

A. JEU DE FLÉCHETTES (Cat. 72)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les nombres possibles de termes 1, 10 et 100 (au maximum 25) dont la somme est 123.

Analyse de la tâche

- Comprendre comment est constituée la cible : la zone extérieure vaut un point, la zone intermédiaire 10 points et la centrale 100 points et l'extérieur vaut 0 point.
- Comprendre que toutes les fléchettes lancées permettent à Tom d'accumuler des points jusqu'à arriver à 123 et qu'il n'y en a pas nécessairement 25 dans la cible (les autres peuvent être en dehors de la cible).
- Se rendre compte que dans la zone centrale on ne peut trouver au maximum qu'une fléchette (sinon, le score serait égal ou supérieur à 200), dans la zone intermédiaire au maximum 12 fléchettes (sinon, le score serait égal ou supérieur à 130), dans la zone externe au maximum 23 fléchettes (sinon, s'il y en avait 24 il ne serait pas possible d'obtenir avec la fléchette restante le score de 123, ce qui ne serait pas le cas non plus si les 25 fléchettes étaient dans cette zone).
- Procéder par essais erreurs, organisés si possible, et décomposer le nombre 123 en une somme de centaines, dizaines et unités, en gardant à l'esprit qu'une centaine correspond à une fléchette dans la zone centrale, une dizaine à une fléchette dans la zone intermédiaire et une unité à une fléchette dans la zone extérieure.
- Penser à contrôler le nombre de fléchettes pour chaque décomposition trouvée :
 - 6 fléchettes : $1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1 = 123$
 - 15 fléchettes : $1 \times 100 + 1 \times 10 + 13 \times 1 = 123$ ou $12 \times 10 + 13 \times 1 = 123$
 - 24 fléchettes : $1 \times 100 + 23 \times 1 = 123$ ou $11 \times 10 + 13 \times 1 = 123$

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète : 6, 15, 24 (avec l'inventaire complet des cinq possibilités, voir ci-dessus)
- 3 Réponse correcte mais incomplète : les 3 nombres 6, 15, 24, mais seulement une possibilité de positionnement de fléchettes pour 15 et /ou 24
ou réponse incomplète 6, 15 ou 6, 24, mais avec les deux possibilités pour 15 et /ou 24
ou identification correcte de toutes les possibilités de positionnement mais pas d'explicitation du nombre de fléchettes
ou réponse avec les cinq possibilités correctes et une ou deux des possibilités avec 33 ou 123 fléchettes ($10 \times 10 + 23 \times 1$ ou 123×1) ne respectant pas le maximum de 25 fléchettes
- 2 Réponse correcte mais incomplète 6, 15 ou 6, 24 et seulement un positionnement de fléchettes pour chaque cas
ou indication de trois possibilités de positionnement des fléchettes sans explicitation du nombre de fléchettes
- 1 Début de raisonnement correct : seule la possibilité avec 6 fléchettes a été trouvée
ou réponse correcte mais incomplète (6, 15, 24) sans indication de la position des fléchettes
ou trois positionnements indiqués dont un est erroné
- 0 Incompréhension du problème

B. LES BOÎTES DE CATHERINE (Cat. 72, 82)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

A partir de trois développements partiels de boîtes à base carrée (sans couvercle), imaginer les solides correspondant et déterminer si on peut y placer 70 cubes de 1 cm d'arête.

Analyse de la tâche

- Observer les figures et se rendre compte qu'elles montrent les trois cartons carrés après le découpage des petits carrés dans les angles de longueurs de côtés (1 cm, 2 cm, 3 cm) c'est-à-dire les développements de trois boîtes de dimensions différentes
- Se rendre compte que, en pliant les cartons selon les lignes pointillées et en faisant se rejoindre les faces latérales, on obtient des parallélépipèdes rectangles de hauteurs différentes dont les bases sont des carrés de mesures aussi différentes.
- Comprendre que la hauteur de chaque boîte est égale au côté des petits carrés découpés dans les angles et que sur chaque niveau (couche) on pourra disposer au maximum le même nombre de cubes que sur la base.
- Comprendre que pour pouvoir remplir les boîtes avec le maximum de cubes, il faut les disposer l'un contre l'autre afin de ne pas laisser d'espaces vides entre eux.
- Se rendre compte que, en comptant les carreaux, que les bases des boîtes ont des aires respectives de 64, 36 et 16 carrés et que chaque cube a ses faces égales à ces carrés.
- Puisque la hauteur de la boîte A est égale à l'arête d'un cube, on la remplira avec une seule couche de 64 cubes (8×8), alors que la boîte B peut contenir 72 cubes au maximum ($36 + 36$ ou 36×2), boîte C peut contenir trois couches de cubes, donc 48 ($16 + 16 + 16$ ou 16×3).
- Conclure que l'unique boîte qui peut contenir les 70 cubes est la boîte B

Ou : découper les figures et construire les boîtes en utilisant du papier adhésif pour rejoindre les faces latérales ; si des cubes de 1 cm d'arête sont à disposition, remplir les boîtes et compter les cubes.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (boîte B) avec, description claire et complète (au moins, la détermination du nombre de cubes maximum que chaque boîte peut contenir : B (72) et A (64) ou C (48) et les raisons du choix de la boîte B $72 > 70$, alors que 64 et 48 sont plus petits que 70.
- 3 Réponse correcte (boîte B) avec description partielle de la procédure (par exemple détermination de 72, 64 et 48, sans expliquer le choix de la boîte B)
- 2 Réponse correcte (boîte B) sans description de la procédure ou calcul du nombre de cubes par boîte (72, 64 et 48) sans le choix de la boîte B
- 1 Début de recherche cohérent ou calcul, par exemple détermination de la surface de base de chaque boîte : 64, 36 et 16 ou réponse affirmant que la boîte A est trop basse et que la boîte C est trop étroite sans tenir compte des autres dimensions
- 0 Incompréhension du problème

C. TROIS, QUATRE OU CINQ DINOSAURES ? (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver le prix de 4 objets identiques sachant que le prix de 3 objets augmenté de 15 € est égal au prix de 5 objets diminué de 11 €.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le prix de trois dinosaures augmenté de 15 € est égal au prix de cinq dinosaures diminué de 11 € et que cette somme est égale à l'avoir de Tom.
- Comprendre qu'il faut trouver le prix de quatre dinosaures et la somme d'argent possédée par Tom et comparer ces 2 valeurs.
- Procéder par essais et ajustements pour déterminer le prix d'un dinosaure, en respectant les contraintes de l'énoncé. Ayant déterminé ce prix (13 €) :
soit chercher le prix de quatre dinosaures (52 €) et l'avoir de Tom ($3 \times 13 \text{ €} + 15 \text{ €} = 54 \text{ €}$ ou $5 \times 13 \text{ €} - 11 \text{ €} = 54 \text{ €}$) et conclure qu'il peut acheter les quatre dinosaures, car ils coûtent 52 € et que Tom dispose de 54 € ;
soit remarquer qu'avec les 15 € qui lui restent après achat de trois dinosaures, il peut encore en acheter un et qu'il lui reste encore 2 €.

Ou procéder par déductions :

La différence de prix entre trois dinosaures et cinq dinosaures est égale à 26 € ($15 + 11$). Elle correspond donc au prix de deux dinosaures, ce qui permet de trouver le prix d'un dinosaure (13 €). Terminer en utilisant l'un des deux raisonnements qui précèdent.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (oui, il peut acheter quatre dinosaures et il lui restera 2 €, ou seulement il lui restera 2 €), avec des explications claires et complètes (détail des essais pour la détermination de 13 € ou vérification à partir du prix trouvé)
- 3 Réponse correcte avec des explications partielles ou peu claires
ou réponse « oui », sans indiquer le reste de 2 €, avec explications claires de la détermination du prix
- 2 Réponse correcte sans explications
ou démarche correcte et bien expliquée, mais conclusions erronées à la suite d'une erreur de calcul.
- 1 Début de recherche montrant une compréhension de la situation
ou réponse « oui » sans explications
- 0 Incompréhension du problème

D. LE VITRAIL (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Dans une grille à cases carrées, tracer des rectangles permettant de la paver en connaissant pour chacun d'eux leur aire (avec une case de la grille comme unité d'aire) et l'emplacement d'une case qu'il couvre.

Analyse de la tâche

- Comprendre à l'aide du plan du premier vitrail réalisé par Claire (illustration en début d'énoncé) que chaque nombre représente l'aire en nombre de cases de chaque rectangle et est écrit dans une case de celui-ci ;
- Procéder par déductions successives, en commençant par les rectangles pour lesquels une seule solution est possible, par exemple F et K sur la solution ci-dessous :

					14				
	A				B				
	12			C					D
			12						
E		12	F			G			5
6					20				
		9		I					
		H		2					K
						J	5		3

Attribution des points

- Réponse correcte (les 11 rectangles tracés à la bonne place)
- Réponse avec 9 ou 10 rectangles bien tracés sans autre rectangle erroné (il peut rester des trous)
- Réponse montrant 7 ou 8 rectangles bien tracés sans rectangles erronés
ou plus de 7 rectangles bien dessinés mais présence d'erreurs (superpositions ...)
ou pavage de la grille avec 11 rectangles respectant les dimensions mais pas les positions (ne couvrant pas le carreau avec la taille).
- Début de recherche cohérente (par exemple : au moins 6 rectangles correctement placés).
ou réponse avec plus de 6 erreurs ou oublis
ou réponse (même partielle) erronée du point de vue des positions mais cohérente du point de vue du nombre de cases
- Incompréhension du problème ou moins de 6 rectangles

E. QUADRILATÈRES (Cat. 72, 82, 92)

ANALYSE A PRIORI

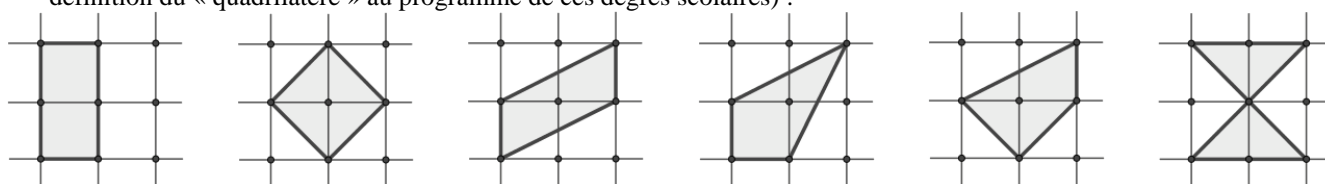
Tâche mathématique

Sur un quadrillage à maille carrée (2×2), dessiner tous les quadrilatères qui ont pour sommets des nœuds du quadrillage et dont l'aire est 2 (en carreaux du quadrillage).

Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème : aire 2 et sommets sur les nœuds du quadrillage
- Chercher les quadrilatères : le rectangle apparaît automatiquement, puis le carré et le parallélogramme non rectangle et, enfin, ceux qui sont moins familiers. On peut s'occuper soit de l'aire du quadrilatère, soit de l'aire de la grille non recouverte par le quadrilatère, qui valent toutes les deux 2 (carrés).
- Vérifier qu'il n'y ait pas plusieurs quadrilatères isométriques (ou superposables par une rotation, translation ou « retournement » / symétrie axiale)
- Dessiner les quadrilatères, sur la même grille avec des couleurs différentes ou sur plusieurs grilles.

Les cinq solutions attendues (avec une sixième, le quadrilatère croisé, qui pourrait apparaître éventuellement selon la définition du « quadrilatère » au programme de ces degrés scolaires) :



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (le dessin des 5* quadrilatères corrects), sans erreur ou doublon
 - 3 Une seule erreur (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2)
 - 2 Deux erreurs (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2), par exemple le dessin de 5 quadrilatères dont un doublon correspond à deux erreurs : un doublon et un oubli.
 - 1 Trois erreurs (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2)
 - 0 Incompréhension du problème ou un seul quadrilatère correct trouvé
- * Au cas où le quadrilatère croisé d'aire 2 est dessiné on l'accepte évidemment, mais sans modifier l'attribution des points.

F. NOMBRES ET DÉS (Cat. 72, 82, 92)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Écrire 12 chiffres, de 0 à 9, sur les faces de deux dés cubiques de manière qu'en les disposant judicieusement, on puisse présenter la suite des nombres entiers à partir de 10 sans interruption et en obtenir le plus grand nombre possible.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'on dispose de 12 faces, 6 par dé sur lesquelles on doit écrire dix chiffres, on devra donc nécessairement ne choisir que quelques chiffres pour chaque dé.
- Observer sur l'exemple que le 6 tête-bêche se lit 9 et donc si sur un dé on écrit par exemple le chiffre 6, il est inutile d'écrire le chiffre 9.
- Comprendre que, en utilisant deux dés, il y a plus de faces (douze) que de chiffres à écrire (neuf) : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6/9 ; 7 ; 8, donc trois chiffres devront figurer sur les deux dés.
- Se rendre compte que, pour écrire les nombres qui ont le même chiffre comme unité et comme dizaine, il faut que ce chiffre soit écrit sur les deux dés. Il y en a trois qui sont les seuls chiffres qui peuvent être répétés. Pour que la suite des entiers ne soit pas interrompue, il faut que ce soient nécessairement 1, 2 et 3 pour pouvoir former les nombres 11, 22 et 33. La suite des entiers se terminera par le nombre 43, il ne sera pas possible de former le nombre 44.
- Comprendre que pour combiner tous les nombres entiers successifs à partir de 10, les chiffres 0 et 4 doivent être écrits sur deux dés différents pour pouvoir former le nombre 40, alors que 5, 6/9, 7, 8 peuvent être écrits sur l'un ou l'autre dé indifféremment.
- Conclure qu'il faut écrire les chiffres 0, 1, 2, 3 sur un dé et 1, 2, 3, 4 sur l'autre, puis écrire sur les quatre autres faces les chiffres 5, 6/9, 7, 8, indifféremment.

Ou, procéder par essais en écrivant sur les faces de deux cubes ou de leur développement ou encore l'aide d'un tableau les différents nombres qu'on peut obtenir à partir de 10, pour arriver à la conclusion ci-dessus.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : (sur un dé les chiffres 0, 1, 2, 3 sur l'autre les chiffres 1, 2, 3, 4 alors que les chiffres restants peuvent être indifféremment sur l'un ou sur l'autre, et le nombre 43 ou la succession des nombres de 10 à 43) avec explication claire de la démarche (quelques considérations du genre de celles de l'analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires ou incomplètes
Ou réponse correcte et bien expliquée à la question mais il manque le nombre 43 ou la succession
- 2 Réponse correcte, sans explications
ou réponse erronée (1, 2, 3 sur les deux dés et 0 et 4 sur un même dé). avec le dernier nombre différent de 43 ou la succession
- 1 Réponse erronée (1, 2 sur les deux dés et 0 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 répartis sur les deux dés)
ou début de recherche cohérente
- 0 Incompréhension du problème

G. À LA FROMAGERIE (Cat. 72, 82, 92)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le coût d'un kg de fromage connaissant : le coût d'une pièce de ce fromage (30 €) ; le rapport entre 1 kg fromage et le lait nécessaire à sa fabrication (10 l) et la quantité de lait utilisée pour la pièce de fromage (12,5 l)

Analyse de la tâche

- Distinguer les trois grandeurs en jeu (masse de fromage, volume de lait et prix).
- Raisonner, plus ou moins consciemment, sur les rapports constants entre ces grandeurs, par exemple :
 - Calculer le rapport constant entre la masse du fromage et la quantité de lait ($10/12,5 = 4/5$ ou 0,8) et procéder directement par le calcul du coût de 1 kg de fromage ($30 \div 5 \times 4 = 24$ euros) ou, de même, $12,5 \div 10 = 1,25$ et $30 \div 1,25 = 24$.
 - Ou diviser 30 par 12,5 pour obtenir le prix pour 1 litre de lait et multiplier par 10 le prix de 10 litres : 24 euros.
 - Ou comprendre que le rapport entre les deux données 10 et 12,5 des volumes de lait est $5/4$ donc la dépense de 30 euro est la somme du prix de 1 kg et de $1/4$ de kg de fromage, c'est à dire 24 euro et 6 euro.
 - Ou, à partir de l'équivalence 1 kg = 1000 g, observer mentalement que : si 10 litres de lait donnent 1000 g de fromage, 12,5 litres donnent 1250 g de fromage. Puis, comme le partage en 5 parties de $1250 = 4 \times 250 + 250$ (en grammes) se reporte sur le partage en 5 parties de 30 euro ; le prix de 250 g de fromage est 6 euro et le prix d'un kilo est 24 euro.

Ou procéder par essais : donner un prix hypothétique à un kilo de fromage, le multiplier par le poids du fromage de 1,25 kg (obtenu par exemple avec la division $12,5 \div 10$) et vérifier si on obtient 30 euros ; modifier le prix hypothétique jusqu'à atteindre 24 euros.

Ou (au niveau d'expert, à partir de cat. 7) expliciter l'écriture des proportions :

Par exemple écrire la proportion $10 \div 1000 = 12,5 \div x$, où x est la masse du fromage acheté, en grammes, pour obtenir $x = 1250$ g (ou 1,25 kg). Puis par une seconde proportion ($1000 \div 1250 = y \div 30$, où y est le prix du fromage par kg, pour obtenir; $y = 24$ euro euros).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (24 euros) avec le détail de la procédure (rapports, proportions, en spécifiant les quantités qui y interviennent)
- 3 Réponse correcte (24 euros) avec des procédures non expliquées par le détail
- 2 Réponse correcte (24 euros) sans explication
ou procédure complète et correcte avec une seule erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement correct où la présence d'un rapport est mise en évidence
ou écriture incorrecte de la proportion (par exemple $10 \div 1000 = x \div 12,5$)
ou perception du rapport $4/5$ et conclusion erronée due à l'inversion $30 \div 4 \times 5$)
- 0 Incompréhension du problème

H. DÉPLACEMENTS (Cat. 82, 92)

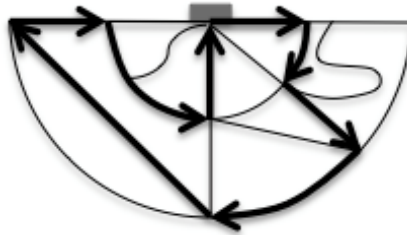
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dessiner sur un plan un itinéraire qui est décrit par un diagramme de déplacement « distance d'un point en fonction du temps »

Analyse de la tâche

- Imaginer comment varie la distance du point de départ au point où se trouve le promeneur selon le chemin qu'il suit et en fonction de la durée du parcours et les associer aux axes vertical (distance) et horizontal (écoulement du temps) du graphique.
- Comprendre qu'un segment horizontal signifie que le temps s'écoule alors que la distance reste constante, et le traduire dans les déplacements : soit le sujet est immobile, soit son parcours se situe sur un arc de cercle, dont le centre est le point de départ. Comprendre qu'un segment non horizontal signifie un éloignement ou un rapprochement vitesse constante le long d'une droite passant par le point de départ. L'inclinaison (angle formé par le segment et l'axe horizontal) dépend de la vitesse du sujet.
- Noter que le point de départ ne peut être que le château.
- Parmi les quatre segments qui s'éloignent du château, choisir celui qui est suivi d'un arc de cercle environ de la même longueur (même durée) et qui permet d'accéder à un nouveau segment de même pente que le premier (vitesse constante) s'éloignant toujours du château pendant la même durée que le premier, qui permet lui-même d'accéder à un arc de cercle pour une durée à peu près double de celle du premier.
Vérifier alors si on se situe bien au début d'un trajet qui se rapprochera puis s'éloignera du château, c'est-à-dire le sentier rectiligne reliant le bas du plan à sa droite. (Si on suit l'arc de cercle, la partie correspondante du graphique serait un segment horizontal.)
- Dessiner le seul chemin possible : Partir du château, vers la gauche du plan, emprunter le premier demi-cercle sur 45 degrés, tourner à droite et prendre le segment qui s'éloigne du château jusqu'au deuxième demi-cercle, tourner à gauche et emprunter le deuxième demi-cercle sur 45 degrés, prendre le sentier rectiligne qui mène à l'extrême gauche du plan, tourner à droite et se rapprocher du château jusqu'au premier demi-cercle, tourner à droite et suivre ce demi-cercle sur 90 degrés, tourner à gauche et rejoindre le château.



Critères d'attribution des points

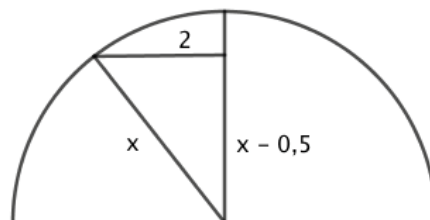
- 4 Parcours entièrement correct avec explications (récit des choix qui se présentent ou vérification)
- 3 Parcours entièrement correct sans explications
- 2 Une erreur de parcours et l'erreur complémentaire permettant d'arriver au château (l'arc de cercle plutôt que le chemin rectiligne par exemple)
- 1 Début du parcours (point de départ, un segment et un arc de cercle)
- 0 Incompréhension du problème

I. BALLON (Cat. 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Modéliser une situation d'application du théorème de Pythagore où deux côtés du triangle sont donnés.

Analyse de la tâche

- Modéliser la situation décrite avec un dessin et réaliser que la distance entre le ballon et le point d'attache, qui coïncide avec la longueur de la ficelle, reste constante dans les deux positions avec ou sans vent.
 - Reconnaître un triangle rectangle qui permet d'appliquer le théorème de Pythagore.
 - Exprimer la longueur d'un côté en fonction de la longueur de l'hypoténuse.
 - Appliquer le théorème de Pythagore qui donnera l'égalité : $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$.
 - Résoudre l'équation obtenue (en appliquant correctement le produit remarquable) pour trouver $x = 4,25$.
- Ou, après avoir modélisé la situation, faire des essais organisés pour résoudre l'équation $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (4,25 m) avec des explications claires et complètes et un schéma
- 3 Réponse correcte (4,25 m) avec des explications partielles ou peu claires ou simplement une vérification
- 2 Recherche faisant apparaître l'équation suivante $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$
Ou Réponse cohérente avec un mesurage sur un dessin à l'échelle représentant correctement la situation
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : 1 essai correct, mise en équation avec deux inconnues, un schéma ou un dessin représentant correctement la situation ...)
- 0 Incompréhension du problème