

## 1. JEU DE MASSACRE (Cat. 31, 32)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Trouver toutes les additions de cinq termes formées de nombres choisis parmi 0, 1, 5, 10, 20 et dont la somme est 32.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre qu'à chaque lancer, on peut obtenir 5, 10, 1, 20 ou encore 0 point.
- Comprendre que la balle est lancée cinq fois et que le nombre de points obtenus est la somme de cinq termes pris parmi les nombres précédents, un même nombre pouvant être répété plusieurs fois.

Stratégies possibles :

- Simuler le jeu en choisissant la boîte abattue ou l'absence de boîte abattue à chaque lancer, calculer le nombre de points obtenus et le comparer à 32. Recommencer.
- Faire des essais en additionnant cinq nombres parmi 0, 1, 5, 10, 20 avec répétition possible et comparer la somme à 32. Recommencer.
- Comprendre que pour obtenir 32 points, il faut nécessairement faire tomber 2 fois la boîte portant le nombre 1 et que donc il faut faire 30 en 3 lancers avec les autres nombres. Procéder par essais ou engager une recherche systématique :  
avec présence du nombre 20 : obtenir les deux possibilités  $20 + 10 + 0$  et  $20 + 5 + 5$   
sans le nombre 20 : Obtenir la seule possibilité  $10 + 10 + 10$
- Conclure qu'il y a trois possibilités :  $20 + 10 + 1 + 1 + 0$  ;  $20 + 5 + 5 + 1 + 1$  et  $10 + 10 + 10 + 1 + 1$

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte : les trois solutions sous forme de sommes ( $20 + 10 + 1 + 1 + 0$  ;  $20 + 5 + 5 + 1 + 1$  et  $10 + 10 + 10 + 1 + 1$ ), ou de liste (une fois la boîte 20, une fois la boîte 10 deux fois la boîte 1) sans autre proposition erronée
- 3 Réponse correcte avec une seule autre proposition erronée  
ou 2 solutions sans la solution avec un lancer manqué (0 point) et sans autre proposition erronée
- 2 Deux solutions correctes avec une seule proposition erronée
- 1 Une solution correcte sans autre proposition erronée  
ou deux ou trois solutions correctes avec plusieurs propositions erronées  
ou début de recherche prouvant la compréhension du problème (sommes différentes de 32)
- 0 Incompréhension du problème

## 2. JEUX D'ARAIGNÉES (I) (Cat. 31, 32)

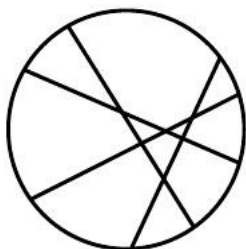
### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Trouver le nombre maximum d'intersections de quatre cordes d'un cercle

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que les fils sont des segments de droite.
  - Comprendre que le nombre des croisements dépend de la disposition des fils
  - Procéder par essais inorganisés : tracer quatre fils et dénombrer les croisements. Il faut vérifier qu'il n'y a pas plus de deux fils sur un point d'intersection, ce qui ferait que ce croisement serait compté pour un seul au lieu de plusieurs.
- Ou, procéder par essais plus ou moins organisés : tracer un fil puis un deuxième fil (qui peut déterminer 0 ou 1 croisement) puis un troisième fil qui peut croiser les deux premiers et déterminer 3 croisements, anticiper la position du quatrième de façon à obtenir le plus de croisements possibles avec les trois premiers.
- Compter les 6 croisements



#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (6 croisements) avec dessin des quatre fils (traits s'approchant plus ou moins de segments de droite) qui mettent clairement en évidence les six croisements (on admet évidemment les croisements qui se situent sur le cerceau)
- 3 Réponse correcte avec dessin précis montrant 6 croisements mais le nombre de croisements n'est pas indiqué  
ou réponse correcte avec dessin imprécis  
ou réponse avec plus de 4 fils mais nombre maximal de croisements bien visibles (5 fils : 10 croisement, 6 fils : 15 croisements, ...)
- 2 Réponse « 5 croisements » avec dessin précis  
ou réponse avec plus de 4 fils mais réponse avec un ou deux oublis (5 fils : 8 ou 9 croisement, 6 fils : 13 ou 14 croisements, ...)
- 1 Réponse correcte (6 croisements) sans dessin  
ou dessin avec 5 croisements mais le nombre de croisements n'est pas indiqué  
ou réponse avec 5 croisements due au fait que trois fils ont un même point d'intersection  
ou dessin avec plus de quatre fils et de trois à cinq oublis dans le nombre de croisements  
ou dessin avec 4 croisements
- 0 Incompréhension du problème  
ou réponse « 5 croisements » sans dessin

### 3. LES JETONS DE VALÉRIE (Cat. 31, 32, 41)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Tâche mathématique

Les nombres de 1 à 6 sont écrits sur les faces de 3 jetons; déterminer les associations de ces nombres sur chaque jeton à partir de trois lancers (où apparaît chaque fois un nombre par jeton)

##### Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a six faces de jetons ayant chacune un des nombres de 1 à 6.
- Comprendre que les lancers des jetons donnent la possibilité d'exclure de la face cachée des différents jetons, les nombres qui sont visibles lors de ce lancer.
- Se rendre compte, selon la figure du premier lancer, que le jeton avec le nombre 1 aura sur sa face cachée : ou 3, ou 5 ou 6 et que ces possibilités sont les mêmes pour le jeton avec le 4 et le jeton avec le 2.
- Comprendre, selon le deuxième lancer, que le jeton avec le nombre 2 doit obligatoirement avoir 5 sur sa face opposée et que le jeton avec le nombre 4 ne peut avoir que le 6 ou le 3 sur sa face opposée, de même pour le jeton avec le nombre 1.
- Dédire du troisième lancer que le jeton avec le nombre 1 ne peut pas avoir 6 sur sa face opposée et que c'est obligatoirement le 3.
- Conclure que le jeton avec le nombre 4 sur une face aura 6 sur sa face opposée.

Ou, pour chaque jeton, écrire toutes les associations possibles et écarter celles qui ne répondent pas aux conditions.

Ou, arriver aux associations correctes par essais successifs, sans pouvoir être certain que la solution est unique.

Ou, observer que le 2 apparaît lors de chacun des trois lancers et que le 5 est celui qui n'apparaît jamais et en déduire que le 2 et le 5 sont sur les faces opposées du même jeton. Dédire du deuxième et troisième lancer que le 6 ne peut pas être opposé, ni au 3, ni au 1 et donc qu'il est opposé au 4 et conclure que le 3 est opposé au 1.

Ou, construire des modèles des jetons en carton, écrire 1, 2 et 4 sur une face de chacun et procéder par essais pour les faces opposées.

##### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (1-3, 4-6, 2-5) avec présence des déductions effectuées clairement précisées ou avec les essais et vérifications effectués
- 3 Réponse correcte obtenue par essais, (par exemple : accompagnée de la phrase type « nous avons fait des essais ») sans autre explication, mais avec vérification de la compatibilité avec les indications de l'énoncé
- 2 Réponse correcte sans référence à des essais et sans aucune vérification ou raisonnement correct qui conduit à l'association 2-5 mais sans conclusion pour les autres
- 1 Début de raisonnement correct (on indique par exemple les nombres qui peuvent être sous les jetons du premier lancer)
- 0 Incompréhension du problème

## 4. MODÈLES RÉDUITS (Cat. 31, 32, 41)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Trouver les prix unitaires de 3 objets et le prix d'achat d'un lot, connaissant les prix de trois combinaisons de ces objets ( $2c + m = 19$  ;  $c + 2m = 17$  ;  $2b + m = 13$ )

#### Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème (données par les prix de 3 combinaisons d'objets) et le fait qu'il faut chercher les prix unitaires des objets.
- Procéder par essais au hasard ou par essais organisés en respectant les contraintes de l'énoncé (vérification que les prix unitaires trouvés vérifient les 3 contraintes).

Les essais peuvent être orientés par le bon sens (prix de la bicyclette < prix de la voiture < prix du camion) et par quelques déductions simples, par exemple :

comme 2 bicyclettes et 1 voiture coûtent 13 €, 1 bicyclette coûte moins de 6 € ;

comme 2 camions et 1 voiture coûtent 6 € de plus que 2 bicyclettes et 1 voiture, 1 camion coûte 3 € de plus qu'une bicyclette.

- En déduire que Dora paiera 16 € : 7 € (camion) + 5 € (voiture) + 4 € (bicyclette)

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Dora va payer 16 €), avec une trace exhaustive des calculs réalisés (liste des essais par exemple)
- 3 Réponse correcte avec une trace incomplète des calculs effectués (certains d'entre eux n'étant pas mentionnés) ou les trois prix unitaires sont trouvés (7 € le camion + 5 € la voiture + 4 € la bicyclette) avec une trace exhaustive des calculs réalisés mais le prix total (16 €) n'est pas calculé
- 2 Réponse correcte sans trace des calculs mais avec vérification que les prix unitaires trouvés vérifient les contraintes de l'énoncé
  - ou réponse correcte pour les 3 prix unitaires, avec présence au moins partielle des calculs effectués, sans calcul du prix total payé par Dora et avec une trace incomplète des calculs effectués
  - ou procédure correcte mais résultat erroné dû à une erreur de calcul
- 1 Début de recherche appropriée : essais de nombres vérifiant les contraintes du problème, mais n'aboutissant pas à trouver les 3 prix unitaires.
- 0 Incompréhension du problème, par exemple : calculs ne correspondant pas aux contraintes du problème.

## 5. CARRÉS SUR DES CLOUS (CAT. 31, 32, 41)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Identifier et dénombrer des carrés dont les sommets se situent sur une partie d'une planche à clous.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème : les figures doivent être des carrés dont les sommets sont des clous du support. La difficulté qui consiste à envisager des carrés en position non standard est en partie aplanie par l'exemple donné.
- Procéder par construction effective de carrés de façon aléatoire. Le risque est alors de ne pas parvenir à l'exhaustivité ou de produire des doublons.

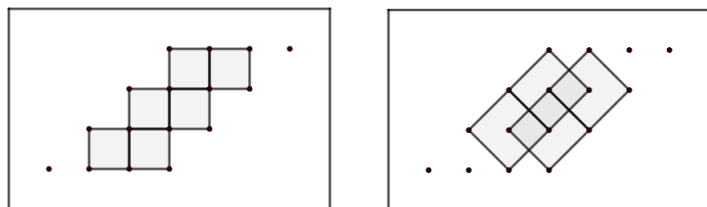
Ou, procéder par construction effective de carrés de façon organisée, par exemple selon la longueur des côtés (carrés de côté 1, de côté 2, de côté oblique) ou en partant d'un point donné, puis d'un autre ...

Ou, dénombrement des carrés sans tous les construire effectivement, mais en les décrivant de façon claire. Cette démarche peut conduire à des oublis.

Une recherche organisée conduit à trouver :

6 carrés de côté 1 (2 par bandes de points de largeur 1)

4 carrés de côtés obliques (diagonales de carrés)



#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (10 carrés) avec inventaire clair : description de toutes les possibilités : dessin de tous les carrés ou liste exhaustive clairement décrite, sans autre figure
- 3 Réponse correcte (10 carrés) avec inventaire peu clair : dessin imprécis ou liste insuffisamment décrite, sans autre figure ou 8 ou 9 carrés (par exemple oubli de 2 carrés à côté oblique) avec inventaire clair : dessin de tous les carrés trouvés ou liste clairement décrite, sans autre figure  
ou réponse correcte (10 carrés) avec inventaire clair de toutes les possibilités mais avec présence d'une seule figure erronée  
ou dessin de tous les carrés ou liste exhaustive claire, sans autre figure, mais oubli de la réponse « 10 »
- 2 6 ou 7 carrés dont au moins un à côté oblique, sans autre figure  
ou les 10 carrés mais avec présence de deux figures erronées au maximum
- 1 4 ou 5 carrés, sans autre figure  
ou de 6 à 9 carrés mais avec présence de plus de deux figures erronées
- 0 Incompréhension du problème  
ou moins de 4 carrés avec ou sans figure erronée

## 6. MONSIEUR CHARLES (Cat. 32, 41)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Déterminer le nombre de triplets formés avec 3 objets (chacun pouvant être de 4 couleurs différentes), de telle façon que deux objets soient de même couleur et le troisième d'une couleur différente.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes de la situation : les différentes manières de s'habiller dépendent du choix de deux couleurs sur quatre, et de l'attribution de ces 2 couleurs (une couleur pour le chapeau et le pantalon, l'autre pour la veste)
  - Déterminer une stratégie qui permette de produire des triplets respectant les contraintes (sans organisation préalable), puis suivie ou non d'une organisation des triplets trouvés pour éliminer les doublons et trouver les manquants. Puis dénombrement des triplets obtenus. (Cette stratégie, sans organisation au départ risque de produire des doublons et, surtout, de faire oublier des possibilités.)
- Ou, choisir par exemple, rouge pour le chapeau et le pantalon, et une des 3 autres couleurs pour la veste, ce qui conduit aux triplets RRV, RRG, RRB. De même, pour chacune des trois autres couleurs possibles pour le chapeau et le pantalon, il y a trois possibilités différentes pour la veste. En déduire qu'il y a un total de douze possibilités.
- Conclure que le 13 mars est la première journée où Monsieur Charles sera obligé de s'habiller de la même manière qu'un des jours précédents.

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (13 mars), avec une explication claire (par exemple, une liste et/ou un calcul des 12 possibilités différentes)
- 3 Réponse correcte, mais avec des explications peu claires ou incomplètes, par exemple, les possibilités ne sont pas données en détail ou le calcul n'est pas expliqué
- 2 Procédure correcte conduisant aux 12 triplets possibles, mais réponse "13 mars" absente  
ou réponse "12 mars" avec la découverte des 12 possibilités  
ou réponse "13 mars" sans explication ou avec 12 possibilités qui ne sont pas toutes différentes
- 1 Description de 6 à 11 possibilités différentes avec ou sans indication du jour correspondant  
ou réponse incorrecte due à des doublons dans les possibilités recensées  
ou réponse 25 mars si la même couleur pour chapeau et pantalon, n'est pas prise en compte (4 séries de 6 combinaisons)  
ou réponse « 17 mars » si les élèves ne tiennent pas compte de la même couleur du chapeau et du pantalon
- 0 Production de moins de six possibilités différentes  
ou incompréhension du problème

## 7. JEUX D'ARAIGNÉES (Cat. 41, 42)

### ANALYSE A PRIORI

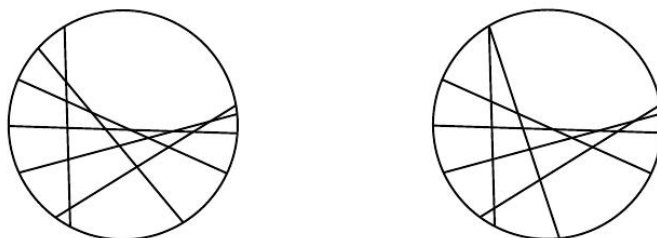
#### Tâche mathématique

Trouver le nombre maximum d'intersections de six cordes d'un cercle

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que les fils sont des segments de droite.
- Comprendre que le nombre des croisements dépend de la disposition des fils
- Vérifier tout d'abord que les quatre fils de Topsy ont 6 intersections et se convaincre qu'il s'agit du maximum afin de poursuivre la recherche avec cinq et six fils.
- Pour trouver le nombre maximum de croisements de 6 fils, le dessin est plus délicat. Il faut faire en sorte que chaque fil ajouté « croise » tous les précédents. Il faut aussi vérifier que plus de deux fils n'aient un même point d'intersection, ce qui ferait que ce croisement serait compté pour un seul au lieu de plusieurs.
- Une procédure consiste à dessiner un premier fil, puis un deuxième, avec un croisement, puis un troisième « croisant les deux premiers avec  $1 + 2 = 3$  croisements, puis un quatrième croisant les trois précédents avec  $1 + 2 + 3 = 6$  croisements et ainsi de suite : pour le cinquième  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  croisements et finalement pour le sixième  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  croisements.

Ou, procéder de manière non systématique, sans pouvoir s'assurer que le nombre de croisements est maximum.



#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (15 croisements ou la somme  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ) avec dessin précis et description qui fait clairement apparaître que les six fils coupent chacun des cinq autres (ou explication sur la position de la règle qui détermine les croisements ou mentions des essais permettant de trouver une disposition optimale des six fils ...)
- 3 Réponse correcte (15 croisements) avec dessin précis sans explications ou seulement la somme  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  ou 14 croisements avec dessin précis et explications
- 2 13 croisements avec dessin précis  
ou 15 croisements, sans dessin
- 1 11 à 12 croisements avec dessin précis
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 11 croisements

## 8. LES HORLOGES (Cat 41, 42)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Trouver, parmi les images de 6 horloges, dont l'une est à l'heure, l'une avance de 20 minutes, l'une retarde de 20 minutes et les trois autres sont arrêtées, celle qui est à l'heure.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que pour répondre à la question il faut lire les heures des six horloges : 1:35, 1:55, 2:00, 2:15, 2:45, 3:00.
  - Choisir une horloge, faire l'hypothèse que c'est elle qui est à l'heure et vérifier si les conditions données pour les autres sont respectées. Si ce choix n'est pas juste, recommencer avec une autre horloge.
- Ou, procéder par essais en choisissant trois horloges et vérifier si les écarts entre les trois sont respectés.
- Ou, comprendre que si une horloge retarde de 20 minutes et un autre avance de 20 minutes, l'écart entre les deux sera de 40 minutes et que celle qui indique l'heure exacte sera comprise entre les deux. Chercher donc les deux horloges dont les heures diffèrent de 40 minutes. On peut soit effectuer les calculs ( $1\text{ h }35\text{ min} + 40\text{ min} = 1\text{ h }75$  correspondant à  $2\text{ h }15\text{ min}$ ), soit en se déplaçant dans le temps, en avant ou en arrière sur chaque horloge. Trouver ainsi qu'il s'agit des horloges indiquant 1:35 et 2:15 et que celle de l'heure exacte est celle qui indique 1:55 (horloge n°3, 20 minutes en plus de 1:35 et 20 minutes en moins de 2:15)
- Ou, chercher de manière systématique les couples de deux horloges qui diffèrent de 20 minutes en écartant toutes celles qui n'ont pas cette différence. On écarte ainsi les horloges indiquant 2:00, 2:45, 3:00. Les trois autres sont celles à prendre en considération, celle donnant l'heure exacte se situe entre les deux autres dans l'ordre croissant des temps.

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (l'horloge n°3) avec la description de la procédure suivie (les calculs, les indications sur la figure des aiguilles déplacées, les explications par des mots ...)
- 3 Réponse correcte avec explications incomplètes (par exemple on ne mentionne que l'écart entre l'horloge qui indique 20 minutes de plus que l'heure exacte)
- 2 Réponse correcte : le numéro de l'horloge à l'heure sans aucune explication de la démarche suivie
- 1 Calculs qui montrent la recherche d'écarts de 20 ou 40 minutes sans être arrivé à trouver les horloges impliquées ou au moins une hypothèse sur une horloge choisie comme "à l'heure juste" et la vérification que les autres conditions ne sont pas respectées
- 0 Incompréhension du problème.



## 9. UN CHAMP D'AIRE DOUBLE (Cat. 41, 42, ~~71~~)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

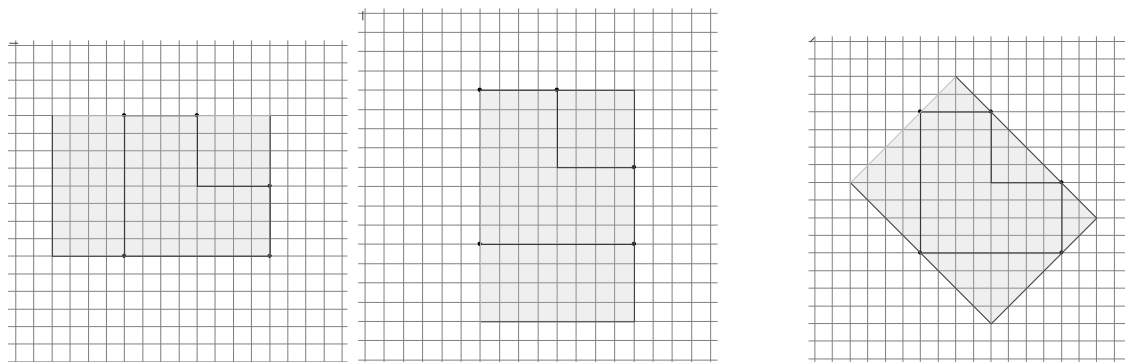
Transformer un polygone concave (composé d'un rectangle et d'un carré ou représentant les  $\frac{3}{4}$  d'un carré) sur le contour duquel sont placés cinq points en un rectangle d'aire double de façon à ce que les cinq points soient encore sur le contour du rectangle dans leur position d'origine.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que l'aire du nouveau champ, doit être le double de celle de l'ancien champ.
- Faire le choix d'une unité de mesure, le plus simple étant de prendre pour unité un carreau du quadrillage et déterminer l'aire de l'ancien champ : 48 et celle du nouveau : 96 (en carreaux).  
On peut aussi observer que la figure d'origine est composée de trois carrés de  $4 \times 4$  et que le nouvel enclos devra être composé de six carrés de  $4 \times 4$ , ce qui permet d'obtenir facilement les deux premières solutions (pour la troisième il faudra décomposer ce carré en triangles dont l'aire vaut  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{4}$  du carré.)
- Comprendre la contrainte de position des 5 arbres : ils restent là où ils sont et ils doivent être aussi sur la nouvelle clôture. Comme il y a 5 arbres, ils ne peuvent pas tous être sur les sommets du rectangle (comme ils étaient sur les sommets de la figure d'origine) mais donc sur des côtés du rectangle.
- Essayer de dessiner le nouveau champ en tenant compte des trois contraintes : il doit être rectangulaire et les points doivent être sur les côtés ou être des sommets du rectangle.

Deux cas se présentent :

- Les côtés du rectangle suivent les lignes du quadrillage. Utiliser alors la contrainte sur l'aire, 96, pour déterminer les dimensions du rectangle (8 et 12 s'imposent rapidement comme diviseurs de 96 et 8 comme une des dimensions de la figure d'origine)
- Les côtés du rectangle ne suivent pas les lignes du quadrillage. Procéder par essais pour tracer le seul rectangle qui satisfait la contrainte sur la position des points. Déterminer son aire et la comparer à l'aire de l'ancien champ. Ou la comparer à celle de la figure précédente par décomposition
- Conclure qu'il y a trois possibilités :



#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte avec dessin précis des trois rectangles possibles et vérification du doublement de l'aire, sans aucune figure erronée
- 3 Dessin précis des trois rectangles possibles sans vérification du doublement de l'aire  
ou dessin précis de deux rectangles corrects avec vérification du doublement de l'aire et sans aucune figure erronée  
ou dessin précis des trois rectangles corrects avec ou sans vérification du doublement de l'aire et avec présence d'une figure erronée (soit la figure n'est pas un rectangle, soit la position de tous les arbres sur le contour n'est pas respectée)
- 2 Dessin précis d'un seul rectangle correct avec ou sans vérification du doublement de l'aire et sans aucune figure erronée  
ou dessin précis de 2 rectangles corrects avec ou sans vérification du doublement de l'aire et avec présence d'une figure erronée
- 1 Dessin précis d'un seul rectangle correct avec ou sans vérification du doublement de l'aire et avec présence d'une figure erronée
- 0 Incompréhension du problème

## 10. TOUT À MOINS DE 3 EUROS (Cat. 42)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Dans un contexte de prix inférieurs à 3 euros, trouver toutes les paires de nombres décimaux (avec unités, dixièmes et centièmes) formés de trois mêmes chiffres, tous différents les uns des autres, et telles que la différence entre les deux nombres est 72 centièmes

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que tous les prix sont écrits avec des nombres décimaux formés de trois chiffres tous différents les uns des autres, ayant pour chiffre des unités un chiffre allant de 0 à 2, tandis que pour les dixièmes et les centièmes tous les chiffres de 0 à 9 peuvent être utilisés.
- Comprendre qu'il faut chercher des paires de nombres décimaux écrits avec trois mêmes chiffres, différents les uns des autres mais disposés de manière différente et telles que la différence entre les deux nombres est 72 centièmes.
- Vérifier, sur l'exemple que la différence entre 1,03 et 0,31 est bien de 72 centimes et que les trois chiffres sont distincts.
- Trouver d'autres paires en procédant par essais, qui peuvent s'organiser au cours de la recherche.

Dans le cas où le chiffre des unités est le même dans les deux prix, la recherche se limite à la partie décimale, composée de deux chiffres choisis dont la différence est 8 (7 + 1 de « retenue ») et que, par conséquent, ces deux chiffres peuvent être 1 et 9 ou 0 et 8, ce qui conduit aux quatre paires de prix : 1,08 et 1,80 ; 2,18 et 2,80 ; 0,19 et 0,91 ; 2,19 et 2,91, 0,18 et 0,80 comme 1,19 et 1,91 sont à écarter car elles n'utilisent pas trois chiffres différents

Dans le cas où le chiffre des unités est modifié par l'addition de 0,72 ou 1 – 0,28, il augmente de 1 d'un prix à l'autre il n'y a alors que deux possibilités à examiner pour les unités des deux prix : 0 et 1 puis 1 et 2. L'exemple donné 0,31 et 1,03 donne une première solution qui correspond au triplet de chiffres (0 ; 1 ; 3), avec le triplet de chiffres (1 ; 2 ; 4) on obtient encore les deux prix 1,42 et 2,14.

- Conclure qu'il y a six paires de prix répondant aux trois conditions, inférieurs à 3, différence de 0,72, chiffres distincts.

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les six paires 0,19 et 0,91 ; 2,19 et 2,91 ; 1,08 et 1,80 ; 2,08 et 2,80 ; 0,31 et 1,03 1,42 et 2,14) avec description des essais et mentionnant qu'il n'y a pas d'autres paires de prix (on admet que la paire 0,31 et 1,03 de l'exemple ne soit pas répétée.)
- 3 Réponse correcte (les six paires) mais avec une description peu claire de la procédure suivie et/ou ne précisant pas qu'il n'y a pas d'autres paires  
cinq paires correctes trouvées (ou quatre en excluant la paire de l'exemple), avec une description des essais ou les six paires correctes et les deux paires 0,08 et 0,80 1,19 et 1,91 avec chiffres non distincts
- 2 Quatre paires correctes (ou trois en excluant la paire de l'exemple), avec une description des essais  
ou quatre ou cinq paires nouvelles avec une ou deux paires incorrectes ne respectant pas une seule des trois conditions (écart différent de 0,72, prix supérieur à 3 €, chiffres non tous différents).
- 1 Seulement une ou deux paires trouvées, autre que celle donnée dans l'énoncé  
ou trois paires nouvelles avec une ou deux paires incorrectes (écart différent de 0,72, prix supérieur à 3 €, chiffres non tous différents).
- 0 Incompréhension du problème (contrainte sur les chiffres ou la différence non pris en compte)

## 11. LES BRACELETS DÉCORÉS (Cat. 42)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Connaissant le prix de trois compositions différentes réalisées à l'aide de trois types d'objets ayant des prix différents l'un de l'autre, déterminer le prix d'une quatrième composition contenant les trois mêmes types d'objets.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que tous les bracelets sont réalisés avec trois types de pièces : carré, triangle et quart de disque, et donc que les losanges qu'on voit sur le troisième bracelet sont composés chacun de deux triangles isocèles accolés par leur base.
  - Comprendre que chaque type de pièce a un prix différent en fonction de la forme et que le prix indiqué à côté de chaque bracelet correspond au prix total des pièces utilisées.
  - Observer que le premier et le troisième bracelet comportent les trois types de pièces alors que le deuxième ne comporte pas de pièce triangulaire.
  - Comprendre que pour déterminer le prix du quatrième bracelet il faut connaître celui de chaque type de pièce.
  - Déterminer pour chaque bracelet le nombre de pièces de chaque type qui a été utilisé :
    - premier bracelet : 4 quarts de cercle, 4 carrés, 8 triangles ;
    - deuxième bracelet : 12 quarts de cercle, 10 carrés ;
    - troisième bracelet : 4 quarts de cercle, 5 carrés, 8 triangles
  - Constater que le troisième bracelet se distingue du premier uniquement par la présence d'une pièce carrée supplémentaire.
  - En déduire que la différence de prix entre les deux bracelets correspond au prix d'une pièce carré : 0,70 euro ( $13,90 - 13,20$ ).
  - Déterminer ensuite le prix d'un quart de disque à partir du prix du deuxième bracelet qui n'est composé que de carrés et quarts de disque : 0,80 euro ( $[16,60 - 0,70 \times 10] : 12$ ).
  - Déterminer enfin le prix d'une pièce triangulaire à partir du prix du premier ou du troisième bracelet. Par exemple à partir des informations maintenant connues sur le premier bracelet, on trouve 0,90 euro ( $[13,20 - 0,80 \times 4 - 0,70 \times 4] : 8$ ).
  - Calculer enfin le prix du quatrième bracelet : 17,60 euro ( $0,80 \times 4 - 0,70 \times 9 + 0,90 \times 9$ ).
- Ou Procéder par essais pour déterminer le prix de chaque type de pièce, par exemple à partir du deuxième bracelet qui n'est fait que de carrés et de quarts de disque, en nombres voisins (10 carrés et 12 quarts de disque). En faisant l'hypothèse que les deux types de pièces ont le même prix, on obtient 0,75 euro ( $16,60 : 22$ ). A partir de là, ajuster les valeurs. Pour les valeurs qui conviennent pour le deuxième bracelet, vérifier qu'elles conviennent pour les premier et troisième bracelets. Finir par trouver que pour 0,70 euro pour la pièce carrée et 0,80 euro pour le quart de disque, on obtient le même prix pour la pièce triangulaire (0,90 euro) pour les premier et troisième bracelets.
- Calculer le prix du quatrième bracelet : 17,60 euro.

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (17,60 euro) avec des explications claires et complètes (inventaire des pièces de chaque bracelet ou comparaison directe entre le premier et le troisième bracelet, description des étapes avec le détail des calculs des valeurs des différentes pièces, essais organisés avec présence des vérifications effectuées)
- 3 Réponse correcte avec des explications partielles (par exemple absence de quelques étapes ou dans le cas d'une procédure par essais absence de vérifications)  
ou procédure correcte bien expliquée mais avec une erreur dans le comptage des pièces ou dans l'exécution d'une opération avec les nombres décimaux
- 2 Réponse correcte sans explication  
ou procédure correcte avec plus d'une erreur dans le comptage des pièces et/ou l'exécution des opérations avec les nombres décimaux  
ou détermination correcte du nombre de pièces de chaque type dans les trois premiers bracelets et début de procédure correcte des calculs mais sans arriver à la conclusion
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple, détermination exacte du nombre de pièces de chaque type dans les trois premiers bracelets)
- 0 Incompréhension du problème (par exemple décompte du nombre de pièces dans chaque bracelet, sans prendre en compte qu'il y a différents types de pièces, attribution de valeurs arbitraires aux pièces sans vérification ...)

## 12. COMPARAISON DE FIGURES (Cat. 42)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Comparer les aires de trois polygones (de 5 à 6 côtés) dont tous les sommets sont sur des nœuds d'un quadrillage.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre, à la lecture de la question et à l'observation des figures que pour comparer les aires, il s'agit de déterminer chacune des trois aires, avec une unité commune.
  - Constater que les trois figures ne sont ni des rectangles, ni des triangles pour lesquels on dispose de formules, que la présence du quadrillage permet d'utiliser le carreau comme unité commune et qu'il faudra décomposer les figures en carreaux entiers ou parties de carreaux ou en figures de base : rectangles, triangles ou demi-rectangles.
  - Les procédures de détermination de l'aire sont multiples, et différentes d'une figure à l'autre et d'un groupe d'élèves à un autre, en particulier :
    - comptage une à une des unités entières, puis reconstitution d'unités par déplacements des parties non entières,
    - décomposition de la figure en rectangles et triangles qui peuvent reconstituer un rectangle par déplacements,
    - perception du triangle rectangle comme demi-rectangle,
    - les triangles non rectangles sans angle obtus sont décomposés en deux triangles rectangles,
    - calcul de l'aire du rectangle circonscrit à la figure totale suivi de la soustraction des aires des rectangles et/ou triangles complémentaires,
    - appel à la formule de l'aire du triangle.
  - Trouver l'aire des trois figures, en carreaux, par exemple :  
 Pour A : un rectangle de  $6 \times 7$  dont on retire quatre triangles de  $5 \times 1$ , de  $6 \times 1$ , de  $6 \times 3$  de  $5 \times 2$  et un rectangle de  $2 \times 1$ :  
 $42 - 2,5 - 3 - 9 - 5 - 2 = 20,5$ .  
 Pour B : un rectangle de  $6 \times 2$  et un triangle de  $6 \times 3$  :  $12 + 9 = 21$  ou compensations de carreaux pour le triangle  
 Pour C : décomposition en un rectangle et trois triangles.  $6 + 2 + 10 + 3 = 21$
  - Conclure que les trois aires ne sont pas égales : 20,5 ; 21 et 21 (en carrés du quadrillage).
- Ou, calcul des aires à partir de mesures prises, en cm ou mm, sur les polygones qui composent les figures. (Cette procédure exige des mesures prises au mm près, les calculs précis de chaque aire et la prise en compte rigoureuse des erreurs dues aux approximations pour être certain que l'aire de A est inférieure aux aires de B et C)

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte : les trois aires ne sont pas égales A : 20,5 ; B : 21 et C : 21 (en carreaux du quadrillage). On accepte que l'inégalité ne soit pas mentionnée explicitement ; mais pour chacune des aires la description des calculs ou comptages est nécessaire. (En cas de mesures en cm ou mm, l'inégalité ou l'égalité des aires doivent être accompagnés de calculs précis tenant compte explicitement des erreurs d'approximation.)
- 3 Réponse correcte, avec les trois aires trouvées, mais avec le détail des calculs seulement pour une ou deux d'entre elles ou aires correctes pour deux des aires et erreur sur la troisième, avec détail des calculs ou aires calculées d'après des mesures correctes au mm, sans mention explicite des erreurs dues aux approximations
- 2 Réponse correcte, avec les trois aires trouvées, sans le détail des calculs  
 ou aire correcte pour une seule des trois aires, et une seule erreur pour chacune des deux autres, chaque fois avec le détail des calculs  
 ou réponse correcte avec le calcul détaillé pour deux aires, mais le calcul de la troisième n'a pas été abordé ou contient des erreurs  
 ou réponse erronée (les aires des trois polygones sont égales) due à des erreurs de calcul dans la détermination de l'aire de A, avec le détail des opérations
- 1 Seulement l'aire d'une ou deux des trois figures est trouvée, sans détails  
 ou aires approximatives à partir de mesures prises sur les polygones qui composent les figures
- 0 Incompréhension du problème

### 13. QUI A CASSÉ LA VITRE ? (Cat. 42)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Tâche mathématique

Déterminer le vrai et le faux dans quatre affirmations dont l'une seule est fausse, dans un contexte de « mensonges » et vérités

##### Analyse de la tâche

- Observer que Claude et David disent la même chose et que, par conséquent, ni l'un ni l'autre ne peut avoir menti parce qu'on aurait deux affirmations fausses. En déduire que celui qui a menti est soit André, soit Bruno :
- Supposer qu'André ment. Son affirmation conduirait à la conclusion que le coupable est Bruno, mais puisque Bruno devrait dire la vérité, il ne pourrait plus affirmer que le coupable est André ou David. Donc Bruno dirait un mensonge, ce qui contredit la donnée qu'un seul des quatre enfants ment.
- Conclure que c'est Bruno qui ment et que, par conséquent, la vitre a été cassée par Claude ou Bruno lui-même. De l'affirmation d'André, vraie, il s'ensuit que c'est Claude le coupable. (L'obstacle à surmonter est d'accepter l'idée que celui qui ment n'est pas forcément le coupable.)

L'observation que Claude et David ne peuvent pas avoir menti réduit les hypothèses sur deux personnes, la recherche du coupable exige des hypothèses sur chaque personnage : soit en le considérant comme celui qui ment, soit en le considérant comme le coupable. Par exemple, dans ce dernier cas : si André était le coupable toutes les affirmations seraient vraies, si c'était Bruno, il y aurait deux affirmations fausses (celles d'André et Bruno), si c'était Claude, il n'y aurait qu'une affirmation fausse (celle de Bruno) si c'était David, il y aurait deux affirmations fausses (celles de Claude et de David).

##### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Claude) avec des explications claires et complètes (l'affirmation fausse est découverte et toutes les déductions et essais nécessaires sont présents)
- 3 Réponse correcte avec une description du raisonnement incomplète (toutes les hypothèses ne sont pas vérifiées)
- 2 Réponse correcte avec une explication contenant des erreurs de raisonnement (par exemple confusion entre faux ou vrai pour une affirmation)  
ou réponse que ne détermine que le menteur (Bruno) et non le coupable
- 1 Début de raisonnement correct, mais non abouti (par exemple réponse « André » qui ne tient pas compte de la donnée « un seul d'entre eux a menti »).  
ou réponse correcte (Claude) sans aucune explication
- 0 Incompréhension du problème