

A L'ARBRE D'ADÈLE – ADÈLES BAUM (Cat. 72)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Pavage de chacune des deux parties d'une figure dessinée sur du papier quadrillé par trois formes données, de manière à minimiser le nombre de formes utilisées dans chaque partie.

Analyse de la tâche

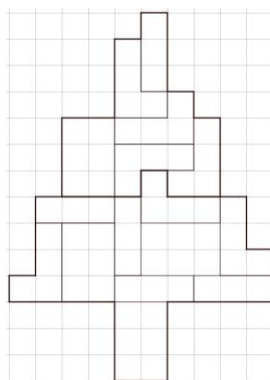
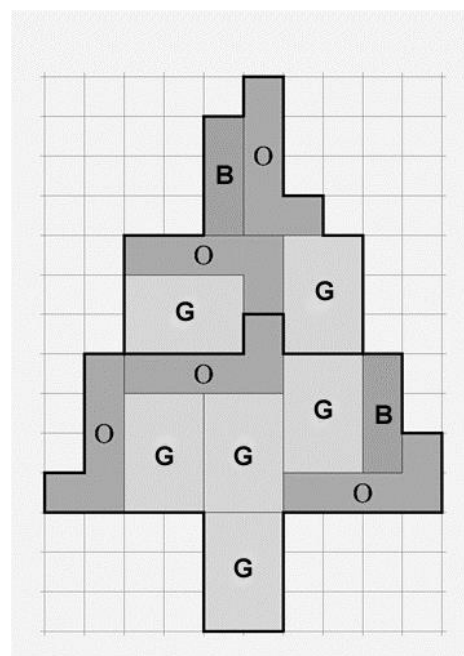
- Comprendre qu'il est nécessaire de couvrir séparément les deux zones de l'arbre, en utilisant dans chacune d'elles le plus petit nombre possible de formes parmi celles des types indiqués ;
- Garder à l'esprit que les formes ne doivent pas dépasser les limites de la région à couvrir, qu'elles ne doivent pas se chevaucher ni laisser des espaces vides ;
- Choisir une région et essayer de la recouvrir, en dessinant ou en positionnant les formes découpées, en essayant d'utiliser le moins de cartes possible.

Procéder par tâtonnement suivant l'idée intuitive (mais à vérifier) de positionner d'abord le plus grand nombre de cartes qui occupent le plus de carrés, à savoir le gris G, qui est un rectangle de 6 carrés, puis la forme orange O qui est en forme de "L", recto ou verso, et occupe 5 carrés. Il sera nécessaire de vérifier à chaque fois que l'espace laissé après l'arrangement des cartes qui occupent le plus d'espace est couvert par des cartes de type B (rectangles de 3 cases), sinon essayer de réduire le nombre de cartes de type B ou O ;

Une autre façon de procéder peut consister à essayer de positionner les cartes orange d'abord le long de la ligne de démarcation des deux zones qui, dans certaines parties, « suggère » la forme en L de ces carreaux ;

- Trouver que le nombre minimum de cartes nécessaires pour couvrir la région supérieure de l'arbre est 5 : deux cartes G, deux O et une B (on peut vérifier expérimentalement qu'en positionnant le nombre maximum de cartes G, soit 3, on ne peut pas couvrir la partie restante avec les formes des deux autres types) ; -
- Procéder de façon analogue pour la région inférieure de l'arbre et constater que la couverture minimale est obtenue avec 4 cartes G, 3 cartes O et une carte B (il est possible de vérifier expérimentalement que, en positionnant le nombre maximum de cartes O, soit 5, il n'est pas possible de compléter le recouvrement en utilisant des cartes des deux autres types) ;
- Conclure qu'Adèle a utilisé pour réaliser cette mosaïque de l'arbre six cartes grises, cinq cartes orange et deux cartes bleues ;
- Sur la figure, l'arbre est représenté avec les zones supérieure et inférieure pavées avec l'une des dispositions minimales possibles, respectivement de 5 cartes (2 G, 2 O, 1 B) et de 8 cartes (4 G, 3 O, 1 B).

Une erreur possible est de considérer la forme O comme un L de 4 cases au lieu de 5, obtenant ainsi un nombre de cartes supérieur à celui demandé et un pavage comme celui de l'image suivante :



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (6 cartes grises, 5 cartes orange, 2 cartes bleues) avec le dessin précis des formes ou un collage, avec indication de la couleur des cartes.
- 3 Dessin ou collage corrects, mais sans spécifier le nombre et / ou la couleur des cartes.
- 2 Réponse incorrecte avec un dessin ou un collage montrant le positionnement correct et minimal des cartes sur une zone et non minimal sur l'autre zone (avec ou sans l'indication du nombre de pièces ou de leur couleur).

- 1 Réponse incorrecte en raison d'une couverture non-minimale des deux zones, ou réponse erronée due à la présence d'un type de carte différent de ceux qui sont donnés (par exemple un “L” de 4 carrés au lieu de 5).
- 0 Incompréhension du problème (ou présence de plus de types de formes différentes de celles données).

B LE COFFRE DE MATT ET MATIC – MATTS UND MATICS TRUHE (Cat. 72, 82)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Résoudre en nombres entiers de 0 à 9 le système d'équations $A = C - 4$; $B = A + 2$; $D = C/4$ et $E = A + C - 3$, dont la solution est constituée de 5 nombres différents.

Analyse de la tâche

- Repérer que C est un multiple de 4 ($D = C \div 4$), C vaut 0, 4 ou 8.
- Écarter la valeur 0 pour C à cause de la première égalité ($A = C - 4$) qui impose $C > 3$.
- Tester les contraintes pour :
 - o C = 4 alors A vaut 0 ($C - 4$), B = 2, D = 1 et E = 1, ce qui donne le code 02411 inacceptable car il ne respecte pas la contrainte « nombres tous différents ».
 - o C = 8 alors D vaut 2, A vaut 4, B vaut 6, E vaut 9 ($8 = E - 4 + 3$) ce qui donne le code 46829 qui respecte toutes les conditions.

Ou

- Dédire de la première égalité ($A = C - 4$) que C ne peut pas prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et que A ne peut pas être supérieur ou égal à 6 ;
- Faire varier les valeurs de C (4, 5, 6, 7, 8, 9) ou les valeurs de A (0, 1, 2, 3, 4, 5) dans toutes les équations et éliminer au fur et à mesure les valeurs ne respectant pas toutes les contraintes.

Ou

- Construire une solution systématique en partant de A ou de D (et poursuivre tant que les valeurs obtenues sont des nombres de 0 à 9 différents, sans oublier de calculer E à la fin).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte écrite (46829), avec des explications claires qui montrent que l'on a tenu compte de toutes les contraintes
- 3 Réponse correcte avec explication peu claire,
ou toutes les valeurs des lettres ont été trouvées, avec des explications claires mais le code secret n'est pas indiqué
- 2 Réponse correcte (46829) sans explications,
ou réponse où les chiffres sont trouvés mais ont été reportés dans le code dans un ordre incorrect
ou réponse (02411) ne respectant pas la contrainte « nombres différents » avec des explications claires qui montrent que l'on a tenu compte de toutes les autres conditions.
- 1 Début de recherche correct.
- 0 Incompréhension du problème.

C LES TOURS – DIE TÜRME (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver un nombre inférieur à 50 qui dépasse de 2 un multiple de 3, de 1 un multiple de 4, et de 4 un multiple de 5.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre recherché ne peut pas être un multiple de 3, de 4 ou de 5.
- Comprendre qu'à chaque fois la hauteur des tours qu'elle a construites est la même, que le nombre des cubes de la boîte divisé par 3 donne le reste 2 dans le premier cas, divisé par 4 donne le reste 1 dans le second cas, et divisé par 5 donne le reste 4 dans le troisième cas. Un tel nombre devra donc figurer dans chacune des listes suivantes :
 - multiples de 3 "plus 2": 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32
 - multiples de 4 "plus 1": 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, ...
 - multiples de 5 "plus 4": 9, 14, 19, 24, 29, 34, ...

et constater que le seul nombre qui figure dans les trois listes est 29.

Ou

- Tenir compte du nombre de cubes qui doivent rester dans les trois cas.
- Commencer, par exemple, par considérer la construction de cinq tours : pour obtenir un reste 4, il est nécessaire d'avoir un nombre de cubes dont le chiffre des unités est 4 ou 9 ($0 + 4$ ou $5 + 4$).
- Observer que pour la construction de quatre tours, il n'y a aucune possibilité que le nombre de cubes utilisés ait le chiffre 4 aux unités et qu'il ne peut donc y avoir que le chiffre 9 (9, 19, 29, 39, 49). Découvrir alors que seul 9 et 29 répondent à la condition.
- Observer finalement que pour la construction de trois tours, pour les nombres en-dessous de 50, le seul qui réponde à la condition est 29.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (29 cubes) avec le détail de la procédure suivie (calculs ou description verbale ou les trois listes de nombres possibles).
- 3 Réponse correcte avec une présentation partielle ou peu claire de la procédure suivie.
- 2 Réponse correcte sans aucune explication,
ou une réponse erronée, mais avec une procédure appropriée pour deux types de tours avec une explication détaillée.
- 1 Réponse incorrecte car elle ne tient compte que de multiples sans considérer les restes,
ou début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème.

D CITRONNADE FRAÎCHE – FRISCHE LIMONADE (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Dans le contexte d'une recette à deux ingrédients, étant données deux quantités déjà préparées à mélanger, trouver de combien il faut augmenter la quantité d'un des ingrédients pour respecter la proportionnalité des ingrédients donnés dans la recette d'origine.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'une fois mélangées les deux préparations dans le même récipient, il faut comparer ce mélange à la vieille recette pour déterminer le motif de l'insatisfaction de Lucia.
- Le mélange est obtenu en additionnant les quantités de chaque ingrédient des deux préparations : 1900 ml (1200 + 700) de jus de citron, pour 22 (10 + 12), cuillerées de sucre. Il s'agit ensuite d'identifier ces deux grandeurs, nombre de cuillerées de sucre et volume de jus de citron, et de faire correspondre les quatre mesures, par exemple sur deux lignes, (ou sur deux colonnes) :

nombre de cuillerées de sucre	4	22
volume de jus de citron en ml	200	1900
- Pour répondre à la question sur le type d'opération à faire entre ces quatre termes, il faut faire appel aux connaissances acquises sur les problèmes de recettes, ou à l'intuition de la proportionnalité, ou encore au "bon sens" pour se rendre compte que ces opérations ne sont pas des additions ou des soustractions, mais sont des multiplications ou des divisions et que la recette n'est pas limitée au couple (4, 200), mais s'étend à toutes les autres quantités, comme par exemple (2 ; 100), (1 ; 50).
- Il y a alors une grande variété de manières de compléter le tableau pour se rapprocher du couple (22, 1900) : par le passage à l'unité, par les propriétés du produit ou de la somme, par approximations successives, etc. Voici quelques exemples, entre autres, de couples de recettes qui peuvent approcher le couple (22, 1900) du mélange :

nb. de cuillerées de sucre	4	2	1	10	20	38	22	22
ml de jus de citron	200	100	50	500	1000	1900	1100	1900
- La comparaison entre le couple (22, 1100) de la vieille recette et le couple (22 ; 1900) du mélange, montre qu'il faudrait enlever 800 ml de jus de citron du mélange, chose qu'il n'est pas possible de faire, évidemment. La comparaison entre le couple (38 ; 1900) selon la recette et le couple (22 ; 1900) du mélange montre par contre qu'il faudra ajouter 16 cuillerées de sucre pour respecter la recette.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (sucre, 16 cuillerées) avec une description claire de la procédure, avec le détail des calculs ou un tableau.
- 3 Réponse correcte avec description partielle ou seulement quelques calculs.
- 2 Réponse correcte sans description de la procédure suivie,
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, mais avec description de la procédure suivie,
ou réponse erronée (38 cuillerées de sucre) due à l'oubli du calcul de la différence 38 – 22.
- 1 Début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème

E LES CUBES DE NICOLAS – NICOLAS' WÜRFEL (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer toutes les manières possibles de colorer des cubes avec cinq couleurs différentes, de manière que les faces opposées aient la même couleur et que les faces voisines aient des couleurs différentes.

Analyse de la tâche

- Comprendre que trois couleurs sont nécessaires et suffisantes pour colorer un cube, étant donné qu'un cube a seulement trois paires de faces opposées et que des faces voisines doivent avoir des couleurs différentes. Comprendre que deux cubes colorés correctement sont différents s'ils diffèrent par au moins une couleur.
- Comprendre que c'est seulement le choix des trois couleurs qui distingue les cubes entre eux, l'ordre du choix n'intervient pas. Déterminer ensuite toutes les manières possibles avec lesquelles on peut choisir un groupe de trois couleurs différentes parmi cinq couleurs.
- Commencer par choisir les couleurs trois à trois entre les cinq données : O, B, J, R, V, et déterminer toutes les combinaisons possibles en procédant de manière plus ou moins systématique :

O, B, J	O, J, R	B, J, R	J, R, V
O, B, R	O, J, V	B, J, V	
O, B, V	O, R, V	B, R, V	

- Conclure qu'il y a 10 combinaisons possibles donc 10 cubes différents possibles.

Ou bien,

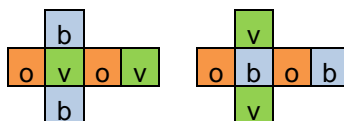
- construire des cubes en carton, ou dessiner des patrons, les colorer en respectant les conditions imposées et déterminer ainsi 10 cubes différents. Cependant, ces procédures ne conduisent pas à la détermination de toutes les possibilités si on ne procède pas de manière organisée.

Ou bien (procédure experte),

- utiliser un raisonnement de type combinatoire : la première couleur peut être choisie de cinq manières différentes, la seconde de quatre, la troisième de trois, on obtient donc $60 = 5 \times 4 \times 3$ triplets ordonnés de couleurs différentes. Comme l'ordre du choix n'intervient pas, remarquer que, six par six, les triplets donnent le même cube, donc diviser 60 par 6, pour obtenir 10 cubes différents.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte, 10 cubes, avec une description claire et complète de la procédure (condition nécessaire et suffisante des trois couleurs, liste organisée de solutions ou raisonnement qui montre qu'il n'y en a pas d'autres ou représentation codée des couleurs des faces des cubes).
- 3 Réponse correcte avec une description partielle ou peu claire de la procédure ou seulement la liste des dix cubes différents sans indiquer leur nombre total,
ou réponse erronée (11 ou 9) à cause d'une répétition ou d'un oubli avec description claire et complète de la procédure.
Exemple de répétition :



- 2 Description d'au moins 5 cubes différents, (réponse 5, 6, 7, 8 cubes), ou plus d'un doublon en plus des 10 solutions correctes (réponse 12, 13, 14, 15 cubes).
- 1 Réponse correcte sans description de la procédure,
ou détermination de 3 ou 4 cubes différents avec présence éventuelle de doublons,
ou début de raisonnement correct de type combinatoire, mais pas mené à terme.
- 0 Incompréhension du problème ou toute autre réponse.

F LA BANDE DE LILI – LILIS BAND (Cat. 72, 82, 92)

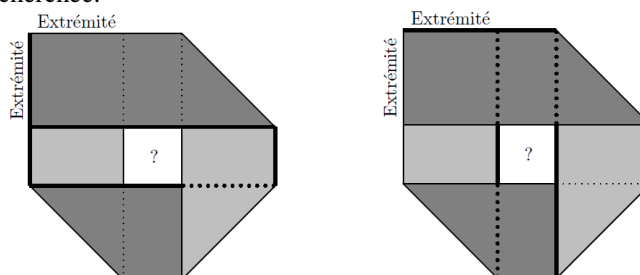
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Calculer la mesure d'un carré formé après pliages, connaissant les dimensions de la figure initiale.

Analyse de la tâche

- Reconstruire visuellement les trois étapes de la construction pour identifier les propriétés des pliages : angles des plis pour obtenir la perpendicularité des parties de la bande, face gris foncé et face gris clair...
- Essayer éventuellement de découper une bande et de la plier pour se rendre compte que pour obtenir un carré au centre avec des extrémités exactement superposées, on ne peut pas aboutir sans savoir en quel point effectuer le premier pli, et à plus forte raison les suivants.
- Reconnaître dans la troisième illustration un carré de 4 cm de côté, quatre rectangles de 4 cm de longueur et avec largeur le côté du petit carré, trois triangles rectangles isocèles, moitié du carré 4×4 situé en haut à gauche.
- Se rendre compte qu'il est possible de décomposer la longueur de la bande de 30 cm en 5 morceaux de 4 cm et en 4 morceaux de la longueur recherchée.



- Trouver ainsi que 4 fois la longueur cherchée correspond à 10 cm ($30 - (5 \times 4)$) et en déduire que le côté du carré mesure 2,5 cm ($10 : 4$).

Ou

- Construire la bande en vraie grandeur (ou à l'échelle), réaliser le pliage (ce qui n'est pas simple lorsqu'on ne connaît pas la longueur qui détermine le premier pli) par essais successifs et mesurer ensuite les longueurs des côtés de la figure centrale qui est approximativement un carré, et obtenir une valeur imprécise.

Ou

- Mesurer sur la figure la longueur du côté du carré central et celle de l'extrémité de la bande. Calculer le rapport entre ces deux longueurs et en déduire la mesure de la longueur du côté du carré central (démarche peu probable).

Erreurs possibles :

Réponse 3,5 cm due à l'oubli de comptabiliser la longueur correspondant aux morceaux superposés (erreur de dénombrement).

Ou prendre le périmètre de la figure comme longueur de la bande

Attribution des points

- | | |
|---|--|
| 4 | Réponse correcte (2,5 cm) avec des explications claires et complètes (détails de la démarche par écrit, calcul ou dessins) |
| 3 | Réponse correcte (2,5 cm) avec des traces des calculs effectués |
| 2 | Réponse correcte (2,5 cm) sans explication ni justification
Ou réponse erronée due à une erreur de calcul ou de dénombrement |
| 1 | Début de recherche cohérente (par exemple : décomposition de la longueur 30 sur le dessin ou repérage des longueurs correspondant à 4 cm, ...) |
| 0 | Incompréhension du problème (par exemple, si les calculs se basent sur le contour de la figure (plis en diagonales), ...) |

G LE POTAGER I – DER GEMÜSEGARTEN I (Cat. 72, 82, 92)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Diviser un triangle en deux triangles dont l'un est d'aire double de celle de l'autre.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il n'est pas possible de calculer l'aire du potager, car l'énoncé ne donne que les mesures de deux côtés du triangle ABC.
- Observer le triangle ABC du potager de Marc. L'aire du triangle BAD doit être le double (solution 1) ou la moitié (solution 2) de celle du triangle DAC.
- Constaté que les triangles ADB et ADC, ont la même hauteur issue de A. Donc, pour qu'une aire soit le double de l'autre, ils doivent avoir leurs bases dans le même rapport 2, donc $BD = 2 DC$ ou $DC = 2 BD$.
- En déduire que le pieu D doit être planté à 8 m ou à 16 m de C.

Ou :

- Tirer du dessin la mesure de la hauteur nécessaire pour calculer les aires et les bases des triangles ADB et ADC en obtenant ainsi des valeurs approchées.

Attribution des points

- 4 Réponse complète (D à 8 m ou à 16 m de C), avec des explications claires et complètes (constater que les deux triangles ont la même hauteur, avec une représentation graphique qui montre la hauteur commune).
- 3 Réponse complète avec des explications partielles ou peu claires, ou une seule valeur (8 m ou 16 m) avec des explications claires.
- 2 Une seule valeur donnée (8 m ou 16 m) avec des explications partielles ou absentes.
- 1 Une réponse approximative obtenue par des mesures sur le dessin, ou début de raisonnement correct avec une représentation graphique correcte.
- 0 Incompréhension du problème.

H LES DÉS – DIE WÜRFEL (Cat 82, 92)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

À partir d'une photo qui montre quatre dés particuliers empilés contre un mur, trouver le nombre de points noirs qui ne peuvent pas être vus par un observateur qui peut se déplacer.

Analyse de la tâche

- Comprendre que ces dés particuliers ont aussi 6 faces, avec de 1 à 6 points, mais que ces points ne sont pas disposés comme les dés habituels. Il faut donc imaginer ou dessiner ces dés pour comprendre la disposition des points par l'observation de la photo et par déduction trouver les faces avec les points cachés.
- Comprendre qu'il y a 3 faces non visibles pour le premier dé en bas à gauche, 5 pour le second dé en bas au centre, 3 pour le troisième dé en bas à droite et 2 pour le quatrième dé en haut.
- Pour compter les points noirs cachés on peut procéder de plusieurs manières.

a) Par exemple en trois temps :

- 1) Remarquer d'abord que **le dé du centre** cache tous ses points sauf le 2, il porte donc $1 + 3 + 4 + 5 + 6 = 19$ points noirs invisibles.
- Puis on peut situer toutes les faces à 3 points et à 4 points sur les trois autres dés : face à 3 points sur le sol pour le dé de gauche, face à 4 points contre le mur pour le dé du dessus et face à 4 points contre le dé du centre pour le dé de droite, toutes invisibles ce qui fait $3 + 4 + 4 = 11$ points noirs invisibles.
- Puis comprendre que **le dé de droite** cache les faces à 2 et 5 points contre le sol et le mur, soit 7 points noirs invisibles.
- 2) Situer ensuite la face à 1 point du dé de gauche. Remarquer pour cela que les dés de gauche et de droite présentent frontalement leurs faces à 6 points. Pour le dé de gauche, la face à 1 point ne peut être contre le mur, car la somme des points de ces faces opposées ne doit pas faire 7. Sa face à 1 point est donc visible à gauche ou invisible contre le dé du centre. Pour la situer, imaginer que l'on a planté deux vis au travers des dés de gauche et de droite, leurs têtes placées sur les faces à 6 points. En donnant un tour de vis au dé de droite, on voit la face à 1 point passer avant la face à 4 points. Le dé de gauche étant identique, pour obtenir la même chose, il faut que la face à 1 point soit collée contre le dé du centre et ne peut donc être la face visible que l'on ne voit pas sur la photo.
- 3) Il reste à trouver quelle est la face opposée à celle à 6 points. Imaginer à nouveau que l'on a planté deux vis au travers des dés du dessus et de droite, leurs têtes placées sur les faces à 3 points. En donnant un tour de vis au dé de droite, on voit la face à 1 point passer avant la face à 6 points. Pour obtenir la même chose avec le dé du dessus, il faut que la face à 1 point soit visible à gauche et la face à 6 points collée sur le dé du centre. En déduire que les faces opposées sont 6-2 et 1-5.
- **Le dé de gauche** cache donc les faces à 1 point et 2 points : 3 points noirs invisibles.
- **Le dé du dessus** ne cache pas sa face à 1 point, invisible sur la photo. Il cache donc sa face à 6 points collée contre le dé du centre.
- Conclure que le nombre des points qu'on ne peut pas voir est 46 ($19 + 11 + 7 + 3 + 6$) dans la réalité.

b) Ou bien par différence :

- Comprendre qu'il suffit de déduire le nombre de points visibles du nombre de points contenus par l'ensemble des dés
- Calculer le nombre de points contenus par les 4 dés : $4 \times (1+2+3+4+5+6) = 84$
- Orienter implicitement ou explicitement l'espace en définissant par exemple que les faces avant sont les faces visibles parallèles au mur.
- Comprendre que seulement deux faces visibles en réalité ne sont pas visibles sur la photo : les faces de droite des dés de gauche et de dessus.
- Comprendre que les dés habituels ne seront pas d'une grande utilité et que la situation nécessite une grande part de manipulation mentale.
- Pour le dé du dessus :
 - o Manipuler mentalement le dé de droite pour placer la face à 3 points dans le même plan et dans la même direction que la face 3 du dé du dessus ; sa face 1 est soit la face de gauche soit la face de droite.
 - o Déduire avec le dé du dessus que la face 5 est opposée à la face 1.
- Pour le dé de gauche :
 - o Manipuler mentalement le dé de droite pour placer la face 6 dans le même plan et la même direction que celle du dé de gauche et tel que la face 4 soit sur le dessus comme le dé de gauche : comme la face 3 est opposée à la face 4 la face 3 doit passer dessous et la face 1 doit passer en face de droite.
 - o Déduire que la face gauche du dé de gauche est la face 5
- Calculer la somme (**38**) des points visibles en réalité : (5 + 4 + 6) à gauche, 2 en bas au centre (6 + 1 + 3), à droite, (1 + 2 + 3 + 5) en haut.
- Calculer la somme des points non visibles en réalité : $84 - 38 = 46$.

- c) Ou bien, pour positionner le 2 et le 5 correctement, construire un développement du cube et observer l'orientation des points qui forment la face 6 (vertical/horizontal) et des points qui forment la face 3 (diagonale de gauche à droite ou de droite à gauche). En manipulant le dé obtenu observer que la face opposée au 1 est la face 5 et la face opposée au 6 est la face 2.
- Les faces non visibles du dé de gauche sont par conséquent, la face 3 opposée au 4, la face 1 et la face 2, pour un total de 6 points non visibles.
 - Pour le dé du haut, on sait que la face 4 est opposée à la face 3, et la face 6 n'est pas visible, 10 points ne sont donc pas visibles en tout.
 - Pour les deux autres dés, on raisonne par soustraction : le total des points d'un dé est 21. Pour le dé central en bas, on a $21 - 2 = 19$. Pour le dé de droite, $21 - 10 = 11$.
 - Le total des points noirs non visibles est donc : $6 + 10 + 19 + 11 = 46$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (46) avec des explications claires et complètes.
- 3 Réponse correcte (46) mais avec des explications incomplètes ou pas claires.
Ou bien réponse 50, obtenue en permutant les positions du 1 et du 5 dans le dé en bas à gauche, avec des explications complètes
Ou deux réponses (50 et 46) avec des explications complètes, dues à l'incapacité d'établir avec certitude combien il y a de points sur la face de gauche du dé en bas à gauche.
- 2 Réponse correcte sans explications,
ou réponse 52 pour avoir aussi considéré comme invisibles les points sur les faces de gauche, du dé en haut ainsi que du dé en bas à gauche.
- 1 Réponse erronée due à des erreurs dans la détermination des points de trois faces cachées, ne tenant pas compte du 5 opposé à la face 1 et du 6 en face du 2,
ou début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème.

I LE PONT DES AMOUREUX – DIE BRÜCKE DER VERLIEBTEN (Cat. 92)

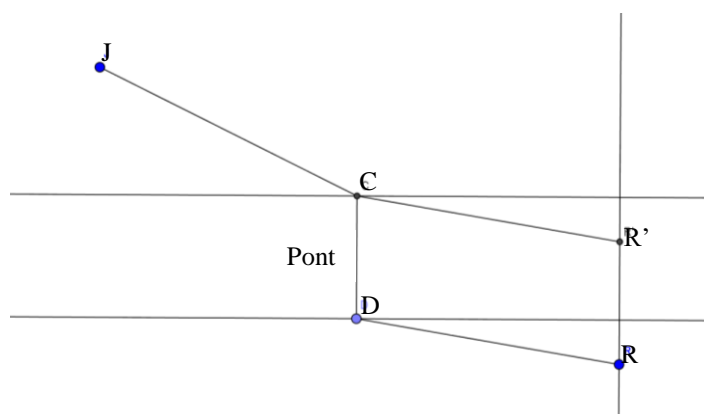
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer une ligne polygonale dont la longueur est la plus courte possible, incluant un segment le plus court possible entre deux parallèles, dans le contexte d'une rivière à traverser.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le pont, pour être le plus court possible, doit être perpendiculaire aux berges de la rivière (distance entre deux droites parallèles).
- Essayer d'abord différentes positions du pont, en reliant les extrémités du pont aux maisons, et en comparant les longueurs des trajets obtenus.
- Se rendre compte que les écarts entre les longueurs obtenues lors des différents essais sont petits et que des mesures ne seront pas suffisantes pour répondre avec précision à la question posée.
- Réaliser que la longueur du pont est constante puisque les berges sont parallèles et qu'elle n'a pas d'influence sur la longueur d'un trajet.
- Donc chercher le chemin le plus court revient à chercher la position du pont [CD] tel que la distance $JC+DR$ soit minimale. Le plus important est de bien placer le point C pour tracer le plus court chemin allant d'une maison à l'autre.
- Pour cela, procéder par exemple de la manière suivante : placer un point R' tel que $CDR'R$ soit un parallélogramme :
 - o Prendre la distance entre les berges : tracer une perpendiculaire aux berges et prendre la distance entre les points d'intersection de cette droite avec les droites représentant les berges
 - o À partir du point R, tracer un segment RR' perpendiculaire aux berges de longueur égale à l'écartement entre les berges
- Comprendre que rechercher la distance $JC+DR$ minimale revient à rechercher la distance $JC+CR'$ minimale, car CR' est égal DR puisque $CDR'R$ est un parallélogramme.
- Prendre conscience que cette distance est minimale si le point C est aligné avec J et R' puisque J et R' sont fixés par l'énoncé ou les constructions qui en découlent.
- Tracer la droite (JR') et placer le point C, point d'intersection de (JR') avec la berge la plus proche de J



- Tracer le chemin suivant :

