points (clous)  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  (sans points incorrects), sans explications ou oubli d'une ou de deux des positions, mais avec une démarche correcte bien expliquée (voir explication précédente)
- ou 4 points « C » donnés dont 3 corrects et une 4<sup>e</sup> position erronée due à des calculs pas suffisamment précis
- Une ou deux positions trouvées mais sans explication

---

ou calcul correct de l'aire du triangle ABC et au moins une tentative décrite de recherche d'autres positions possibles de « C » avec des calculs d'aires détaillés

1 Calcul de l'aire du triangle ABC à partir de mesurages

ou tentative de détermination de l'aire du triangle ABC par pavage sans arriver au résultat correct

ou d'autres débuts cohérents de recherche (par exemple affirmation que les triangles ayant tous la même base [AB] et la même aire, ils doivent avoir la même hauteur)

ou dessin du triangle symétrique du triangle ABC par rapport à l'axe du côté [AB], ce triangle ayant la même aire que ABC, mais le troisième sommet n'est pas sur un clou

0 Incompréhension du problème

**19. CINÉMA EN JEU (Cat. 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer les possibilités que deux événements complémentaires se réalisent : voir apparaître – ou non – une lettre sur un tirage de deux objets parmi huit : 5 nombres et 3 lettres.

**Analyse de la tâche**

- Dresser la liste de tous les tirages différents de 2 cartes par différents moyens : écriture des couples, utilisation d'un arbre, d'un tableau à double entrée... Il y en a 28 sans tenir compte de l'ordre (ou 56 avec ordre) et compter les tirages qui comportent au moins une carte avec une lettre : il y en a 18 (ou 36 avec ordre).

Ou

- Démarche utilisant la combinatoire :  
Nombre total de tirages, sans tenir compte de l'ordre : 8 possibilités pour la première carte et 7 pour la seconde, mais un même tirage est comptabilisé deux fois selon que la même carte est tirée en premier ou en second, ce qui fait  $(8 \times 7) / 2 = 28$ .  
Nombre de tirages sans lettre : même raisonnement, ce qui donne  $(5 \times 4) / 2 = 10$ . Nombre de tirages comportant au moins une lettre :  $28 - 10 = 18$ .  
Il est aussi possible de déterminer le nombre de tirages avec au moins une lettre : exactement une lettre  $3 \times 5$  plus 3 cas avec 2 lettres.
- Conclure que Raoul a plus de chance de se faire offrir son entrée au cinéma car 18 tirages sur 28 (ou 36 sur 56) est plus grand que les chances de Marie, 10 tirages sur 28 (ou 20 sur 56).

Réponse erronée possible :

En faisant appel à la « logique commune » : « Il y a moins de cartes avec une lettre, donc j'ai donc plus de chances de tirer deux cartes sans lettre et donc moins de chances d'avoir une carte avec une lettre quand je tire deux cartes ».

**Attribution des points**

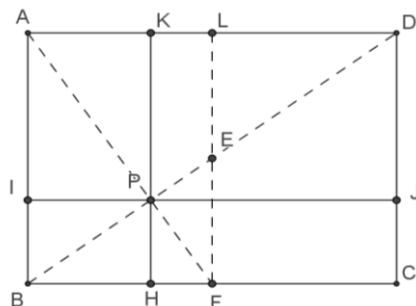
- 4 Réponse correcte (Raoul a 18 possibilités et Marie 10 possibilités) ou réponses sous forme décimale, fractionnaire ou 18 sur 28 et 10 sur 28, avec des explications claires et complètes (cf. l'analyse a priori)
- 3 Réponse correcte avec des explications partielles ou peu claires, mais correctes  
ou seulement le nombre de possibilités exact pour un seul des enfants (absence de l'autre ou erreur de calcul), avec des explications claires et complètes
- 2 Réponse correcte sans explication  
ou réponse cohérente avec un raisonnement correct avec au plus 5 tirages manquants sans tenir compte de l'ordre (10 en tenant compte l'ordre)  
ou réponse correcte avec explication erronée, mais avec au moins un dénombrement correct parmi 28, 18 ou 10 (ou 56, 36 ou 10).
- 1 Réponse correcte avec une explication erronée non mentionnée pour 2 points  
ou début de raisonnement avec au moins un des trois types de tirages possibles mais sans aboutir à une conclusion
- 0 Incompréhension du problème

**20. PLIAGES** (Cat. 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer à quelle distance de chacun des quatre côtés d'un rectangle se trouve le point d'intersection d'une diagonale et du segment qui joint un sommet et le milieu de la longueur opposée.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que pour déterminer la distance de P aux côtés du rectangle il est nécessaire de tracer les perpendiculaires passant par P aux quatre côtés ; on obtient les segments PI, PH, PJ, PK dont il faut calculer la mesure de leurs longueurs.



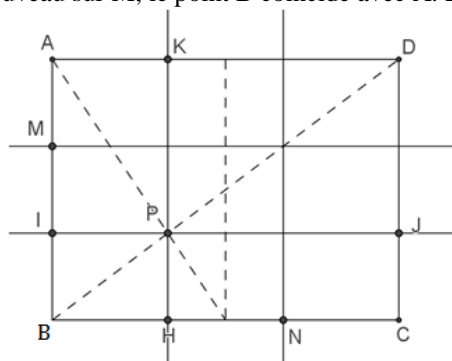
- Constaté que trois des distances à déterminer sont les hauteurs des triangles de sommet P qui ont comme bases AD, AB, BF, qui mesurent respectivement 24 cm, 18 cm et 12 cm.
- Identifier les triangles semblables, par exemple APD est semblable ou homothétique à BPF (leurs angles sont égaux) et le rapport d'homothétie est 2 car  $AD = 2 BF$ . En déduire que  $PK = 2PH = 2/3 HK = 12$  cm et  $PH = 1/3 HK = 6$  cm.
- Les triangles APB et FPE sont également semblables ou homothétiques et le rapport d'homothétie est 2 car  $AB = 2EF$  puisque EF est la moitié de LF. On en déduit que  $PJ = 2PI$  et  $PI = 1/3 IJ$ . Donc  $PI = 8$  cm et  $PJ = 16$  cm.

Ou

- Arriver aux conclusions précédentes en appliquant le théorème de Thalès, par exemple avec les parallèles AD et BC et les sécantes AF, BD et HK. Sachant que BF est la moitié de AD, on a  $PA/PF = PD/PB = PK/PH = AD/BF = 2$ , à partir de quoi on détermine PK et PH. Procéder de même avec les parallèles AB et LF et les sécantes AF, BE et IJ pour déterminer PI et PJ.

Ou :

- Continuer à travailler en pliant à l'aide d'une feuille de mêmes dimensions ou à l'échelle afin de trouver les relations entre les segments de la figure. Par exemple, en pliant la feuille le long du segment IJ, on découvre que le point M est le point médian entre A et I car, en pliant à nouveau sur M, le point B coïncide avec A. De même, en pliant le long du segment HK.



- Conclure que  $PH = 1/3 HK$  et  $PI = 1/3 IJ$ .

**Attribution des points**

- Réponse correcte et complète (la distance de P aux quatre côtés de la feuille sont 6, 12, 8, et 16, en centimètres, bien justifiée (reconnaissance des triangles semblables ou application du théorème de Thalès))
- Réponse correcte, mais justification partielle (par exemple, déduction des rapports 1/3 et 2/3 avec une explication incomplète)

ou un couple de distances correct, (6 et 12) ou (8 et 16) avec une procédure bien justifiée et l'autre couple de distances erroné à cause d'une erreur de calcul

ou trois distances correctes bien justifiées et une oubliée

ou seulement deux distances de P aux côtés non parallèles (une distance de chaque couple) bien justifiées

- Réponse correcte et complète mais avec seulement une ébauche d'explication géométrique ou une explication perceptive (par exemple, il y a deux triangles dont l'un est le double de l'autre)

ou seulement la distance de P à deux côtés parallèles de la feuille bien justifiée géométriquement

1 Réponse avec une seule distance calculée correctement et oublis ou erreurs pour les autres

ou essais montrant que les distances cherchées ont été reconnues mais que les calculs n'ont pas abouti à des réponses correctes

0 Incompréhension du problème

ou réponse correcte tirée d'une construction sur feuille quadrillée ou mesures sur un dessin à l'échelle (contrairement aux consignes), que le dessin soit joint ou pas.