

1. UN RUBAN BIEN COLORIÉ (Cat. 31)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le 103^e élément d'une suite composée de 6 éléments répétés périodiquement (couleurs RJBBB).

Analyse de la tâche

- Se représenter ou construire un ruban (ou une partie) des nombres naturels de 1 à 103 et colorier les cases en rouge, jaune, jaune, bleu, bleu, rouge ...
- Se rendre compte que le coloriage se répète à l'identique toutes les 6 cases.

Pour déterminer la couleur de la case 103 on peut :

- numéroté toute la bande jusqu'à 103, colorier les cases et observer que la couleur de la case 103 est rouge, s'il n'y a pas d'erreur dans la numérotation ni dans le coloriage périodique
- passer dans le domaine numérique, repérer la période de 6 et constater que les cases 1, 7, 13, 19, 25, ... 31, 37, 43, ..., 91, 97, 103 sont rouges ;
- utiliser une méthode plus courte en reconnaissant des multiples de 6 ou d'autres régularités.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (rouge), qui montre clairement et complètement la procédure suivie (dessin ou comptage sans erreur, montrant bien comment a été établi que la case 103 est rouge)
- 3 Réponse correcte avec une procédure incomplète ou confuse (par exemple, le début de la bande est correctement colorié mais la détermination de la couleur de la case 103 n'est pas clairement explicitée)
ou absence de réponse (rouge), mais la procédure est claire et complète
- 2 Réponse correcte avec au moins les 7 premières cases correctement coloriées
ou réponse erronée comportant une ou deux erreurs dans la suite complète jusqu'à la case 103 (mais sans erreur au moins jusqu'à la 12^e case)
- 1 Réponse correcte sans explication ni dessin
ou réponse erronée, mais début de recherche correcte
- 0 Incompréhension du problème

2. LE PETIT POUCKET (Cat. 31, 32)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la suite des sommes des nombres consécutifs à partir de 1 (1 ; 3 ; 6 ; 10 ; 15 ; ...) jusqu'au premier terme supérieur à 62, calculer la différence entre ce terme et 62 et déterminer le nombre de termes de la suite.

Analyse de la tâche

- Comprendre la règle de succession du nombre de cailloux, marche par marche, à partir des trois exemples donnés et de « ainsi de suite » : « 1 sur la première marche, puis, pour les marches suivantes, un de plus que sur la marche précédente et se rendre compte qu'il s'agit de la suite des nombres naturels consécutifs, 1, 2, 3, 4, 5, ... »
- Schématiser l'escalier et les cailloux sur chaque marche et les dénombrer jusqu'à un total inférieur à 62 et compléter le nombre de cailloux manquants sur la marche suivante, puis dénombrer les marches.
- Additionner au fur et à mesure de la montée dans l'escalier les nombre de cailloux déjà posés sur chaque marche et les précédentes : 1, puis $1 + 2 = 3$, puis $3 + 3 = 6$, puis $6 + 4 = 10$ pour obtenir la suite 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45 **55, 66**. Ces deux derniers nombres sont les nombres de cailloux qui devraient être déposés sur les marches, respectivement jusqu'à la 10^e et à la 11^e marches. Comme le Petit Poucet n'a que 62 cailloux, il lui en manque 4 pour arriver à 66 et pouvoir poser 11 cailloux sur la 11^e marche.

Ou

- Soustraire 1, puis 2, puis 3 ... à 62 pour trouver : $61 = 62 - 1$ après la 1^{ère} marche, $59 = 61 - 2$ après la 2^e marche, puis 56, 52, 47, 41, 34, 26, 17, 7 après la 10^e marche et constater qu'il manquera 4 cailloux pour pouvoir en déposer 11 sur la 11^e marche.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (l'escalier a 11 marches et il manque 4 cailloux pour la 11^e marche) avec des explications « claires » (où apparaît la suite des nombres 1, 3, 6, 10 ... 55 ou 66 selon le type de procédure, avec ou sans les additions ou la suite des nombres décroissants avec ou sans les soustractions successives, ou encore le dessin des cailloux déposés sur chaque marche avec 7 cailloux sur la 11^e ou l'addition $1 + 2 + 3 + \dots + 10 + 7 = 62$)
- 3 Réponse correcte et complète avec explication partielle
ou réponse « 11 marches », sans le nombre de cailloux manquants, mais avec explication claire.
ou réponse erronée mais cohérente (10 marches et il reste 7 cailloux ou 10 marches et il manque 4 cailloux ou 11 marches avec 7 cailloux sur la 11^e marche), avec explication claire
- 2 Réponse correcte et complète sans explication
ou réponse erronée mais cohérente due à une seule erreur de calcul, avec explications (11 marches avec une erreur dans le nombre de cailloux qui manquent, ou 12 marches ou 10 marches et des nombres de cailloux correspondants)
- 1 Réponse « 11 marches » sans le nombre de cailloux manquants, ou « 4 cailloux » sans le nombre de marches, sans explication
ou début de résolution avec les premiers termes de la suite
- 0 Incompréhension du problème

3. LES TABLETTES DE CHOCOLAT (cat. 31, 32)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une situation de proportionnalité quantité/prix où tous les nombres sont des entiers au plus égaux à 25, déterminer le prix erroné.

Analyse de la tâche

- Observer le dessin et constater qu'il y a quatre lots de tablettes dont le prix (première grandeur) est indiqué (12, 15, 21 et 24) et qu'on peut obtenir les quatre valeurs d'une deuxième grandeur : le nombre de tablettes dans chaque lot (4, 5, 6 et 8) en les comptant.
- Mettre en correspondance les prix des lots et les nombres de tablettes (écriture côte à côte, ou l'un en dessous de l'autre ou autre).

Pour déterminer le ou les couples à écarter :

- Observer les relations entre une valeur de l'une des grandeurs et la valeur correspondante de l'autre grandeur et retenir celle qui est valable pour trois des quatre couples : la multiplication par 3 (suggérée par le fait que 12, 15, 21 et 24 sont des multiples de 3 ou dans la table du 3). La vérification permet d'exclure le couple 6 et 21 car $6 \times 3 \neq 21$. Le 3 peut éventuellement être explicité comme le « prix d'une tablette ».

Ou

- Observer les régularités additives au sein des quatre valeurs ordonnées d'une même grandeur
de 1 en 1 dans les nombres de tablettes : **4** **5** **6** **7** **8**
de 3 en 3 dans les prix : **12** **15** **18** **21** **24**
pour constater que 6 et 21 ne sont pas en correspondance.

Ou

- Choisir un lot, déterminer le prix d'une tablette ($3 \text{ €} + 3 \text{ €} + 3 \text{ €} + 3 \text{ €} = 12 \text{ €}$ ou $4 \times 3 \text{ €} = 12 \text{ €}$ ou $12 \text{ €} : 4 = 3 \text{ €}$), vérifier si le prix déterminé est compatible avec les prix des autres lots et conclure qu'il n'y a qu'un lot pour lequel le prix est erroné, celui à 21 € qui devrait coûter 18 €.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (21 € est le prix erroné) avec une explication claire (le prix explicite de 3 € par tablette vérifié pour chaque lot, ou la mise en évidence de la multiplication ou de la division par 3 entre valeurs correspondantes, ou irrégularités découvertes dans la progression additive)
- 3 Réponse correcte avec une explication peu claire ou incomplète (par exemple détermination du prix d'une tablette, mais absence de la vérification du prix des lots)
- 2 Réponse correcte sans explication
ou, en plus de 21 €, un des trois autres prix est considéré erroné suite à une erreur de calcul, avec explication claire et complète
- 1 Début de recherche correct (par exemple constat que les prix des lots de 4 tablettes à 12 € et de 8 tablettes à 24 € sont corrects ou seulement la recherche du prix d'une tablette dans un lot ou le constat que la croissance des prix ne correspond pas à la croissance du nombre de tablettes)
- 0 Incompréhension du problème

4. LES DESSERTS DE SAMIA (Cat. 31, 32, 41)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les desserts différents, composés de 2 boules de glace choisies parmi 4 parfums, et de 1 fruit choisi parmi 2 fruits.

Analyse de la tâche

- Comprendre la composition d'un dessert et les choix qui portent sur chacune des deux boules pour lesquelles il y a quatre possibilités et sur le fruit pour lequel il n'y a que deux possibilités.
- Envisager ou imaginer quelques desserts issus des quatre choix offerts : pour une boule, pour l'autre boule, pour les fruits et se rendre compte de la signification de « desserts différents ». Lors de cette première « construction » des desserts, se rendre compte que l'ordre des choix ou la disposition des boules et fruits ne doit pas avoir d'importance ; (Par exemple le dessert « vanille – chocolat – orange » est le même que « orange – chocolat – vanille ») et que deux boules de même parfum peuvent être choisies.

Établir la liste de tous les choix (combinaisons) possibles

- Soit en composant des desserts sans ordre systématique et en éliminant ceux qui sont déjà proposés au fur et à mesure des nouvelles compositions, jusqu'à ce qu'on n'en trouve plus de nouvelle,
- Soit en commençant par les dix combinaisons des deux boules, de manière plus ou moins systématique :
 CC, CV, CP, CN VV, VP, VN PP, PN NN
 puis en complétant avec une figue ou une orange pour arriver aux 20 possibilités :
 CCf ; CVf ; CPf ; CNf CCo ; CVo ; CPo ; CNo
 VVf, VPf, VNf VVo, VPo, VNo
 PPf, PNf PPo, PNo
 NNf NNo
- Soit en partant des fruits

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (20 ou 20 desserts) avec une présentation organisée (liste, arbre...) ou non des solutions : CCf ; CVf ; CPf ; CNf ; CCo ; CVo ; CPo ; CNo ; VVf ; VPf ; VNf ; VVo ; VPo ; VNo ; PPf ; PNf ; PPo ; PNo ; NNf ; NNo, sans doublons
- 3 Réponse (19 ou 21) comportant une seule erreur (oubli ou doublon) : présence des 20 solutions et un doublon ou de 19 solutions différentes sans doublons
- 2 Deux à quatre erreurs (oublis ou doublons) avec présence des solutions
ou les 12 solutions CVf ; CPf ; CNf ; CVo ; CPo ; CNo ; VPf, VNf ; VPo, VNo, PNf, PNo (sans les boules de même parfum)
- 1 Réponse 20 sans présence des solutions
ou de cinq à huit erreurs (oubli ou doublon) avec présence des solutions
ou seulement les 10 combinaisons des deux boules
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 10 solutions différentes

5. PAPIER DÉPLIÉ (I) (Cat. 31, 32, 41)

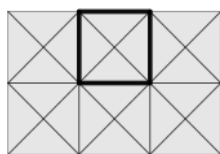
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

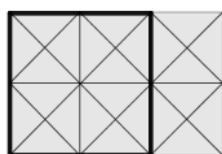
Repérer les différents types de carrés déterminés par une grille dont la maille est constituée de triangles rectangles isocèles (demi-carrés) et dénombrer tous les carrés.

Analyse de la tâche

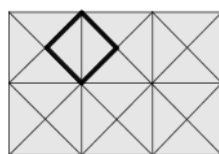
- Après avoir observé que la figure est formée de 2 rangs de 3 carrés (composés de 4 triangles) dont les côtés sont parallèles à ceux de la feuille, prendre en compte la remarque de Marco et se demander comment il en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des carrés plus grands, formés de 4 des 6 carrés mentionnés par Angela avec les côtés aussi parallèles aux côtés de la feuille mais qu'il y a encore d'autres carrés avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille, formés de 2 triangles ou de 8 triangles
- Dénombrer les carrés pour chacune des quatre catégories :
avec les côtés parallèles aux côtés de la feuille : les 6 petits et les 2 grands
avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille : les 7 petits (2 triangles) et les 2 grands (8 triangles)



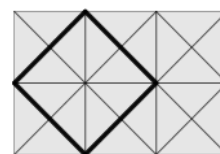
6



2



7



2

- Indiquer le nombre de carrés, 17 et les dessiner ou les décrire avec précision, soit en les coloriant de couleurs différentes sur plusieurs feuilles, soit en les désignant par des signes, soit en numérotant les triangles et en indiquant les triangles qui composent chaque carré, soit en dessinant un carré de chaque catégorie (comme ci-dessus) et en indiquant le nombre de carrés pour chacune d'elles.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : 17, avec description précise des carrés (dessins, liste,...), sans erreurs
- 3 Les 4 catégories sont identifiées mais le dénombrement est erroné (oubli d'un ou plusieurs carrés d'une catégorie) ou réponse 18 (avec 8 carrés formés de 2 triangles)
ou 3 catégories sont identifiées sans autre erreur avec une description précise : réponses 15 ou 10 ou 11 carrés ($15 = 6 + 7 + 2$ ou $10 = 6 + 2 + 2$ ou $11 = 7 + 2 + 2$)
- 2 Réponse correcte mais sans description des carrés
ou les 4 catégories sont identifiées avec erreur de dénombrement (oubli d'un ou plusieurs carrés d'au moins 2 catégories)
ou 3 catégories identifiées avec erreur de dénombrement
ou 2 catégories oubliées sans autre erreur et description précise : réponses 13 ou 8 ou 9 ou 4 carrés ($13 = 6 + 7$ ou $8 = 6 + 2$ ou $9 = 7 + 2$ ou $4 = 2 + 2$)
- 1 2 catégories identifiées avec erreur de dénombrement
ou 1 seule catégorie identifiée et description précise (réponse 6 ou 7 ou 2)
- 0 Incompréhension du problème

6. LA TENTE CANADIENNE (Cat 32, 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Choisir les figures qui constituent les faces d'un prisme à base triangulaire (tente canadienne) parmi 3 paires de triangles isocèles et 11 rectangles dont 4 paires de rectangles

Analyse de la tâche

- Comprendre que le dessin représente une tente qu'il faut interpréter comme un solide de l'espace formé de 2 triangles superposables (parties avant et arrière de la tente), 2 rectangles superposables (les deux pans du toit) et d'un autre rectangle (tapis de sol de la tente).
- Comprendre qu'une arête est formée par deux côtés de deux polygones qui sont en contact et donc que ces deux polygones ont un côté de même longueur. Par conséquent, les rectangles formant le toit doivent avoir un côté de même longueur qu'un côté « oblique » des triangles isocèles et l'autre côté de même longueur qu'un côté du rectangle de base ; la base des triangles isocèles et l'autre côté du rectangle de base doivent également être de même longueur.
- Comprendre ce qu'est une maquette, modèle réduit de la tente qui ne prend pas en compte certains éléments de la réalité (piquets, fermeture...).
- Comprendre que la maquette doit être réalisée en sélectionnant des figures parmi celles qui sont proposées, sans possibilité de les modifier.

Stratégies possibles :

- Procéder par essais de construction de la tente après avoir découpé les différentes figures.

Ou

- Procéder par essais en choisissant des figures qui sont susceptibles de convenir après avoir comparé les longueurs de leurs côtés.

Ou

- Procéder par déductions, par exemple :
 - Remarquer que tous les triangles sont isocèles (ou équilatéraux) et que leurs bases ont toutes même longueur, ce qui implique que le rectangle de sol ait aussi 2 côtés de cette longueur. Parmi les rectangles « isolés », il n'y en a qu'un seul qui convient, le rectangle B.
 - Dédire que les rectangles qui constituent le « toit » doivent avoir un côté de la même longueur que les deux autres côtés du rectangle B et que leur autre côté doit avoir même longueur que les côtés de même longueur du triangle isocèle.
 - Chercher ensuite, par découpage ou par mesurage, les paires de rectangles et de triangles qui peuvent s'assembler et conclure que la solution se compose du rectangle B pour le sol, des rectangles H et J pour le toit et des triangles M et N pour l'avant et l'arrière de la tente.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : assemblage ou indication des figures choisies (rectangle B, rectangles H et J, triangles M et N) avec une explication claire qui se réfère à la longueur des côtés ou à un découpage et une construction
- 3 Réponse avec indication des figures nécessaires avec une explication incomplète ou peu claire de la procédure suivie
- 2 Réponse correcte sans indication sur la façon dont les figures ont été trouvées
ou réponse partiellement erronée (au moins trois figures correctes) avec explication de la procédure suivie
- 1 Début de recherche appropriée mettant en évidence la recherche de figures ayant des côtés de même longueur
- 0 Incompréhension du problème

7. LE LIVRE DE MARC (Cat. 32, 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Construire une suite de nombres naturels commençant par 4, dont chaque terme est la somme du terme précédent et de son double (progression géométrique de raison 3) et déterminer le rang du premier terme de cette suite supérieur à 300.

Analyse de la tâche

- Saisir l'organisation de la lecture du livre : le premier jour (dimanche), 4 pages sont lues, le nombre de pages lues le 2^e jour est le double du nombre de pages lues la veille ($4 \times 2 = 8$). Pour connaître le nombre de pages lues chaque jour suivant, il faut commencer par totaliser le nombre de pages lues les jours précédents (qui est aussi le numéro de la dernière page lue la veille) et doubler ce nombre.
- Effectuer les calculs, jour par jour en notant précisément les deux opérations : prendre le double du nombre total de pages déjà lues, puis lui additionner les pages déjà lues tous les jours précédents :

	pages lues	nombre total de pages lues en fin de journée ou dernière page à laquelle on est arrivé
Dimanche	4	4
Lundi	$2 \times 4 = 8$	$8 + 4 = 12$
Mardi	$2 \times 12 = 24$	$24 + 12 = 36$
Mercredi	$2 \times 36 = 72$	$72 + 36 = 108$
Jeudi	$2 \times 108 = 216$	$216 + 108 = 324$
- Conclure que Marc lira la page 300 le jeudi.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (jeudi) avec une explication qui montre la suite 4, 12, 36, 108 et 324 (le détail des deux opérations pour chaque jour est suffisant)
- 3 Réponse correcte (jeudi) avec explication incomplète (seulement la suite 4, 12, 36, 108 et 324)
ou suite correcte avec explication complète (suite et détail des deux opérations pour chaque jour), mais le jeudi n'est pas indiqué dans la réponse
ou erreur sur le jour (mercredi ou vendredi), mais avec explication complète, sans erreur de calcul.
- 2 Réponse correcte sans explication
ou réponse « vendredi » établie à partir de la suite 4, 8, 24, 72, 216, 648 avec doublement du nombre de pages lues les jours précédents mais sans totalisation du nombre de pages lues à la fin de la journée
- 1 Début de raisonnement correct (erreur de calcul, suite partielle, autre erreur de jour)
ou réponse « samedi » avec la suite 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 (doublement du nombre de pages lues la veille sans jamais additionner les pages déjà lues)
ou réponse « dimanche » avec la suite 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512
- 0 Incompréhension du problème

8. LA CARTE ROUTIÈRE (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Replacer les virgules qui ont été supprimées dans l'écriture $38 + 12 + 56 + 195$ pour que cette somme soit égale à 40,9.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : la distance entre le premier village (A) et le dernier (E) est de 40,9 km et cette distance est la somme des distances des différents tronçons intermédiaires.
- Poser l'addition correspondante et se rendre compte que, si on ajoute une virgule avant le dernier chiffre de chaque nombre on obtient une somme plus petite que 40,9 : $1,2 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 30,1$
- Se rendre compte que les distances C-D (56 km) et D-E (195 km) comportent nécessairement une virgule sans quoi chacune de ces distances est à elle seule supérieure à la distance totale A-E et se rendre compte aussi, par calcul mental, que A-B (38 km) doit aussi comporter une virgule sinon il ne resterait que 2,9 km pour la somme des trois autres.
- Comprendre que les nombres qui expriment les distances intermédiaires ne comportent ni centièmes, ni millièmes parce que la distance A-E qui est la somme des distances intermédiaires est exprimée par un nombre qui ne comporte que des dixièmes et qu'il n'est pas possible d'obtenir 0 comme somme de centièmes ou de millièmes à partir des nombres fournis. De plus, 1,95 doit être écarté car ce serait le seul terme de la somme qui contiendrait des centièmes alors que le résultat n'en contient pas.
- Par conséquent, placer une virgule avant le dernier chiffre des nombres 38, 56 et 195. On obtient ainsi la somme : $12 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 40,9$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (A-B = 3,8 ; B-C = 12 ; C-D = 5,6 ; D-E = 19,5 avec ou sans « km ») avec la vérification $12 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 40,9$ et la description d'essais éventuels ou des commentaires (par exemple sur les raisons des choix des nombres où il est nécessaire d'ajouter une virgule)
- 3 Réponse correcte avec seulement la somme $12 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 40,9$ et éventuellement d'autres commentaires peu clairs
- 2 Réponse correcte sans explication (aucune somme n'est écrite)
ou réponse erronée due à une erreur de calcul dans la somme avec descriptions ou commentaires clairs
- 1 Début de recherche correcte (par exemple, exclusion des nombres trop grands 195 et 56)
- 0 Incompréhension du problème

9. COLLECTION DE BD (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Répartir la suite des nombres naturels de 1 à 162 en trois parties successives distinctes, sachant que la première et la dernière contiennent 148 nombres et que la dernière contient le tiers des nombres de la première ; puis indiquer les nombres qui composent la deuxième partie.

Analyse de la tâche

- Comprendre la répartition des numéros : la bande dessinée est maintenant à son numéro 162, Louis et Henri en ont ensemble 148, Louis a tous les premiers, Henri tous les derniers et Henri en a le tiers de Louis.
- D'après ces données, se représenter mentalement ou par un dessin, la suite des nombres de 1 à 162 et ses différentes parties : les numéros de Louis qui sont les premiers, ceux qui manquent qui sont à déterminer, les numéros d'Henri qui sont les derniers et qui représentent le tiers des premiers.
- Passer dans le domaine numérique et des relations : la troisième partie qui vaut le $\frac{1}{3}$ de la première et la seconde partie avec 14 numéros ($162 - 148$).
- Comprendre que la première et la troisième partie, (148) sont proportionnelles à 3 et 1 (ou $\frac{3}{3}$ et $\frac{1}{3}$), que la réunion de ces deux parties correspond à 4 dans la proportionnalité (ou $\frac{4}{3}$) et que par conséquent la répartition est 37 ($148 : 4$) pour la troisième et 111 (37×3) pour la première.
- Identifier d'une manière ou d'une autre (il y en a beaucoup) les 14 numéros de la deuxième partie à partir de 112 ($111 + 1$) : de 112 à 125.

Ou

- Une variante consiste à considérer que les numéros de Louis représentent les $\frac{3}{4}$ (ou les numéros d'Henri le $\frac{1}{4}$) des 148 numéros qu'ils possèdent ensemble.

Ou

- Écrire les numéros de Louis en commençant par 1 et procéder trois par trois. Associer à chaque fois aux trois numéros de Louis un numéro pour Henri en partant de 162. Par exemple : 1-2-3... 162/ 4-5-6...161/ 7-8-9...160/ 10-11-12 ... 159 et continuer ainsi jusqu'à un total de 148 numéros. Déterminer ainsi les numéros manquants.

Ou

- Procéder par essais et ajustements, par exemple en partant d'un nombre hypothétique de numéros achetés par Louis, calculer le nombre de numéros achetés par Henri, calculer la somme, et, si elle est différente de 148, faire un autre essai et ainsi de suite.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (il manque les numéros de 112 à 125), avec une procédure claire et complète et les calculs correspondants
- 3 Réponse correcte avec une procédure partielle ou peu claire
ou réponse erronée due à une seule erreur de calcul mais avec une procédure correcte et bien expliquée
- 2 Réponse correcte sans explications
ou réponse partiellement erronée (par exemple : de 111 à 125 ou 112 à 126) avec une procédure correcte et bien expliquée
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : soustraire 148 de 162 et trouver qu'il manque 14 numéros ou calcul de la quantité des numéros d'Henri et de Louis...)
ou réponse erronée due à une erreur dans l'interprétation de la répartition
- 0 Incompréhension du problème

10. ESCALIERS DE CURE-DENTS (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer les éléments de la suite 4 ; 10 ; 18 ; 28 ... correspondant aux segments nécessaires pour réaliser des figures « en escalier » construites en assemblant des carrés (3 figures sont données) et découvrir quel est l'ordre de l'élément de cette suite qui précède ou égale 150.

Analyse de la tâche

- Observer les trois figures données, percevoir leur propriété commune « en escalier ». Imaginer les autres « escaliers », de 3 marches, de 5 marches, etc...
- Comprendre que les cure-dents dont parle l'énoncé sont les côtés de chaque petit carré qui composent les figures, que dans certains cas un même cure-dent constitue un côté de deux petits carrés.
- Vérifier ensuite que l'escalier d'une marche (le petit carré isolé) est formé de 4 cure-dents, celui de deux marches est formé avec 10 cure-dents, puis dénombrer les cure-dents qui forment l'escalier de quatre marches : 28.

Passer ensuite à la recherche de l'escalier le plus haut qu'on peut construire entièrement avec les 150 cure-dents de la boîte.

- Dessiner ou construire les « escaliers » de 5 ; 6 ; 7 ; ... marches et dénombrer les cure-dents nécessaires : 40 ; 54 ; 70 ; ... pour arriver à 130 cure-dents pour l'escalier de 10 marches et constater qu'il faudrait 154 cure-dents pour l'escalier de 11 marches, qu'il ne sera pas possible de construire entièrement.

Ou

- Établir une correspondance entre les nombres de marches et les nombres de cure-dents et chercher comment passer d'un terme au suivant de la succession des nombres de cure-dents sans devoir dessiner ou construire les escaliers.

Nombre de marches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre de cure-dents	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	154

Remarque : Il s'agit ici d'un tableau de valeurs de la fonction : nombre d'étages \rightarrow nombre de cure-dents (de N dans N), où la règle de passage d'un terme au suivant est « à partir de 4, additionner au terme précédent 6, puis 8, puis 10 ... et où la formule pour passer directement du nombre de marches n au nombre de cure-dents est $n \rightarrow n(n+3)$.

Attribution des points

- Réponse correcte (10 marches) avec dessin de la construction et écriture du nombre de cure-dents (130) ou description de la démarche (règle de formation de la suite ou relation entre nombre de marches et nombre de cure-dents) et justification qu'on ne peut pas construire l'escalier de 11 marches car il faudrait 154 cure-dents
- Réponse correcte avec dessin ou description de la démarche, sans la justification de l'impossibilité de construire un escalier de 11 marches ou sans le nombre de cure-dents (130) nécessaires pour les 10 marches
ou réponse 10 marches avec dessin ou explication mais une erreur dans le nombre de cure-dents nécessaires
ou réponse 130 cure-dents sans mentionner le nombre de marches mais avec un dessin ou une description de la démarche
ou réponse 11 marches avec dessin correct en mentionnant explicitement qu'il manque 4 cure-dents pour la réalisation
- Réponse correcte sans explications ou sans la liste exhaustive des couples (nombre de marches, nombre de cure-dents) jusqu'à (10, 130) ou sans la règle de formation de la suite ou sans la relation entre nombre de marches et nombre de cure-dents
ou réponse erronée 11 marches avec dessin sans mentionner qu'il manque 4 cure-dents
ou réponse 130 cure-dents avec description incomplète de la démarche
ou erreurs dans le comptage des cure-dents aboutissant à des escaliers de 8 ou 9 marches
- Réponse erronée ou absence de réponse mais dessins de quelques escaliers attestant de la compréhension de la situation
ou réponse 5 marches (ou 100 cure-dents) pour la construction des six premiers escaliers ($4 + 10 + 18 + 28 + 40 = 100$) en pensant qu'il faut les construire tous et qu'il manquerait des cure-dents pour l'escalier suivant (54)
- Incompréhension du problème

11. PAPIER DÉPLIÉ (II) (Cat. 42)

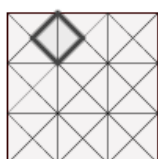
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

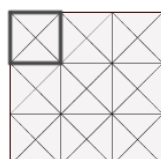
Repérer les différents types de carrés déterminés par une grille dont la maille est constituée de triangles rectangles isocèles (demi-carrés) et dénombrer tous les carrés.

Analyse de la tâche

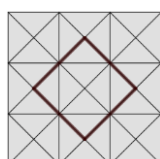
- Après avoir observé que la figure est formée de 3 rangs de 3 carrés (composés de 4 triangles) dont les côtés sont parallèles à ceux de la feuille, prendre en compte la remarque de Marco et se demander comment il en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des carrés plus grands, les uns formés de 4 des 9 carrés mentionnés avec les côtés aussi parallèles aux côtés de la feuille et le grand carré formé des 9 carrés mentionnés. Mais il y a encore d'autres carrés, avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille, formés de 2 triangles ou de 8 triangles
- Dénombrer les carrés pour chacune des quatre catégories :
aux côtés parallèles aux côtés de la feuille : les 9 petits les 4 moyens et le grand
aux côtés non parallèles aux côtés de la feuille : les 12 petits (2 triangles) et les 5 grands (8 triangles)



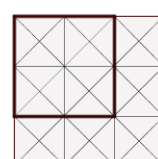
12



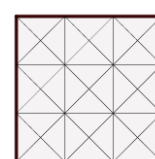
9



5



4



1

- Indiquer le nombre de carrés, 31, et les dessiner ou les décrire avec précision, soit en les coloriant de couleurs différentes sur plusieurs feuilles, soit en les désignant par des signes, soit en numérotant les triangles et en indiquant les triangles qui composent chaque carré, soit en dessinant un carré de chaque catégorie (comme ci-dessus) et indiquant le nombre de carrés pour chacune d'elles.

Attribution des points

- Réponse correcte (31) avec description précise des carrés (dessins, liste, ...), sans erreurs
- Les 5 catégories sont identifiées mais le dénombrement est erroné (oubli d'un ou plusieurs carrés d'une catégorie)
ou 4 catégories sont identifiées sans autre erreur, et description précise : réponses 30 ou 27 ou 26 ou 22 ou 19 carrés
($30 = 12 + 9 + 5 + 4$ ou $27 = 12 + 9 + 5 + 1$ ou $26 = 12 + 9 + 4 + 1$ ou $22 = 12 + 5 + 4 + 1$ ou $19 = 9 + 5 + 4 + 1$)
- Réponse correcte mais sans description des carrés
ou les 5 catégories sont identifiées avec erreur de dénombrement (oubli d'un ou plusieurs carrés d'au moins 2 catégories)
ou 4 catégories identifiées avec erreurs de dénombrement
ou 3 catégories identifiées sans autre erreur de dénombrement, et description précise (par exemple réponse $26 = 12 + 9 + 5$ ou $26 = 12 + 9 + 4 \dots$)
- 3 catégories identifiées avec erreurs de dénombrement
ou 2 catégories identifiées avec ou sans erreur de dénombrement
ou 1 seule catégorie identifiée sans erreur de dénombrement
- Incompréhension du problème

12. LE CONFISEUR CONFUS (Cat. 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Un premier mélange ayant été réalisé en inversant les masses nécessaires de deux composants, calculer la masse de celui des deux composants qu'il faut ajouter au premier mélange pour rétablir une proportion correcte.

Analyse de la tâche

- Comprendre que la situation met en relation 2 grandeurs : masse d'eau et masse de sucre.
- Comprendre que, pour respecter la recette, la proportion d'eau et de sucre doit être la même que celle de la recette originale.
- Comprendre que, les quantités ayant été inversées, il faut ajouter du sucre en conservant la quantité d'eau, soit 1 000 g.
- Pour trouver la quantité de sucre à ajouter il faut partir de la recette « 1000 g de sucre pour 250 g d'eau » et chercher le mélange final contenant « une quantité encore inconnue de sucre et 1000 g d'eau » c'est-à-dire passer du couple : (1000 ; 250) au couple (1000 ; ?). Les quatre quantités se correspondant deux à deux, on peut les disposer en ligne, en colonne, en tableau, ...
- Il faut alors tenir compte du fait que, dans une situation de « recette », c'est le rapport $1000/250 = 4$ ou « la masse du sucre doit toujours être 4 fois celle de l'eau » qui doit être conservé et non la différence ($1000 - 250 = 750$) qui conduirait à l'erreur $1000 + 750 = 1750$. La quantité totale de sucre doit donc être 4 fois celle de l'eau ; $1000 = 4 \times 250$ (en g).
- Dédurre alors les 250 g de sucre déjà contenus dans le premier mélange et trouver le sucre à ajouter : $3750 = 4000 - 250$ (en g)

Ou

- Décomposer les opérations en plusieurs étapes, dont éventuellement le passage à l'unité, le passage au double, etc selon les propriétés de la proportionnalité qui conservent le rapport :

Masse d'eau en g	250	25	1	100	500	...	1 000
Masse de sucre en g	1 000	100	4	400	1 000	...	4 000

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (ajouter 3 750 g de sucre au sirop) avec explications claires et complètes (tous les calculs explicités et de manière qu'il soit bien clair que le rapport entre les grandeurs est constant)
- 3 Réponse correcte mais avec explications peu claires et calculs incomplets
ou réponse 4 000 g, qui ne tient pas compte du fait que dans la mauvaise préparation il y a déjà 250 g de sucre, avec une explication claire et complète
- 2 Réponse correcte sans explication
ou réponse 4 000 g, avec une explication incomplète
- 1 Début de raisonnement correct, par exemple explication que les rapports des deux préparations doivent être égaux
- 0 Incompréhension du problème ou réponse 1 750 (ou $1500 = 1750 - 250$) due à une confusion entre conservation de la différence et conservation du rapport