

8. TROIS, QUATRE OU CINQ DINOSAURES ? (Cat. 71)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le prix de 4 objets identiques sachant que le prix de 3 objets augmenté de 15 € est égal au prix de 5 objets diminué de 11 €.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le prix de trois dinosaures augmenté de 15 € est égal au prix de cinq dinosaures diminué de 11 € et que cette somme est égale à l'avoir de Tom.
- Comprendre qu'il faut trouver le prix de quatre dinosaures et la somme d'argent possédée par Tom et comparer ces 2 valeurs.
- Procéder par essais et ajustements pour déterminer le prix d'un dinosaure, en respectant les contraintes de l'énoncé. Ayant déterminé ce prix (13 €) :
soit chercher le prix de quatre dinosaures (52 €) et l'avoir de Tom ($3 \times 13 \text{ €} + 15 \text{ €} = 54 \text{ €}$ ou $5 \times 13 \text{ €} - 11 \text{ €} = 54 \text{ €}$) et conclure qu'il peut acheter les quatre dinosaures, car ils coûtent 52 € et que Tom dispose de 54 € ;
soit remarquer qu'avec les 15 € qui lui restent après achat de trois dinosaures, il peut encore en acheter un et qu'il lui reste encore 2 €.

Ou procéder par déductions :

La différence de prix entre trois dinosaures et cinq dinosaures est égale à 26 € ($15 + 11$). Elle correspond donc au prix de deux dinosaures, ce qui permet de trouver le prix d'un dinosaure (13 €). Terminer en utilisant l'un des deux raisonnements qui précèdent.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (oui, il peut acheter quatre dinosaures et il lui restera 2 €, ou seulement il lui restera 2 €), avec des explications claires et complètes (détail des essais pour la détermination de 13 € ou vérification à partir du prix trouvé)
- 3 Réponse correcte avec des explications partielles ou peu claires
ou réponse « oui », sans indiquer le reste de 2 €, avec explications claires de la détermination du prix
- 2 Réponse correcte sans explications
ou démarche correcte et bien expliquée, mais conclusions erronées à la suite d'une erreur de calcul.
- 1 Début de recherche correcte montrant une compréhension de la situation
ou réponse « oui » sans explications
- 0 Incompréhension du problème

9. LE VITRAIL (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une grille à cases carrées, tracer des rectangles permettant de la paver en connaissant pour chacun d'eux leur aire (avec une case de la grille comme unité d'aire) et l'emplacement d'une case qu'il couvre.

Analyse de la tâche

- Comprendre à l'aide du plan du premier vitrail réalisé par Claire (illustration en début d'énoncé) que chaque nombre représente l'aire en nombre de cases de chaque rectangle et est écrit dans une case de celui-ci ;
- Procéder par déductions successives, en commençant par les rectangles pour lesquels une seule solution est possible, par exemple F et K sur la solution ci-dessous :

					14				
	A				B				
	12			C					D
			12						
E		12	F			G			5
6					20				
		9		I					
		H		2					K
						J	5		3

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les 11 rectangles tracés à la bonne place)
- 3 Réponse avec 9 ou 10 rectangles bien tracés sans autre rectangle erroné (il peut rester des trous)
- 2 Réponse montrant 7 ou 8 rectangles bien tracés sans rectangles erronés
ou plus de 7 rectangles bien dessinés mais présence d'erreurs (superpositions ...)
ou pavage de la grille avec 11 rectangles respectant les dimensions mais pas les positions (ne couvrant pas le carreau avec la taille).
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : au moins 6 rectangles correctement placés).
ou réponse avec plus de 6 erreurs ou oublis
ou réponse (même partielle) erronée du point de vue des positions mais cohérente du point de vue du nombre de cases
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 6 rectangles

10. QUADRILATÈRES (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

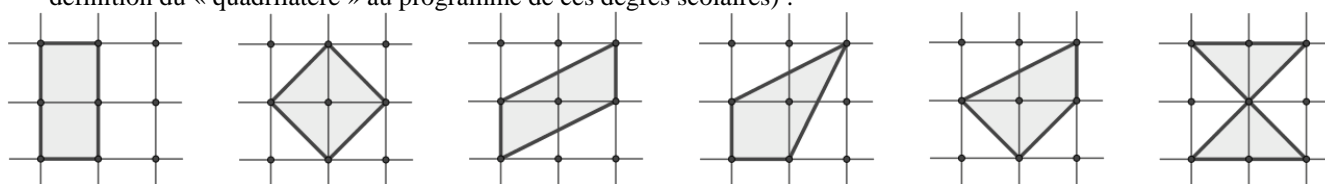
Tâche mathématique

Sur un quadrillage à maille carrée (2×2), dessiner tous les quadrilatères qui ont pour sommets des nœuds du quadrillage et dont l'aire est 2 (en carreaux du quadrillage).

Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème : aire 2 et sommets sur les nœuds du quadrillage
- Chercher les quadrilatères : le rectangle apparaît automatiquement, puis le carré et le parallélogramme non rectangle et, enfin, ceux qui sont moins familiers. On peut s'occuper soit de l'aire du quadrilatère, soit de l'aire de la grille non recouverte par le quadrilatère, qui valent toutes les deux 2 (carrés).
- Vérifier qu'il n'y ait pas plusieurs quadrilatères isométriques (ou superposables par une rotation, translation ou « retournement » / symétrie axiale)
- Dessiner les quadrilatères, sur la même grille avec des couleurs différentes ou sur plusieurs grilles.

Les cinq solutions attendues (avec une sixième, le quadrilatère croisé, qui pourrait apparaître éventuellement selon la définition du « quadrilatère » au programme de ces degrés scolaires) :



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (le dessin des 5* quadrilatères corrects), sans erreur ou doublon
 - 3 Une seule erreur (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2)
 - 2 Deux erreurs (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2), par exemple le dessin de 5 quadrilatères dont un doublon correspond à deux erreurs : un doublon et un oubli.
 - 1 Trois erreurs (doublon, oubli, figure non quadrilatère, aire différente de 2)
 - 0 Incompréhension du problème ou un seul quadrilatère correct trouvé
- * Au cas où le quadrilatère croisé d'aire 2 est dessiné on l'accepte évidemment, mais sans modifier l'attribution des points.

11. NOMBRES ET DÉS (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Écrire 12 chiffres, de 0 à 9, sur les faces de deux dés cubiques de manière qu'en les disposant judicieusement, on puisse présenter la suite des nombres entiers à partir de 10 sans interruption et en obtenir le plus grand nombre possible.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'on dispose de 12 faces, 6 par dé sur lesquelles on doit écrire dix chiffres, on devra donc nécessairement ne choisir que quelques chiffres pour chaque dé.
- Observer sur l'exemple que le 6 tête-bêche se lit 9 et donc si sur un dé on écrit par exemple le chiffre 6, il est inutile d'écrire le chiffre 9.
- Comprendre que, en utilisant deux dés, il y a plus de faces (douze) que de chiffres à écrire (neuf) : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6/9 ; 7 ; 8, donc trois chiffres devront figurer sur les deux dés.
- Se rendre compte que, pour écrire les nombres qui ont le même chiffre comme unité et comme dizaine, il faut que ce chiffre soit écrit sur les deux dés. Il y en a trois qui sont les seuls chiffres qui peuvent être répétés. Pour que la suite des entiers ne soit pas interrompue, il faut que ce soient nécessairement 1, 2 et 3 pour pouvoir former les nombres 11, 22 et 33. La suite des entiers se terminera par le nombre 43, il ne sera pas possible de former le nombre 44.
- Comprendre que pour combiner tous les nombres entiers successifs à partir de 10, les chiffres 0 et 4 doivent être écrits sur deux dés différents pour pouvoir former le nombre 40, alors que 5, 6/9, 7, 8 peuvent être écrits sur l'un ou l'autre dé indifféremment.
- Conclure qu'il faut écrire les chiffres 0, 1, 2, 3 sur un dé et 1, 2, 3, 4 sur l'autre, puis écrire sur les quatre autres faces les chiffres 5, 6/9, 7, 8, indifféremment.

Ou, procéder par essais en écrivant sur les faces de deux cubes ou de leur développement ou encore l'aide d'un tableau les différents nombres qu'on peut obtenir à partir de 10, pour arriver à la conclusion ci-dessus.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : (sur un dé les chiffres 0, 1, 2, 3 sur l'autre les chiffres 1, 2, 3, 4 alors que les chiffres restants peuvent être indifféremment sur l'un ou sur l'autre, et le nombre 43 ou la succession des nombres de 10 à 43) avec explication claire de la démarche (quelques considérations du genre de celles de l'analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires ou incomplètes
Ou réponse correcte et bien expliquée à la question mais il manque le nombre 43 ou la succession
- 2 Réponse correcte, sans explications
ou réponse erronée (1, 2, 3 sur les deux dés et 0 et 4 sur un même dé). avec le dernier nombre différent de 43 ou la succession
- 1 Réponse erronée (1, 2 sur les deux dés et 0 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 répartis sur les deux dés)
ou début de recherche cohérente
- 0 Incompréhension du problème

12. À LA FROMAGERIE (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le coût d'un kg de fromage connaissant : le coût d'une pièce de ce fromage (30 €) ; le rapport entre 1 kg fromage et le lait nécessaire à sa fabrication (10 l) et la quantité de lait utilisée pour la pièce de fromage (12,5 l)

Analyse de la tâche

- Distinguer les trois grandeurs en jeu (masse de fromage, volume de lait et prix).
- Raisonner, plus ou moins consciemment, sur les rapports constants entre ces grandeurs, par exemple :
 - Calculer le rapport constant entre la masse du fromage et la quantité de lait ($10/12,5 = 4/5$ ou 0,8) et procéder directement par le calcul du coût de 1 kg de fromage ($30 \div 5 \times 4 = 24$ euros) ou, de même, $12,5 \div 10 = 1,25$ et $30 \div 1,25 = 24$.
 - Ou diviser 30 par 12,5 pour obtenir le prix pour 1 litre de lait et multiplier par 10 le prix de 10 litres : 24 euros.
 - Ou comprendre que le rapport entre les deux données 10 et 12,5 des volumes de lait est $5/4$ donc la dépense de 30 euro est la somme du prix de 1 kg et de $1/4$ de kg de fromage, c'est à dire 24 euro et 6 euro.
 - Ou, à partir de l'équivalence 1 kg = 1000 g, observer mentalement que : si 10 litres de lait donnent 1000 g de fromage, 12,5 litres donnent 1250 g de fromage. Puis, comme le partage en 5 parties de $1250 = 4 \times 250 + 250$ (en grammes) se reporte sur le partage en 5 parties de 30 euro ; le prix de 250 g de fromage est 6 euro et le prix d'un kilo est 24 euro.

Ou procéder par essais : donner un prix hypothétique à un kilo de fromage, le multiplier par le poids du fromage de 1,25 kg (obtenu par exemple avec la division $12,5 \div 10$) et vérifier si on obtient 30 euros ; modifier le prix hypothétique jusqu'à atteindre 24 euros.

Ou (au niveau d'expert, à partir de cat. 7) expliciter l'écriture des proportions :

Par exemple écrire la proportion $10 \div 1000 = 12,5 \div x$, où x est la masse du fromage acheté, en grammes, pour obtenir $x = 1250$ g (ou 1,25 kg). Puis par une seconde proportion ($1000 \div 1250 = y \div 30$, où y est le prix du fromage par kg, pour obtenir; $y = 24$ euro euros).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (24 euros) avec le détail de la procédure (rapports, proportions, en spécifiant les quantités qui y interviennent)
- 3 Réponse correcte (24 euros) avec des procédures non expliquées par le détail
- 2 Réponse correcte (24 euros) sans explication
ou procédure complète et correcte avec une seule erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement correct où la présence d'un rapport est mise en évidence
ou écriture incorrecte de la proportion (par exemple $10 \div 1000 = x \div 12,5$)
ou perception du rapport $4/5$ et conclusion erronée due à l'inversion $30 \div 4 \times 5$)
- 0 Incompréhension du problème

13. POLYGOUES (Cat. 71, 81, 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver, dans un ensemble de 72 triangles, quadrilatères, pentagones et hexagones présentant 300 côtés en tout, le nombre de chacun de ces polygones sachant qu'il y a autant de quadrilatères que d'hexagones, que le nombre des triangles est le quintuple de celui des pentagones

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'on est en présence de 72 polygones ($24 \cdot 3$) dont on fait l'inventaire des côtés (300) et des relations entre les nombres des triangles, quadrilatères, pentagones et hexagones et que la demande est de déterminer chacun de ces nombres
- Procéder par essais organisés en vérifiant les contraintes. Par exemple : s'il y avait 1 pentagone, il y aurait 5 triangles, et 33 quadrilatères et hexagones $(72 - 6) \div 2 = 33$; ce qui donnerait 350 côtés : $1 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 33 \cdot 6 + 33 \cdot 4 = 350$, ce qui ne correspond pas aux données, ...
- Poursuivre en augmentant le nombre des pentagones pour trouver la solution : 6 pentagones, 30 triangles, 18 quadrilatères et hexagones, $(72 - 36) \div 2 = 18$, et le nombre des côtés : $6 \cdot 5 + 30 \cdot 3 + 18 \cdot 6 + 18 \cdot 4 = 300$
Le même genre de procédure est évidemment possible en organisant les essais à partir du nombre des autres polygones que les pentagones ou en tenant compte du nombre total de côtés (300) pour vérifier que le nombre de polygones est bien 72.

Ou : Observer que dans un groupe de 1 pentagone et 5 triangles il y a 20 côtés et que dans un groupe de 1 quadrilatère et 1 hexagone il y a 10 côtés, ce qui fait 30 côtés en tout. S'il y avait 10 groupes d'un type et 10 groupes de l'autre on aurait bien 300 côtés mais 80 figures. Constaté alors qu'avec 9 groupes du premier type, on aurait 20 côtés de moins qui devraient être récupérés par deux groupes du second type ; on aurait alors 12 quadrilatères et 12 hexagones, avec un nombre total de 78 polygones : $9 + 45 + 12 + 12 = 78$. Essayer encore avec 8, 7 et 6 et vérifier que dans ce cas il y aurait 72 figures et 300 côtés.

Ou : Poser un système d'équation, par exemple avec a : nombre de pentagones et b : nombre d'hexagones et quadrilatères

$$\begin{cases} 5a + 5 \times 3a + 6b + 4b = 300 \rightarrow 20a + 10b = 300 \rightarrow 2a + b = 30 \\ a + 5a + b + b = 72 \rightarrow 6a + 2b = 72 \rightarrow 3a + b = 36 \end{cases}$$

dont la solution $a = 6$ et $b = 18$, c'est à dire 30 triangles, 18 quadrilatères, 6 pentagones et 18 hexagones

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : 30 triangles, 18 quadrilatères, 6 pentagones et 18 hexagones avec explications qui font comprendre clairement la procédure suivie (72 polygones, équations ou au moins trois essais, dont la solution)
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires ou incomplètes ou seulement une vérification de la solution
- 2 Réponse correcte sans explication
- 1 Réponse erronée : on a tenu compte seulement des 300 côtés (par exemple : 1 pentagone, 5 triangles, 28 quadrilatères et 28 hexagones) ou seulement du nombre total des figures (par exemple : 3 pentagones 15 triangles, 27 quadrilatères et 27 hexagones)
- 0 Incompréhension du problème ou seulement le nombre total des figures

14. UNE ÉTRANGE MULTIPLICATION (Cat. 71, 81, 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Reconstituer une multiplication d'un facteur de trois chiffres par un facteur de deux chiffres selon une disposition en colonnes « vide », en sachant que seuls les chiffres 2, 3, 5 et 7 ont été utilisés.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faudra procéder par essais, en commençant par les chiffres des unités des deux facteurs.
- Vérifier d'abord que seuls cinq couples de chiffres des unités sont possibles (3 ; 5), (5 ; 3), (5 ; 5), (5 ; 7), (7 ; 5). Les autres couples conduisent en effet à un chiffre des unités dans le premier produit qui n'est pas sur la liste autorisée, comme : $7 \times 3 = 21$ donnerait 1 au chiffre des unités.
- Choisir un couple (3 ; 5) par exemple, et continuer par la recherche du chiffre des dizaines du premier facteur. Dans cet exemple, il y a une retenue de 1 et le produit de 5 par chacun des autres chiffres autorisés, plus la retenue de 1, donne 6 ou 1 et ne convient donc pas ! (fig. 1)
- Essayer ensuite (5 ; 3). Le chiffre des dizaines du premier facteur ne peut être que 7 selon le raisonnement précédent et qui conduit à 2 comme chiffre des dizaines du premier produit partiel. (fig. 2)
Le chiffre des centaines du premier facteur est aussi 7, ce qui donne 2 et 3 pour les deux premiers chiffres du premier produit partiel. (fig. 3).
- Pour les mêmes raisons, le chiffre des dizaines du deuxième facteur ne peut être que 3. (fig. 4)
- Vérifier enfin que le résultat ne contient que les chiffres 2 ; 3 ; 5 ou 7, ce qui donne la solution. (fig. 5)

$$\begin{array}{r} \dots \dots 3 \\ \times \dots \dots 5 \\ \hline \dots \dots 1/6 \ 5 \end{array}$$

fig. 1

$$\begin{array}{r} \dots \ 7 \ 5 \\ \times \dots \dots 3 \\ \hline \dots \dots 2 \ 5 \end{array}$$

fig. 2

$$\begin{array}{r} \dots \ 7 \ 7 \ 5 \\ \times \dots \dots 3 \\ \hline \dots \ 2 \ 3 \ 2 \ 5 \end{array}$$

fig. 3

$$\begin{array}{r} \dots \ 7 \ 7 \ 5 \\ \times \dots \ 3 \ 3 \\ \hline \dots \ 2 \ 3 \ 2 \ 5 \end{array}$$

fig. 4

$$\begin{array}{r} \dots \ 7 \ 7 \ 5 \\ \times \dots \ 3 \ 3 \\ \hline \dots \ 2 \ 3 \ 2 \ 5 \end{array}$$

fig. 5

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots \dots \dots \\ \times \dots \dots \dots \dots \dots \\ \hline \dots \dots \dots \dots \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots \dots \dots \\ \times \dots \dots \dots \dots \dots \\ \hline \dots \dots \dots \dots \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots \dots \dots \\ \times \dots \dots \dots \dots \dots \\ \hline \dots \dots \dots \dots \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots \dots \dots \\ \times \dots \dots \dots \dots \dots \\ \hline \dots \dots \dots \dots \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \dots \dots \dots \dots \dots \\ \times \dots \dots \dots \dots \dots \\ \hline \dots \dots \dots \dots \dots \end{array}$$

Comme l'énoncé dit qu'il n'y a qu'une solution, il n'est plus nécessaire de vérifier les couples (5 ; 7), (7 ; 5) et (5 ; 5) de la liste initiale. Mais si on essaye l'un de ces trois couples avant (5 ; 3), on aboutit dans chaque cas à une impasse : rapidement avec (7 ; 5) en raison du reste de 3 qui ferait apparaître un 8 dans les dizaines du premier quotient partiel, un peu plus loin pour le cas du couple (5 ; 7) ; lors de l'addition finale pour le couple (5 ; 5) car les produits partiels peuvent être $5 \times 555 = 2775$ mais le produit final contient deux chiffres non autorisés : $55 \times 555 = 30525$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (775×33) avec explication de la démarche (étapes intermédiaires, impasses ...)
- 3 Réponse correcte avec explication partielle ou confuse
- 2 Réponse correcte sans aucune explication
- 1 Début de recherche correct, avec au moins un couple possible pour les unités
- 0 Incompréhension du problème

15. UN QUATRIÈME SEGMENT, ET BEAUCOUP DE TRIANGLES (Cat. 81, 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Chercher le plus grand nombre de triangles qu'il est possible de faire apparaître sur une figure en ne traçant qu'un seul segment de plus et trouver une méthode pour les désigner.

Analyse de la tâche

- Identifiez les triangles des trois premières figures pour comprendre que certains triangles se recouvrent partiellement. La détermination des triangles est élémentaire pour les deux premières figures. Elle est plus délicate pour les 5 triangles de la figure d'Anne : 3 « élémentaires » et 2 composés de 2 régions.
- Trouver quelques principes d'action permettant d'optimiser le nombre de triangles pour le 4^e segment : couper tous les autres, placer son extrémité sur des intersections déjà existantes ...
- Trouver une méthode fiable pour dénombrer et désigner les triangles.
- L'usage de couleurs ou de lettres est très difficile à gérer vu le nombre de triangles partiellement superposés. Une des méthodes les plus efficaces, qui exige cependant une très grande rigueur, est de désigner les régions du partage et de dresser l'inventaire des triangles formés d'une région, de deux régions, de trois régions, etc.
- Il est aussi envisageable de nommer les points d'intersection des segments de la figure par des lettres et de désigner les triangles par leurs trois sommets.
- On donne ici un exemple par désignation des régions de la figure d'Anne et trois exemples avec des dispositions différentes du quatrième segment :

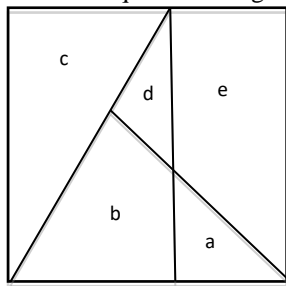
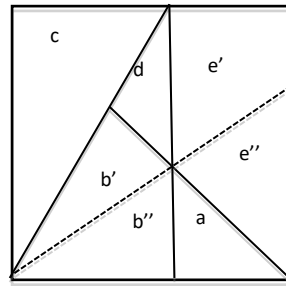
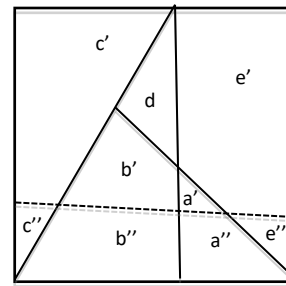


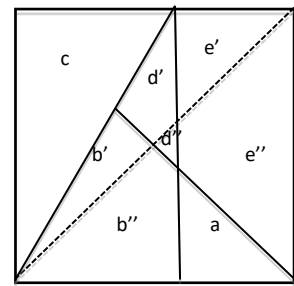
figure d'Anne



exemple 1



exemple 2



exemple 3

Exemple 1 : le segment partage les régions b et e en b', b'', e', e''. On y distingue **11 triangles**, dont 6 élémentaires : a, b', b'', c, d, e'' ; 2 composés de deux régions : ab'', b'd et 3 composés de trois régions : ab''b', ab''e'', b''b'd.

Exemple 2 : le segment partage les régions a, b et c. On y distingue **10 triangles**, dont 4 élémentaires : a', c'', d, e'' ; 4 composés de deux régions : a'a'' (a), a'b', c'c'' (c), b'd ; 1 composé de trois régions : b''b'd ; 1 composé de quatre régions : a'a''b'b''.

Exemple 3 : le segment, diagonale du carré, partage les régions b, d et e. On y distingue **15 triangles**, dont 5 élémentaires : a, b', c, d'', e' ; 5 composés de deux régions : ab'', b'd'', b'd', d'd'', d''e'' ; 2 composés de trois régions : ab''b', b'd'e' ; 3 composés de quatre régions : ab''d''e'', b'cd'e', b''b'd''d'.

Il existe d'autres dispositions du 4^e segment faisant apparaître de 6 à 14 triangles.

Attribution des points

- 4 Réponse maximale : 15 triangles, avec dessin du segment et désignation claire des 15 triangles
- 3 Réponse : 13 ou 14 triangles avec dessin du segment et désignation claire des triangles annoncés, sans « erreur »
ou réponse maximale : 15 triangles, avec dessin du segment ou désignation confuse ou absente des 15 triangles
ou le segment tracé correspondant à 15 triangles, mais seulement 13 ou 14 triangles annoncés avec désignation claire
- 2 Réponse : 10 à 12 triangles avec dessin du segment et désignation claire des triangles, sans « erreurs »
- 1 Réponse : 7 à 9 triangles avec dessin du segment et désignation claire des triangles annoncés
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 7 triangles

16. DÉPLACEMENTS (Cat. 91,10)

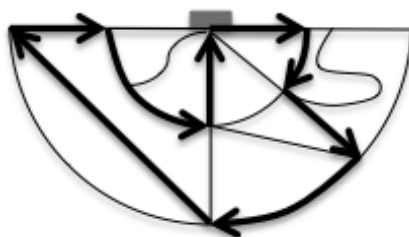
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dessiner sur un plan un itinéraire qui est décrit par un diagramme de déplacement « distance d'un point en fonction du temps »

Analyse de la tâche

- Imaginer comment varie la distance du point de départ au point où se trouve le promeneur selon le chemin qu'il suit et en fonction de la durée du parcours et les associer aux axes vertical (distance) et horizontal (écoulement du temps) du graphique.
- Comprendre qu'un segment horizontal signifie que le temps s'écoule alors que la distance reste constante, et le traduire dans les déplacements : soit le sujet est immobile, soit son parcours se situe sur un arc de cercle, dont le centre est le point de départ. Comprendre qu'un segment non horizontal signifie un éloignement ou un rapprochement vitesse constante le long d'une droite passant par le point de départ. L'inclinaison (angle formé par le segment et l'axe horizontal) dépend de la vitesse du sujet.
- Noter que le point de départ ne peut être que le château.
- Parmi les quatre segments qui s'éloignent du château, choisir celui qui est suivi d'un arc de cercle environ de la même longueur (même durée) et qui permet d'accéder à un nouveau segment de même pente que le premier (vitesse constante) s'éloignant toujours du château pendant la même durée que le premier, qui permet lui-même d'accéder à un arc de cercle pour une durée à peu près double de celle du premier.
Vérifier alors si on se situe bien au début d'un trajet qui se rapprochera puis s'éloignera du château, c'est-à-dire le sentier rectiligne reliant le bas du plan à sa droite. (Si on suit l'arc de cercle, la partie correspondante du graphique serait un segment horizontal.)
- Dessiner le seul chemin possible : Partir du château, vers la gauche du plan, emprunter le premier demi-cercle sur 45 degrés, tourner à droite et prendre le segment qui s'éloigne du château jusqu'au deuxième demi-cercle, tourner à gauche et emprunter le deuxième demi-cercle sur 45 degrés, prendre le sentier rectiligne qui mène à l'extrême gauche du plan, tourner à droite et se rapprocher du château jusqu'au premier demi-cercle, tourner à droite et suivre ce demi-cercle sur 90 degrés, tourner à gauche et rejoindre le château.



Critères d'attribution des points

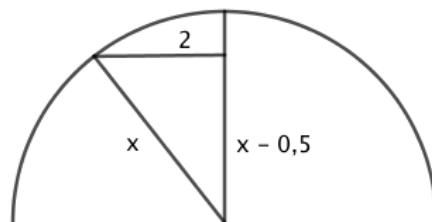
- 4 Parcours entièrement correct avec explications (récit des choix qui se présentent ou vérification)
- 3 Parcours entièrement correct sans explications
- 2 Une erreur de parcours et l'erreur complémentaire permettant d'arriver au château (l'arc de cercle plutôt que le chemin rectiligne par exemple)
- 1 Début du parcours (point de départ, un segment et un arc de cercle)
- 0 Incompréhension du problème

17. BALLON (Cat. 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Modéliser une situation d'application du théorème de Pythagore où deux côtés du triangle sont donnés.

Analyse de la tâche

- Modéliser la situation décrite avec un dessin et réaliser que la distance entre le ballon et le point d'attache, qui coïncide avec la longueur de la ficelle, reste constante dans les deux positions avec ou sans vent.
 - Reconnaître un triangle rectangle qui permet d'appliquer le théorème de Pythagore.
 - Exprimer la longueur d'un côté en fonction de la longueur de l'hypoténuse.
 - Appliquer le théorème de Pythagore qui donnera l'égalité : $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$.
 - Résoudre l'équation obtenue (en appliquant correctement le produit remarquable) pour trouver $x = 4,25$.
- Ou, après avoir modélisé la situation, faire des essais organisés pour résoudre l'équation $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (4,25 m) avec des explications claires et complètes et un schéma
- 3 Réponse correcte (4,25 m) avec des explications partielles ou peu claires ou simplement une vérification
- 2 Recherche faisant apparaître l'équation suivante $x^2 = 2^2 + (x - 0,5)^2$
Ou Réponse cohérente avec un mesurage sur un dessin à l'échelle représentant correctement la situation
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : 1 essai correct, mise en équation avec deux inconnues, un schéma ou un dessin représentant correctement la situation ...)
- 0 Incompréhension du problème

18. MARC ET LUC EN VOYAGE (Cat. 91, 10)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la concordance de rencontres, départs et arrivées de deux personnages selon trois fuseaux horaires et trouver le moment où ils pourront avoir une conversation téléphonique après leur arrivée, entre 07 :00 et 23 :00 heure locale.

Analyse de la tâche

- Comprendre que les fuseaux horaires se réfèrent à celui de Venise : l'heure de New York est en retard et celle de Delhi en avance
- Organiser les événements selon les trois fuseaux horaires à partir des sept informations données (en gras dans le tableau. De la ligne Venise à celle de New York, on soustrait 6 ; de la ligne Venise à celle de New Delhi on ajoute 8

Événement	salut.	départ Marc		arr. Marc	départ Luc		arr. Luc	tél :
heure de Venise	11.30	13.15	+18	07.15	12.45	+15	03.45	13.00
heure de New York	05.30	07.15	+ 18	01.15	06.45	+15	21.45	07.00
heure de New Delhi	19.30	21.15	+18	15.15	20.45	+ 15	11.45	21.00

- Comprendre qu'au moment de l'arrivée à destination les deux amis ne peuvent pas se téléphoner parce que Marc arrive à 1:15 de nuit et qu'il faut attendre 7h du matin lorsqu'il se réveillera. 7 h de NY correspondent à 13h de Venise et à 21 h de ND, et on constate que personne ne dort à ce moment.
- Déterminer la durée entre la séparation à Venise et la communication téléphonique selon l'heure de NY par exemple. Les deux amis se séparent à 5 :30 (= 11 :30 – 6) le jour du départ ils se téléphonent à 7 :00 le lendemain, donc après 24 heures (5.30) plus 1 :30 (7- 5 :30), donc, 25 heures et 30 minutes.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (25 heures et 30 minutes) avec explications claires et complètes
- 3 Réponse correcte (25 heures et 30 minutes) mais avec explications partielles ou peu claires ou réponse erronée due à une erreur de calcul avec explications claires
- 2 Réponse correcte sans explications
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : calcul correct de la différence d'horaire entre New York, Venise et Nouvelle Delhi)
- 0 Incompréhension du problème

19. CARRÉS ET DIAGONALES (Cat. 91, 10)

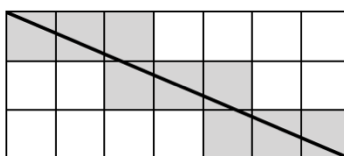
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre de carreaux traversés par la diagonale d'un rectangle dessiné sur un quadrillage.

Analyse de la tâche

- Observer les trois exemples et constater que, lorsque la diagonale passe par un nœud du quadrillage, deux carreaux de part et d'autre de ce nœud ne sont pas « traversés » et par conséquent restent blancs (figures de gauche et de droite), alors que si la diagonale traverse une ligne du quadrillage ailleurs que sur un nœud elle entre dans un nouveau carreau qui devra être grisé.
- Commencer à griser les carreaux du rectangle donné et s'apercevoir qu'il faut déterminer si les nœuds (2 ; 5), (3 ; 8), (5 ; 13) et (6 ; 16) sont ou non sur la diagonale.
- Établir que ces 4 nœuds ne sont pas sur la diagonale en faisant un dessin plus grand et plus précis ou en observant que les rapports $8/21 \approx 0,381$ (dimensions du rectangle), $2/5 = 0,4$ et $3/8 = 0,375$ sont tous différents (en se référant à une similitude de rectangles, à la linéarité, à la proportionnalité, à la pente ...)
- Compter les carreaux un à un (chaque fois qu'une ligne du quadrillage est traversée, on entre dans un nouveau carreau) : il y en a 28. Dans le cas erroné où l'on considère que la droite passe par deux ou quatre nœuds, le comptage des carreaux donne respectivement 26 ou 24 (on signale que dans un rectangle dont les dimensions sont deux entiers naturels a et b premiers entre eux, le nombre de carreaux traversés par la diagonale est égal à $a + b - 1$, ce qui dans ce problème donne $8 + 21 - 1 = 28$).
- Pour la seconde question, constater que les nombres 21 et 9 ont 3 comme plus grand diviseur commun, que la diagonale passera par les nœuds (3 ; 7) et (6 ; 14)



et que le problème se ramène à celui de la diagonale qui traverse un rectangle de 3×7 carreaux identiques à celui ci, trois fois de suite. Dans ce cas là il y a 9 carreaux traversés par la diagonale sur chacun de ces rectangles, soit en tout : $3 \times 9 = 27$ carreaux.

Attribution des points

- 4 Les deux réponses correctes (28 et 27 carreaux traversés), avec des explications claires et complètes du même type que celles proposées dans l'analyse
- 3 Les deux réponses correctes mais sans avoir grisé les carrés pour la première et/ou avec des explications incomplètes ou peu claires pour la seconde
- 2 Les deux réponses 28 et 27 sans aucune explication
Ou une réponse correcte pour le premier rectangle et une réponse erronée pour le second,
Ou une réponse erronée pour le premier rectangle et une réponse correcte pour le second, avec des explications claires
- 1 Réponses 24 ou 26 pour le premier rectangle et/ou 29 pour le second,.
- 0 Incompréhension du problème