

1. LES BELLES PAGES ! BESONDERE SEITEN ! (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer tous les nombres inférieurs à 108 qui s'écrivent avec deux chiffres consécutifs de la suite 1, 2, ..., 9.

Analyse de la tâche

- A partir de la liste des nombres inférieurs à 108, comprendre que la recherche porte sur les nombres constitués de écrits avec deux chiffres qui sont l'un à côté de l'autre et se lisent de gauche à droite dans la suite 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Comprendre que l'ordre des chiffres a une importance, par exemple on ne retient pas 54.
- Comprendre qu'il faut tous les trouver pour répondre à la question.
- Établir une stratégie qui permette de trouver ces nombres, par exemple :
 - Faire la liste des nombres inférieurs à 108 et repérer ceux qui correspondent aux critères. (10-11-12-13-...-...-22-23-...
Ou
 - Partir de l'écriture des chiffres de 1 à 9 et appairer deux chiffres consécutifs (12 – 23 – 34 – 45 – 56 – 67 – 78 – 89)
Ou
 - Se rendre compte qu'il n'y a qu'un nombre entre 10 et 20, qu'un nombre entre 20 et 30, en déduire qu'il y en a au plus un par dizaine et chercher lequel dans chaque dizaine.
 - Quelle que soit la stratégie utilisée, répondre à la question après avoir compté combien il existe de tels nombres non compris le 12. Trouver qu'il y en a 7.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : 7 numéros, (ou 8 numéros si on a repris le 12) avec la liste correcte et complète de ces numéros 23 – 34 – 45 – 56 – 67 – 78 – 89.
- 3 Réponse donnant la suite des numéros sept numéros (ou 8 avec le 12) sans dire combien il y en a ou réponse. 6 numéros (ou 7) avec la liste correspondante, c'est-à-dire oubli d'un des numéros ou réponse avec une seule erreur (numéro ne répondant pas aux conditions, comme 54 ou 101 par exemple)
- 2 Réponse : 5 ou 4 numéros avec une liste de nombres cohérente avec la réponse, c'est-à-dire deux ou trois oublis ou réponse avec 4 numéros 12, 34, 56, 78
ou réponse avec tous les numéros corrects et tous les numéros inversés 21, 32, 43,
- 1 Réponse 7 (ou 8) numéros : sans la liste
ou début de recherche avec réponse donnant seulement 2 ou 3 numéros corrects
- 0 Incompréhension du problème.

2. LA CIBLE – DIE ZIELSCHEIBE (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver les différentes sommes de quatre termes égaux à 50 ou 100.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a cinq enfants, que chacun a lancé quatre fléchettes qui ont atteint la cible sans la manquer.
- Tenir compte du fait que les points obtenus par les enfants sont tous différents.
- Calculer les cinq scores possibles en utilisant toutes les manières d'atteindre la cible : 400 (quatre fois 100), 350 (trois fois 100 et une fois 50), 300 (deux fois 100 et deux fois 50), 250 (une fois 100 et trois fois 50), 200 (quatre fois 50).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (400, 350, 300, 250, 200 points) avec une liste, un dessin, un schéma ou n'importe quel moyen qui montre clairement comment les scores ont été obtenus.
- 3 Réponse correcte avec des explications peu claires,
ou indication claire des cinq possibilités pour les 4 fléchettes d'atteindre la cible, mais sans indication des sommes correspondantes
- 2 Les cinq scores corrects sans aucune explication,
ou 3 ou 4 scores différents corrects avec une explication claire.
- 1 Début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème.

3. ÉTRANGES ANIMAUX – KOMISCHE TIERE (Cat. 31, 32, 41)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Connaissant le poids de deux compositions obtenues avec un nombre différent de pièces de deux formes élémentaires, déterminer le poids d'une troisième composition obtenue avec des pièces similaires.

Analyse de la tâche

- Observer que pour toutes les compositions, il n'y a que deux types de pièces.
- Décrire chaque composition en fonction du nombre et du type de pièces utilisées :
 - Chenille : 4 carrés et 3 triangles
 - Poisson : 4 carrés et 6 triangles
 - Cygne : 7 carrés et 7 triangles
- Procéder par déduction en regardant les différences.
- Comparer le nombre de carrés et de triangles dans la chenille et dans le poisson.
- En déduire que le nombre de carrés est le même et que le poisson est composé de 3 triangles de plus. Comprendre que la différence de poids est due à la présence de trois triangles en plus.
- Déduire que trois triangles pèsent 15 g ($42 - 27$) ; par conséquent un triangle pèse 5 g ($15 : 3$).
- Connaissant le poids d'un triangle, trouver celui d'un carré. Par exemple en utilisant la « chenille ». Quatre carrés pèsent 12 g ($27 - 15$) ; par conséquent un carré pèse 3 g ($12 : 4$).
- Calculer le poids du cygne constitué de sept carrés et sept triangles : 56 g ($7 \times 3 + 7 \times 5$).

Ou

- Donner des valeurs aléatoires au poids de chaque pièce, en adaptant les valeurs suivantes.
- Calculer les poids de la chenille et du poisson et s'arrêter lorsque les deux valeurs conviennent.
- Appliquer ces valeurs au calcul du poids du cygne.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (56 g) avec le détail des calculs et de la procédure suivie.
- 3 Réponse correcte mais la procédure et les calculs effectués ne sont pas bien décrits, ou procédure correcte et bien décrite mais avec une erreur de calcul.
- 2 Réponse correcte sans aucune trace de la procédure suivie, ou détermination correcte des poids du triangle et du carré, avec les détails des calculs sans le calcul du poids du cygne.
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple, identifier le nombre de triangles et de carrés dans chaque figure).
- 0 Incompréhension du problème (par exemple, attribuer le même poids au carré et au triangle).

4. L'ARBRE D'ADÈLE – ADÈLES BAUM (Cat. 31, 32, 41)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Pavage de chacune des deux parties d'une figure dessinée sur du papier quadrillé par trois formes données, de manière à minimiser le nombre de formes utilisées dans chaque partie.

Analyse de la tâche

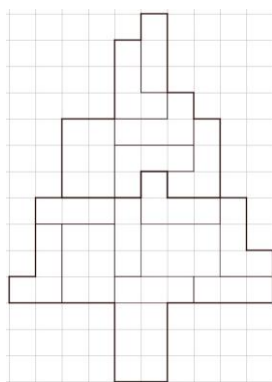
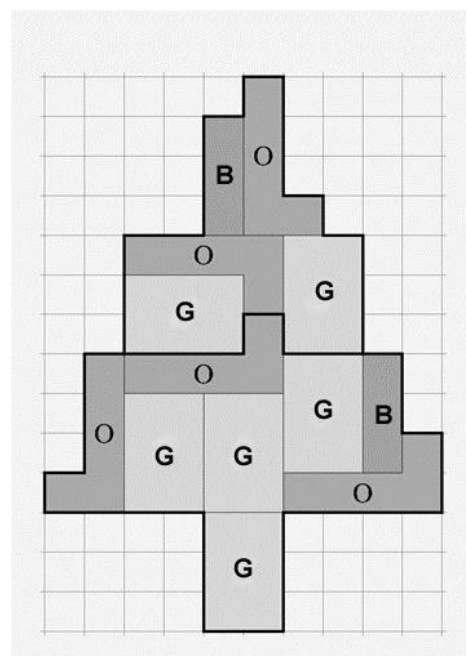
- Comprendre qu'il est nécessaire de couvrir séparément les deux zones de l'arbre, en utilisant dans chacune d'elles le plus petit nombre possible de formes parmi celles des types indiqués ;
- Garder à l'esprit que les formes ne doivent pas dépasser les limites de la région à couvrir, qu'elles ne doivent pas se chevaucher ni laisser des espaces vides ;
- Choisir une région et essayer de la recouvrir, en dessinant ou en positionnant les formes découpées, en essayant d'utiliser le moins de cartes possible.

Procéder par tâtonnement suivant l'idée intuitive (mais à vérifier) de positionner d'abord le plus grand nombre de cartes qui occupent le plus de carrés, à savoir le gris G, qui est un rectangle de 6 carrés, puis la forme orange O qui est en forme de "L", recto ou verso, et occupe 5 carrés. Il sera nécessaire de vérifier à chaque fois que l'espace laissé après l'arrangement des cartes qui occupent le plus d'espace est couvert par des cartes de type B (rectangles de 3 cases), sinon essayer de réduire le nombre de cartes de type B ou O ;

Une autre façon de procéder peut consister à essayer de positionner les cartes orange d'abord le long de la ligne de démarcation des deux zones qui, dans certaines parties, « suggère » la forme en L de ces carreaux ;

- Trouver que le nombre minimum de cartes nécessaires pour couvrir la région supérieure de l'arbre est 5 : deux cartes G, deux O et une B (on peut vérifier expérimentalement qu'en positionnant le nombre maximum de cartes G, soit 3, on ne peut pas couvrir la partie restante avec les formes des deux autres types) ; -
- Procéder de façon analogue pour la région inférieure de l'arbre et constater que la couverture minimale est obtenue avec 4 cartes G, 3 cartes O et une carte B (il est possible de vérifier expérimentalement que, en positionnant le nombre maximum de cartes O, soit 5, il n'est pas possible de compléter le recouvrement en utilisant des cartes des deux autres types) ;
- Conclure qu'Adèle a utilisé pour réaliser cette mosaïque de l'arbre six cartes grises, cinq cartes orange et deux cartes bleues ;
- Sur la figure, l'arbre est représenté avec les zones supérieure et inférieure pavées avec l'une des dispositions minimales possibles, respectivement de 5 cartes (2 G, 2 O, 1 B) et de 8 cartes (4 G, 3 O, 1 B).

Une erreur possible est de considérer la forme O comme un L de 4 cases au lieu de 5, obtenant ainsi un nombre de cartes supérieur à celui demandé et un pavage comme celui de l'image suivante :



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (6 cartes grises, 5 cartes orange, 2 cartes bleues) avec le dessin précis des formes ou un collage, avec indication de la couleur des cartes.
- 3 Dessin ou collage corrects, mais sans spécifier le nombre et / ou la couleur des cartes.
- 2 Réponse incorrecte avec un dessin ou un collage montrant le positionnement correct et minimal des cartes sur une zone et non minimal sur l'autre zone (avec ou sans l'indication du nombre de pièces ou de leur couleur).

- 1 Réponse incorrecte en raison d'une couverture non-minimale des deux zones, ou réponse erronée due à la présence d'un type de carte différent de ceux qui sont donnés (par exemple un “L” de 4 carrés au lieu de 5).
- 0 Incompréhension du problème (ou présence de plus de types de formes différentes de celles données).

5. POKÉMON (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer deux nombres dont on connaît la différence (5), sachant qu'en ajoutant un nombre (21), au plus petit on obtient le double du plus grand, puis déterminer ce double.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'hier, André avait moins d'images que Jacques, qu'aujourd'hui Jacques en a toujours le même nombre, pendant qu'André qui en a 21 de plus, en a le double du nombre d'images de Jacques.
- Faire un premier essai avec un nombre au hasard. Faire les calculs et vérifier si ce nombre est conforme aux données. Faire d'autres essais en s'appuyant sur les précédents jusqu'à trouver le nombre qui convient.

Ou

Procéder par étude systématique des nombres à partir de 1.

La procédure peut être améliorée en remarquant que les nombres pairs ne conviennent pas, parce qu'additionnés à un nombre impair (21), cela donnerait un nombre impair qui n'est pas divisible par 2.

Ou (procédure experte, peu probable au niveau considéré).

- Comprendre que parmi les 21 images reçues par André aujourd'hui, 5 servent à avoir le même nombre d'images que Jacques, et les 16 autres pour doubler ce nombre.
- Conclure qu'aujourd'hui Jacques a 16 images et André en a 32.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (André a 32 images) avec une description claire de la procédure suivie (par essais avec vérification des conditions, ou par une autre procédure avec détails des calculs).
- 3 Réponse correcte avec une description incomplète ou peu claire ou seulement une vérification.
- 2 Réponse correcte sans explication,
ou réponse erronée par erreur de calcul, mais description claire montrant un raisonnement correct.
- 1 Début de recherche correcte (par exemple des essais attestant de la compréhension que le nombre d'images qu'André a aujourd'hui est le double de celui de Jacques).
- 0 Incompréhension du problème.

6. LE COFFRE DE MATT ET MATIC – MATTS UND MATICS TRUHE (Cat. 32, 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Résoudre en nombres entiers de 0 à 9 le système d'équations $A = C - 4$; $B = A + 2$; $D = C/4$ et $E = A + C - 3$, dont la solution est constituée de 5 nombres différents.

Analyse de la tâche

- Repérer que C est un multiple de 4 ($D = C \div 4$), C vaut 0, 4 ou 8.
- Écarter la valeur 0 pour C à cause de la première égalité ($A = C - 4$) qui impose $C > 3$.
- Tester les contraintes pour :
 - o C = 4 alors A vaut 0 ($C - 4$), B = 2, D = 1 et E = 1, ce qui donne le code 02411 inacceptable car il ne respecte pas la contrainte « nombres tous différents ».
 - o C = 8 alors D vaut 2, A vaut 4, B vaut 6, E vaut 9 ($8 = E - 4 + 3$) ce qui donne le code 46829 qui respecte toutes les conditions.

Ou

- Dédire de la première égalité ($A = C - 4$) que C ne peut pas prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et que A ne peut pas être supérieur ou égal à 6 ;
- Faire varier les valeurs de C (4, 5, 6, 7, 8, 9) ou les valeurs de A (0, 1, 2, 3, 4, 5) dans toutes les équations et éliminer au fur et à mesure les valeurs ne respectant pas toutes les contraintes.

Ou

- Construire une solution systématique en partant de A ou de D (et poursuivre tant que les valeurs obtenues sont des nombres de 0 à 9 différents, sans oublier de calculer E à la fin).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte écrite (46829), avec des explications claires qui montrent que l'on a tenu compte de toutes les contraintes
- 3 Réponse correcte avec explication peu claire,
ou toutes les valeurs des lettres ont été trouvées, avec des explications claires mais le code secret n'est pas indiqué
- 2 Réponse correcte (46829) sans explications,
ou réponse où les chiffres sont trouvés mais ont été reportés dans le code dans un ordre incorrect
ou réponse (02411) ne respectant pas la contrainte « nombres différents » avec des explications claires qui montrent que l'on a tenu compte de toutes les autres conditions.
- 1 Début de recherche correct.
- 0 Incompréhension du problème.

7. LES TOURS – DIE TÜRME (Cat. 41, 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver un nombre inférieur à 50 qui dépasse de 2 un multiple de 3, de 1 un multiple de 4, et de 4 un multiple de 5.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le nombre recherché ne peut pas être un multiple de 3, de 4 ou de 5.
 - Comprendre qu'à chaque fois la hauteur des tours qu'elle a construites est la même, que le nombre des cubes de la boîte divisé par 3 donne le reste 2 dans le premier cas, divisé par 4 donne le reste 1 dans le second cas, et divisé par 5 donne le reste 4 dans le troisième cas. Un tel nombre devra donc figurer dans chacune des listes suivantes :
 - multiples de 3 "plus 2": 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32
 - multiples de 4 "plus 1": 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, ...
 - multiples de 5 "plus 4": 9, 14, 19, 24, 29, 34, ...
- et constater que le seul nombre qui figure dans les trois listes est 29.

Ou

- Tenir compte du nombre de cubes qui doivent rester dans les trois cas.
- Commencer, par exemple, par considérer la construction de cinq tours : pour obtenir un reste 4, il est nécessaire d'avoir un nombre de cubes dont le chiffre des unités est 4 ou 9 ($0 + 4$ ou $5 + 4$).
- Observer que pour la construction de quatre tours, il n'y a aucune possibilité que le nombre de cubes utilisés ait le chiffre 4 aux unités et qu'il ne peut donc y avoir que le chiffre 9 (9, 19, 29, 39, 49). Découvrir alors que seul 9 et 29 répondent à la condition.
- Observer finalement que pour la construction de trois tours, pour les nombres en-dessous de 50, le seul qui réponde à la condition est 29.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (29 cubes) avec le détail de la procédure suivie (calculs ou description verbale ou les trois listes de nombres possibles).
- 3 Réponse correcte avec une présentation partielle ou peu claire de la procédure suivie.
- 2 Réponse correcte sans aucune explication,
ou une réponse erronée, mais avec une procédure appropriée pour deux types de tours avec une explication détaillée.
- 1 Réponse incorrecte car elle ne tient compte que de multiples sans considérer les restes,
ou début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème.

8. BOÎTES DE CRAIES I – KREIDESCHACHTELN I (Cat. 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Chercher tous les nombres inférieurs à 200 dont le nombre des dizaines est le double de celui qui est donné par le chiffre des unités.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : le directeur a d'abord attribué 10 boîtes à chaque classe. Comprendre que le nombre de boîtes restantes est égal à la moitié du nombre de classes.
- En déduire que le nombre de classes est un nombre pair. Puisqu'il est inférieur à 20, le nombre de boîtes restantes est un entier inférieur à 10.
- Procéder par essais organisés en faisant l'hypothèse d'un certain nombre de classes. Noter que chaque classe aura dans la première distribution 10 boîtes de craies. Le nombre de boîtes achetées est donc égal à 10 fois le nombre de classes plus la moitié de ce nombre. En donnant successivement au nombre de classes les valeurs : 2, 4, ... , 16, 18, obtenir tous les nombres possibles de boîtes que le directeur a achetées. On obtient ainsi les nombres possibles : 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189.

Ou bien,

- Se rendre compte que le nombre de boîtes achetées est égal à 10 fois le nombre de classes plus la moitié de ce nombre. Il est de la forme $n = 10,5x$. On obtient donc les valeurs possibles pour n : 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189) qui montre clairement le procédé suivi et met en évidence l'exhaustivité (ou l'impossibilité d'autres solutions).
- 3 Réponse correcte avec un procédé peu clair ou qui ne souligne pas l'exhaustivité.
Ou seulement 7 ou 8 nombres corrects sans erreurs et avec une procédure claire.
- 2 Seulement 5 ou 6 nombres corrects sans erreurs et avec une procédure claire.
- 1 Début de recherche cohérente : moins de 5 nombres corrects (par exemple seulement ceux de la première centaine qui traduit la confusion entre nombre de dizaines et chiffre des dizaines).
- 0 Incompréhension du problème.

9. CITRONNADE FRAÎCHE – FRISCHE LIMONADE (Cat. 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Dans le contexte d'une recette à deux ingrédients, étant données deux quantités déjà préparées à mélanger, trouver de combien il faut augmenter la quantité d'un des ingrédients pour respecter la proportionnalité des ingrédients donnés dans la recette d'origine.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'une fois mélangées les deux préparations dans le même récipient, il faut comparer ce mélange à la vieille recette pour déterminer le motif de l'insatisfaction de Lucia.
- Le mélange est obtenu en additionnant les quantités de chaque ingrédient des deux préparations : 1900 ml (1200 + 700) de jus de citron, pour 22 (10 + 12), cuillerées de sucre. Il s'agit ensuite d'identifier ces deux grandeurs, nombre de cuillerées de sucre et volume de jus de citron, et de faire correspondre les quatre mesures, par exemple sur deux lignes, (ou sur deux colonnes) :

nombre de cuillerées de sucre	4	22
volume de jus de citron en ml	200	1900
- Pour répondre à la question sur le type d'opération à faire entre ces quatre termes, il faut faire appel aux connaissances acquises sur les problèmes de recettes, ou à l'intuition de la proportionnalité, ou encore au "bon sens" pour se rendre compte que ces opérations ne sont pas des additions ou des soustractions, mais sont des multiplications ou des divisions et que la recette n'est pas limitée au couple (4, 200), mais s'étend à toutes les autres quantités, comme par exemple (2 ; 100), (1 ; 50).
- Il y a alors une grande variété de manières de compléter le tableau pour se rapprocher du couple (22, 1900) : par le passage à l'unité, par les propriétés du produit ou de la somme, par approximations successives, etc. Voici quelques exemples, entre autres, de couples de recettes qui peuvent approcher le couple (22, 1900) du mélange :

nb. de cuillerées de sucre	4	2	1	10	20	38	22	22
ml de jus de citron	200	100	50	500	1000	1900	1100	1900
- La comparaison entre le couple (22, 1100) de la vieille recette et le couple (22 ; 1900) du mélange, montre qu'il faudrait enlever 800 ml de jus de citron du mélange, chose qu'il n'est pas possible de faire, évidemment. La comparaison entre le couple (38 ; 1900) selon la recette et le couple (22 ; 1900) du mélange montre par contre qu'il faudra ajouter 16 cuillerées de sucre pour respecter la recette.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (sucre, 16 cuillerées) avec une description claire de la procédure, avec le détail des calculs ou un tableau.
- 3 Réponse correcte avec description partielle ou seulement quelques calculs.
- 2 Réponse correcte sans description de la procédure suivie,
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, mais avec description de la procédure suivie,
ou réponse erronée (38 cuillerées de sucre) due à l'oubli du calcul de la différence 38 – 22.
- 1 Début de recherche cohérente.
- 0 Incompréhension du problème

10. LES CUBES DE NICOLAS – NICOLAS' WÜRFEL (Cat. 42)

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer toutes les manières possibles de colorer des cubes avec cinq couleurs différentes, de manière que les faces opposées aient la même couleur et que les faces voisines aient des couleurs différentes.

Analyse de la tâche

- Comprendre que trois couleurs sont nécessaires et suffisantes pour colorer un cube, étant donné qu'un cube a seulement trois paires de faces opposées et que des faces voisines doivent avoir des couleurs différentes. Comprendre que deux cubes colorés correctement sont différents s'ils diffèrent par au moins une couleur.
- Comprendre que c'est seulement le choix des trois couleurs qui distingue les cubes entre eux, l'ordre du choix n'intervient pas. Déterminer ensuite toutes les manières possibles avec lesquelles on peut choisir un groupe de trois couleurs différentes parmi cinq couleurs.
- Commencer par choisir les couleurs trois à trois entre les cinq données : O, B, J, R, V, et déterminer toutes les combinaisons possibles en procédant de manière plus ou moins systématique :

O, B, J	O, J, R	B, J, R	J, R, V
O, B, R	O, J, V	B, J, V	
O, B, V	O, R, V	B, R, V	

- Conclure qu'il y a 10 combinaisons possibles donc 10 cubes différents possibles.

Ou bien,

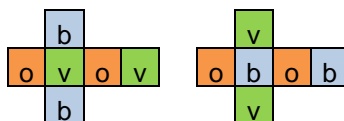
- construire des cubes en carton, ou dessiner des patrons, les colorer en respectant les conditions imposées et déterminer ainsi 10 cubes différents. Cependant, ces procédures ne conduisent pas à la détermination de toutes les possibilités si on ne procède pas de manière organisée.

Ou bien (procédure experte),

- utiliser un raisonnement de type combinatoire : la première couleur peut être choisie de cinq manières différentes, la seconde de quatre, la troisième de trois, on obtient donc $60 = 5 \times 4 \times 3$ triplets ordonnés de couleurs différentes. Comme l'ordre du choix n'intervient pas, remarquer que, six par six, les triplets donnent le même cube, donc diviser 60 par 6, pour obtenir 10 cubes différents.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte, 10 cubes, avec une description claire et complète de la procédure (condition nécessaire et suffisante des trois couleurs, liste organisée de solutions ou raisonnement qui montre qu'il n'y en a pas d'autres ou représentation codée des couleurs des faces des cubes).
- 3 Réponse correcte avec une description partielle ou peu claire de la procédure ou seulement la liste des dix cubes différents sans indiquer leur nombre total,
ou réponse erronée (11 ou 9) à cause d'une répétition ou d'un oubli avec description claire et complète de la procédure.
Exemple de répétition :



- 2 Description d'au moins 5 cubes différents, (réponse 5, 6, 7, 8 cubes), ou plus d'un doublon en plus des 10 solutions correctes (réponse 12, 13, 14, 15 cubes).
- 1 Réponse correcte sans description de la procédure,
ou détermination de 3 ou 4 cubes différents avec présence éventuelle de doublons,
ou début de raisonnement correct de type combinatoire, mais pas mené à terme.
- 0 Incompréhension du problème ou toute autre réponse.

11. LA BANDE DE LILI – LILIS BAND (Cat. 42)

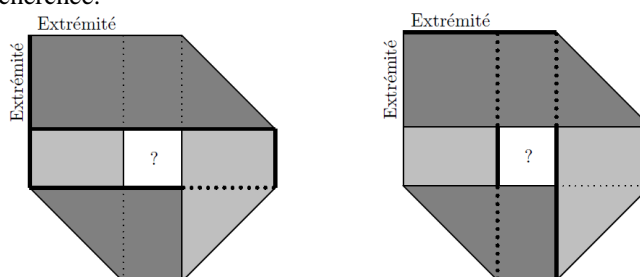
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Calculer la mesure d'un carré formé après pliages, connaissant les dimensions de la figure initiale.

Analyse de la tâche

- Reconstruire visuellement les trois étapes de la construction pour identifier les propriétés des pliages : angles des plis pour obtenir la perpendicularité des parties de la bande, face gris foncé et face gris clair...
- Essayer éventuellement de découper une bande et de la plier pour se rendre compte que pour obtenir un carré au centre avec des extrémités exactement superposées, on ne peut pas aboutir sans savoir en quel point effectuer le premier pli, et à plus forte raison les suivants.
- Reconnaître dans la troisième illustration un carré de 4 cm de côté, quatre rectangles de 4 cm de longueur et avec largeur le côté du petit carré, trois triangles rectangles isocèles, moitié du carré 4×4 situé en haut à gauche.
- Se rendre compte qu'il est possible de décomposer la longueur de la bande de 30 cm en 5 morceaux de 4 cm et en 4 morceaux de la longueur recherchée.



- Trouver ainsi que 4 fois la longueur cherchée correspond à 10 cm ($30 - (5 \times 4)$) et en déduire que le côté du carré mesure 2,5 cm ($10 : 4$).

Ou

- Construire la bande en vraie grandeur (ou à l'échelle), réaliser le pliage (ce qui n'est pas simple lorsqu'on ne connaît pas la longueur qui détermine le premier pli) par essais successifs et mesurer ensuite les longueurs des côtés de la figure centrale qui est approximativement un carré, et obtenir une valeur imprécise.

Ou

- Mesurer sur la figure la longueur du côté du carré central et celle de l'extrémité de la bande. Calculer le rapport entre ces deux longueurs et en déduire la mesure de la longueur du côté du carré central (démarche peu probable).

Erreurs possibles :

Réponse 3,5 cm due à l'oubli de comptabiliser la longueur correspondant aux morceaux superposés (erreur de dénombrement).

Ou prendre le périmètre de la figure comme longueur de la bande

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (2,5 cm) avec des explications claires et complètes (détails de la démarche par écrit, calcul ou dessins)
- 3 Réponse correcte (2,5 cm) avec des traces des calculs effectués
- 2 Réponse correcte (2,5 cm) sans explication ni justification
Ou réponse erronée due à une erreur de calcul ou de dénombrement
- 1 Début de recherche cohérente (par exemple : décomposition de la longueur 30 sur le dessin ou repérage des longueurs correspondant à 4 cm, ...)
- 0 Incompréhension du problème (par exemple, si les calculs se basent sur le contour de la figure (plis en diagonales), ...)

12. LE POTAGER I – DER GEMÜSEGARTEN I (Cat. 42)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Diviser un triangle en deux triangles dont l'un est d'aire double de celle de l'autre.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il n'est pas possible de calculer l'aire du potager, car l'énoncé ne donne que les mesures de deux côtés du triangle ABC.
- Observer le triangle ABC du potager de Marc. L'aire du triangle BAD doit être le double (solution 1) ou la moitié (solution 2) de celle du triangle DAC.
- Constaté que les triangles ADB et ADC, ont la même hauteur issue de A. Donc, pour qu'une aire soit le double de l'autre, ils doivent avoir leurs bases dans le même rapport 2, donc $BD = 2 DC$ ou $DC = 2 BD$.
- En déduire que le pieu D doit être planté à 8 m ou à 16 m de C.

Ou :

- Tirer du dessin la mesure de la hauteur nécessaire pour calculer les aires et les bases des triangles ADB et ADC en obtenant ainsi des valeurs approchées.

Attribution des points

- 4 Réponse complète (D à 8 m ou à 16 m de C), avec des explications claires et complètes (constater que les deux triangles ont la même hauteur, avec une représentation graphique qui montre la hauteur commune).
- 3 Réponse complète avec des explications partielles ou peu claires, ou une seule valeur (8 m ou 16 m) avec des explications claires.
- 2 Une seule valeur donnée (8 m ou 16 m) avec des explications partielles ou absentes.
- 1 Une réponse approximative obtenue par des mesures sur le dessin, ou début de raisonnement correct avec une représentation graphique correcte.
- 0 Incompréhension du problème.