

**1. A. LE PAPIER DE FRANÇOIS - DAS PUZZLE VON FRANÇOIS (Cat. 31, 32)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

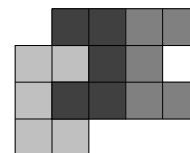
Partager une surface quadrillée en trois figures isométriques qui sont des assemblages de carrés.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la totalité de la surface doit être découpée en trois pièces, que le contour de chaque pièce doit suivre des lignes du quadrillage, que les trois pièces doivent être superposables mais qu'elles ne sont pas nécessairement orientées de la même façon.
- Procéder par essais inorganisés : dessiner une première pièce et chercher à dessiner sur la surface restante deux pièces identiques ; procédure qui a peu de chance d'aboutir.
- Dénombrer les carrés contenus dans la surface (15) et en déduire que chaque pièce doit être faite de 5 carrés. Procéder par essais successifs en ajustant la forme des pièces : dessin d'une première pièce faite de 5 carrés choisie de façon aléatoire ou découpe de 3 pièces identiques, constater qu'elle ne permet pas de paver la surface, adapter progressivement l'agencement des 5 carrés compte tenu des contraintes géométriques perçues. Cette procédure n'est pas certaine d'aboutir.
- Rechercher différentes façons d'assembler 5 carrés et pour chaque forme trouvée, essayer de paver la surface avec 3 pièces identiques découpées ou dessinées sur la surface.  
Arrêter la recherche quand un pavage a été trouvé.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (les trois pièces dessinées et coloriées) et une explication de la manière dont la recherche s'est faite (on a essayé des formes, on a vu que chaque pièce devait avoir 5 carrés et on a essayé des formes faites de 5 carrés, dessins de plusieurs tentatives successives, ...). L'explication de l'unicité de la réponse n'est pas demandée
- 3 Réponse correcte (les trois pièces dessinées et coloriées), sans explication
- 2 Début de raisonnement correct : pavage avec trois pièces, chacune de cinq carrés, mais seulement deux sont identiques
- 1 Présentation d'une recherche montrant que chacune des trois pièces doit contenir 5 carrés
- 0 Incompréhension du problème



**2. LES SPORTIFS - SPORTLICHE SCHÜLER** (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver le nombre d'éléments de l'intersection de deux ensembles connaissant le nombre d'éléments de chaque ensemble et celui de leur réunion.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les données de la situation : chacun des 25 élèves pratique au moins un des deux sports, certains élèves en pratiquent deux, le nombre de pratiquants de chaque sport est connu.
- Procéder par essais sur les 3 nombres (pratiquants de chacun des sports seul et pratiquants des 2 sports) et vérification du nombre d'élèves pratiquant chacun des sports et du nombre total d'élèves.
- Procéder par essais et ajustements, à partir du nombre d'élèves pratiquant les deux sports et en déduire les conséquences. Par exemple, si ce nombre était égal à 8, 6 élèves ne pratiqueraient que la natation, 7 élèves ne pratiqueraient que le basket-ball et le nombre total d'élèves de la classe serait égal à 21. D'autres essais sont nécessaires pour savoir s'il faut augmenter ou diminuer le nombre testé.
- Considérer que si aucun élève ne pratiquait les deux sports, le nombre d'élèves de la classe serait égal à 29 ( $14 + 15$ ). En déduire que 4 des élèves ( $29 - 25$ ) pratiquent donc les deux sports. Vérifier que  $10 + 11 + 4 = 25$ .

Remarque : Compte tenu des pratiques actuelles d'enseignement, le recours à un diagramme (Venn ou Carroll) est peu vraisemblable.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (4 élèves) avec des explications ou schématisations complètes et claires
  - 3 Réponse correcte (4 élèves) avec des explications ou schématisations incomplètes ou peu claires (par exemple avec au moins un calcul pour vérifier que le nombre total d'élèves est bien égal à 25)
  - 2 Réponse correcte (4 élèves) sans explication  
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, mais avec des explications complètes et claires
  - 1 Début de recherche correct montrant que les contraintes de la situation ont été comprises
  - 0 Incompréhension du problème
-

### 3. LES BALANCES - DIE WAAGEN (Cat. 31, 32)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Tâche mathématique

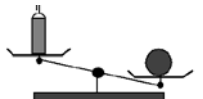
Déterminer parmi six objets différents quel est le plus léger en effectuant des déductions à partir de plusieurs pesées traduisant soit l'égalité, soit l'inégalité des masses de certains de ces objets, en utilisant entre autres la transitivité.

##### Analyse de la tâche

- Savoir interpréter correctement les équilibres ou déséquilibres d'une balance et savoir lire de deux façons un déséquilibre, par exemple :

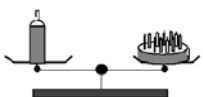


« une bouteille est plus lourde que l'ananas » ou « l'ananas est plus léger qu'une bouteille » ;

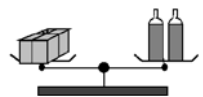


« la boule est plus lourde qu'une bouteille » ou « une bouteille est plus légère que la boule ».

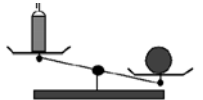
- Faire une hypothèse sur l'objet le plus léger et vérifier si cette hypothèse est compatible avec chacune des quatre pesées.
- Comprendre qu'une bouteille au moins étant présente dans chaque pesée sur l'un des plateaux, la masse de tous les autres objets va pouvoir être comparé à celui d'une bouteille.
- Tirer des informations de chaque dessin et les traiter en les mettant en relation avec d'autres, par exemple :



la masse du gâteau et d'une bouteille est la même. Quand on aura une information sur l'un, on aura la même information sur l'autre.

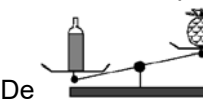


le paquet a la même masse que deux bouteilles, il est donc plus lourd qu'une bouteille.



la boule est plus lourde qu'une bouteille.

De ces trois informations, déduire qu'une bouteille est plus légère que le paquet et que la boule et qu'elle a la même masse que le gâteau.



De déduire que l'ananas est plus léger qu'une bouteille et donc qu'il est plus léger que tous les autres objets.

##### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (l'ananas) avec explications claires et complètes (interprétation de chaque pesée et déductions qui conduisent à la conclusion)
- 3 Réponse correcte avec explications partielles (manque d'une déduction ou d'une étape dans le raisonnement)
- 2 Réponse correcte sans explications  
ou absence de réponse ou réponse erronée, mais interprétation correcte de chaque pesée et deux déductions correctes.
- 1 Début de raisonnement correct, par exemple interprétation correcte d'au moins 2 pesées dont une correspondant à un déséquilibre mais absence de traitement ou traitement qui n'a pas abouti ou présence d'une seule déduction  
ou réponse par l'un des 2 objets les plus lourds (la boule ou le paquet) due à une lecture inversée des informations apportées par les balances et avec des explications cohérentes
- 0 Incompréhension du problème

**4. B. VISITES CHEZ GRAND-MÈRE - BESUCHE BEI GROßMUTTER** (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver le 1<sup>er</sup> élément commun, autre que 1, à 3 suites arithmétiques de premier terme 1 et de raisons 2, 4 et 5.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les jours de visites de chaque enfant vont de 2 en 2, de 4 en 4 ou de 5 en 5, à partir de 1 et que les jours possibles vont du 1<sup>er</sup> au 30 juin.
- Établir la liste des jours de visite de chaque enfant et constater que le seul jour commun est le 21 juin.

Ariane	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Bruno	1	6	11	16	21	26									
Céleste	1	5	9	13	17	21	25	29							

- Ou construire (ou utiliser) le calendrier du mois de juin (du 1<sup>er</sup> au 30 juin) et y noter, par exemple par leurs noms, les jours de visite de chaque enfant et constater que le seul jour commun est le 21 juin.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (21 juin) avec des explications claires et complètes
  - 3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou incomplètes, ou réponse incorrecte avec une erreur de calcul, mais des explications claires
  - 2 Réponse correcte sans explication
  - 1 Début de raisonnement correct (par exemple au moins une suite correcte de 5 jours pour un des enfants)
  - 0 Incompréhension du problème
-

**5. LE TOURNOI DE BASKET - DAS BASKETBALLTURNIER** (Cat. 31, 32, 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Calculer le nombre de combinaisons possibles de 5 éléments pris 2 à 2, chaque combinaison étant considérée deux fois.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que chaque classe doit jouer deux matchs contre chacune des autres classes.
- Faire l'inventaire des matchs possibles avec toutes les classes, de façon organisée ou non (mais dans ce cas en s'assurant à la fin qu'il n'y a pas eu d'oubli ou de répétition), puis doubler le nombre de matchs obtenus, par exemple sous la forme :

AB      BC      CD    DE  
AC      BD      CE  
AD      BE  
AE

Ou faire l'inventaire des doubles matchs possibles avec toutes les classes (en considérant les matchs aller et retour), de façon organisée ou non (mais dans ce cas en s'assurant à la fin qu'il n'y a pas eu d'oubli ou de répétition), par exemple sous la forme :

AB – BA    BC – CB    CD – DC    DE – ED  
AC – CA    BD – DB    CE – EC  
AD – DA    BE – EB  
AE – EA

Ou considérer que chaque classe fait 4 matchs avec chacune des autres classes (ce qui assure que les matchs aller et retour sont pris en compte) et calculer, soit  $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ , soit  $4 \times 5$

Ou considérer que chaque classe dispute 2 matchs contre chacune des autres équipes, donc dispute 8 matchs. En tenant compte du fait que chaque match est ainsi compté 2 fois, arriver à  $(8 \times 5) : 2$ .

Ou compter 25 matchs ( $5 \times 5$ ) et en retirer 5 car on ne joue pas contre soi-même (sous forme de calcul ou de tableau).

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (20 matchs) avec une procédure explicite (inventaire détaillé ou calcul justifié)
  - 3 Réponse correcte (20 matchs) avec une procédure incomplète ou non justifiée (par exemple calcul de  $5 \times 4$ ) ou réponse à au plus 2 matchs près (de 18 à 22 matchs) avec une procédure explicite (inventaire détaillé), mais répétition ou oubli d'un ou deux matchs.
  - 2 Réponse avec seulement un match avec chaque autre classe (10 matchs) avec une procédure explicite (inventaire détaillé ou calcul justifié) ou réponse correcte ou approchée (de 18 à 22 matchs) sans explication ou avec un calcul non justifié ou réponse 25 matchs (oubli du retrait de 5 matchs après le calcul  $5 \times 5$ ) avec des explications claires et complètes
  - 1 Réponse « 10 matchs » ou « 25 matchs », sans explication ou début de recherche correcte, avec au moins 5 matchs inventoriés
  - 0 Incompréhension du problème ou début de recherche avec moins de 5 matchs inventoriés
-

**6. C. LES CUBES DE ZOÉ - I - ZOÉS WÜRFEL - I (Cat. 32, 41, 42, 71)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer un entier naturel inférieur à 25 ayant 2 décompositions trapézoïdales (décompositions en sommes d'entiers consécutifs).

**Analyse de la tâche**

- Comprendre la situation d'empilement à l'aide du texte et des dessins.
- Rester dans le cadre géométrique et essayer de façon organisée ou non de réaliser un schéma à l'aide de carrés répondant aux contraintes de l'énoncé et identifier celles qui répondent à la question posée.
- Passer au cadre numérique et comprendre qu'il s'agit de chercher des décompositions additives à l'aide d'entiers consécutifs pour les entiers inférieurs à 25 et ayant au moins 2 décompositions trapézoïdales.
- Procéder alors de façon systématique en cherchant toutes les décompositions trapézoïdales des entiers en débutant par les premiers entiers, et trouver les nombres trapézoïdaux qui apparaissent au moins deux fois.

On a :

Sommes de deux entiers : 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15 ; 17 ; 19 ; 21 ; 23

Sommes de trois entiers : 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24

Sommes de quatre entiers : 10 ; 14 ; 18 ; 22

Sommes de cinq entiers : 15 ; 20

Sommes de six entiers : 21 où les nombres qui apparaissent au moins deux fois sont 9, 15, 18 et 21.

Ou procéder par essais additifs plus ou moins organisés et aboutir à certains des nombres cherchés (ou à tous !).

**Attribution des points**

- 4 Réponse complète exacte (9 ; 18 ; 15 et 21) avec explications claires et complètes (sans autre nombre erroné)
  - 3 Réponse complète exacte avec explications incomplètes ou peu claires (sans autre nombre erroné)  
ou réponse avec 5 nombres dont les 4 corrects (9 ; 18 ; 15 et 21) et soit 25, soit un autre incorrect (dû à une erreur de calcul), mais avec explications claires  
ou 3 des nombres cherchés avec explications claires, sans autre nombre erroné
  - 2 Les 4 nombres cherchés avec au plus 2 autres nombres erronés  
ou 3 des nombres cherchés avec explications incomplètes ou peu claires et éventuellement un autre nombre erroné consécutif à une erreur de calcul  
ou 1 ou 2 des nombres cherchés avec explications claires sans autre nombre erroné
  - 1 Réponse avec au moins un nombre qui n'a qu'une décomposition (sans autre nombre erroné)  
ou au moins un des nombres cherchés avec plusieurs autres nombres erronés ou sans explications
  - 0 Incompréhension du problème
-

**7. D. AU THÉÂTRE - IM THEATER (Cat. 41, 42, 71)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Trouver 5 termes successifs d'une suite arithmétique de raison 4, dont la somme est égale à 160.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les contraintes de la situation : chaque zone comporte 4 fauteuils de plus que la précédente, le nombre total de fauteuils étant égal à 160.
- Procéder par essais et ajustements. Par exemple, si la zone A comportait 10 fauteuils, les suivantes en comporteraient 14, 18, 22 et 26 et le nombre total de fauteuils serait égal à 90. Il faut donc essayer avec un nombre plus grand, etc.
- Commencer de la même manière et constater qu'il manque 70 fauteuils, c'est-à-dire 14 fauteuils par zone (puisque  $70 : 5 = 14$ ). En déduire que la première zone comporte 24 fauteuils et la dernière 40 fauteuils.

Ou : faire un premier essai, puis raisonner pour trouver les nombres cherchés. Essayer, par exemple, 10 fauteuils pour la plus petite zone, les suivantes en comporteraient alors 14, 18, 22 et 26 et le nombre total de fauteuils serait égal à 90. Puis ajouter par exemple 5 fauteuils à chaque zone et constater que le nombre total de fauteuils augmente de 25, soit un total de 115 fauteuils. Continuer jusqu'à atteindre 160 fauteuils.

Ou : considérer le nombre de fauteuils qui surpassent celles de la première zone dans les zones suivantes ( $4 + 8 + 12 + 16 = 40$  fauteuils). En enlevant ces fauteuils (il en reste alors 120), on obtient 5 zones de même taille. On en déduit que la première comporte donc 24 fauteuils (car  $120 : 5 = 24$ ) et la dernière en comporte donc 40 ( $24 + 4 + 4 + 4 + 4 = 40$ ).

Ou : considérer que la zone médiane comporte un cinquième des fauteuils (donc  $160 : 5 = 32$ ), la plus petite en comporte 8 de moins (donc 24) et la plus grande 8 de plus (donc 40). Cette procédure est peu probable.

Remarque : une solution algébrique (avec mise en équation) n'est pas envisageable aux niveaux considérés.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (24 et 40 fauteuils) avec des explications complètes et claires
  - 3 Réponse correcte (24 et 40 fauteuils) avec des explications incomplètes ou peu claires (avec par exemple au moins un calcul pour vérifier que  $24 + 28 + 32 + 36 + 40 = 160$ )
  - 2 Réponse correcte (24 et 40 fauteuils) sans explication  
ou réponse incomplète (un seul des deux nombres : 24 ou 40) avec des explications complètes et claires  
ou réponse incorrecte due à une erreur de calcul, mais avec des explications complètes et claires  
ou absence de réponse explicite, mais des explications complètes et claires
  - 1 Début de recherche correct montrant que les contraintes de la situation ont été comprises (prise en compte de la progression du nombre de fauteuils par zone de raison 4)
  - 0 Incompréhension du problème
-

## 8. E. LA BIBLIOTHÈQUE - DIE BIBLIOTHEK (Cat. 41, 42, 71)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique

Dresser l'inventaire des assemblages face contre face de quatre boîtes cubiques comportant chacune cinq faces et orientées de la même façon, puis compter pour chaque assemblage, les faces « visibles » extérieures.

#### Analyse de la tâche

- Interpréter la représentation donnée en exemple et à partir de celle-ci et du texte, comprendre que l'assemblage des boîtes cubiques doit respecter les contraintes indiquées : chaque boîte cubique doit avoir au moins une face qui coïncide avec une face d'une autre boîte cubique, toutes les boîtes cubiques doivent être orientées dans le même sens (face manquante vers l'avant).

Stratégies possibles :

- Recherche aléatoire des assemblages possibles de cubes (assemblage de carrés ou de cubes ou représentation en perspective) en tenant compte du nombre de faces en contact avec le sol. Pour chacun d'eux, compter le nombre de faces devant être couvertes.
- Utilisation d'une procédure systématique, par exemple en fonction du nombre de faces touchant le sol (chaque assemblage est représenté avec le nombre de faces devant être recouvertes).



- Conclure qu'il existe deux assemblages répondant aux contraintes.

Remarque : tous les assemblages comportent 4 faces qui servent de fonds et qui sont recouvertes à l'extérieur d'une feuille. Le problème peut donc se ramener à la recherche de tous les assemblages de 4 carrés identiques accolés par un côté, et ayant six côtés « libres », hormis ceux posés sur la ligne inférieure.

#### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les 2 assemblages dessinés : assemblages de carrés ou essais de représentation en perspective) et décompte correct des faces à recouvrir, et sans autre assemblage erroné
- 3 Réponse correcte (les 2 assemblages dessinés) mais sans décompte apparent des faces à recouvrir et sans autre assemblage erroné  
ou réponse correcte (les 2 assemblages dessinés : assemblages de carrés ou essais de représentation en perspective) et décompte correct des faces à recouvrir, avec un seul autre assemblage erroné
- 2 Un seul assemblage solution dessiné avec décompte correct des faces à recouvrir, sans autre assemblage qui n'est pas solution
- 1 Un seul assemblage solution dessiné et présence d'un ou deux autres assemblages qui ne sont pas solutions, avec décompte des faces à recouvrir
- 0 Incompréhension du problème ou seulement le modèle proposé dans l'exemple

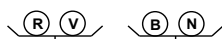


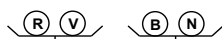
**9. F. LE POIDS DES BILLES - I - DAS GEWICHT DER KUGELN - I (Cat. 41, 42, 71)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique :**

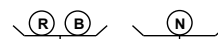
Exploiter des égalités données par des équilibres d'une balance et des données numériques sur les masses de quatre objets pour déterminer le poids de chacun d'eux.

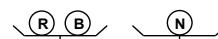
**Analyse de la tâche**

- Savoir interpréter correctement les équilibres d'une balance :



De  déduire que  $R + V = B + N$  (1)



et de  que  $R + B = N$  (2)

- Attribuer un poids parmi 1g, 2g, 3g et 4g à chaque bille et tester si les deux égalités sont vraies. Si les valeurs ne sont pas solutions, tester une autre répartition des masses entre les quatre billes. Si les valeurs sont solutions, tester d'autres répartitions des masses pour rechercher si d'autres solutions existent. Cette démarche nécessite beaucoup de rigueur pour ne pas oublier de possibilités et arriver à la conclusion que le problème n'a que deux solutions.

- Partir de l'égalité (1) et chercher comment avec les nombres 1, 2, 3 et 4 obtenir deux sommes égales :  $1 + 4 = 2 + 3$ .

Faire une hypothèse sur les masses possibles de R et V d'une part, de B et N d'autre part de façon à satisfaire cette égalité, puis vérifier si les valeurs retenues satisfont l'égalité (2). Que les valeurs choisies soient solutions ou non, recommencer en faisant une autre hypothèse sur la masse de chacune des billes qui soit compatible avec l'égalité (1) pour rechercher d'autres solutions. Toutes les hypothèses possibles doivent être étudiées pour conclure que le problème n'a que deux solutions.

- Partir de l'égalité (2) et chercher comment avec deux des nombres parmi 1, 2, 3 et 4 obtenir une somme égale à un des deux autres nombres :  $1 + 2 = 3$  ou  $1 + 3 = 4$ .

À partir d'une des deux égalités obtenues, faire une hypothèse sur les masses de R, B et N de façon à satisfaire cette égalité, en déduire la masse de V (4<sup>e</sup> masse) et vérifier si les valeurs retenues satisfont l'égalité (1). Que les valeurs choisies soient solutions ou non, recommencer en faisant une autre hypothèse sur les masses de R, B et N compatibles avec l'égalité (2) pour rechercher d'autres solutions. Toutes les hypothèses possibles doivent être étudiées pour conclure que le problème n'a que deux solutions.

- Procédure experte qui peut éventuellement être utilisée au niveau 7, en désignant les poids des boules par des lettres :

En partant de l'égalité (2), remplacer N par  $R + B$  dans l'égalité (1), en déduire que  $V = 2B$ , d'où 2 possibilités :  $B = 1g$  et  $V = 2g$  ou  $B = 2g$  et  $V = 4g$  (seules valeurs possibles puisque le poids maximum d'une bille est 4 g).

En reportant ces valeurs dans l'égalité (1), déduire que :  $R = 3g$  et  $N = 4g$  ou  $R = 1g$  et  $N = 3g$ .

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (les deux solutions :  $B = 1g$ ,  $V = 2g$ ,  $R = 3g$ ,  $N = 4g$  et  $R = 1g$ ,  $B = 2g$ ,  $N = 3g$ ,  $V = 4g$ ) avec explications claires et complètes (par exemple la suite des essais ou un raisonnement) garantissant qu'il n'y a pas d'autre solution
- 3 Réponse correcte (les deux solutions) avec seulement vérification des deux pesées
- 2 Réponse partielle (une seule solution) avec vérification des deux pesées ou les 2 solutions sans explication, ni vérification
- 1 Début de raisonnement correct (essais de nombres pour vérifier les contraintes de la situation)
- 0 Incompréhension du problème

**10. POINTS DE VUE - BLICKWINKEL (Cat. 41, 42, 71, 81)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Un parallélépipède rectangle est construit en assemblant 12 cubes de trois couleurs différentes, de sorte que deux faces en contact soient de couleurs différentes. Il s'agit de déduire des indications de couleurs portées sur une représentation de cet assemblage les couleurs possibles de chacun des cubes qui ne sont pas ou que partiellement visibles sur le dessin.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que, pour chaque cube, les six faces sont de la même couleur.
- Comprendre qu'un cube est partiellement visible sur le dessin et que deux ne le sont pas du tout et qu'il s'agit de déterminer les couleurs possibles pour chacun de ces trois cubes.
- Prendre en compte les deux contraintes : quatre cubes de chaque couleur et deux cubes qui sont en contact par une face sont de couleurs différentes.

**Stratégies possibles :**

- Faire un choix de couleurs pour les trois cubes dont on doit déterminer la couleur en veillant à ce que deux cubes contigus soient de couleurs différentes et vérifier si ce choix est compatible avec les deux contraintes en utilisant les informations fournies par la représentation en perspective.
- Sélectionner un des cubes cachés ou partiellement caché, identifier les couleurs qu'il est possible de donner à ce cube, c'est-à-dire qui soient compatibles avec les couleurs connues des cubes contigus. Puis pour chaque couleur possible pour ce cube, identifier de la même manière pour les deux cubes restant les couleurs qu'ils peuvent prendre. Pour chaque triplet de couleurs ainsi obtenu, s'assurer que le parallélépipède comportera exactement quatre cubes de chaque couleur. Retenir les triplets qui vérifient cette condition.
- Ou commencer par compter le nombre de cubes de chaque couleur visibles sur le dessin : 3 vert, 3 rouge et 3 bleu. Déduire que les trois autres cubes sont respectivement vert, rouge et bleu.

Faire le choix d'un des trois cubes dont on doit déterminer la couleur, déduire des couleurs connues des cubes qui lui sont contigus les couleurs possibles pour ce cube. Sélectionner un des deux cubes dont la couleur reste à trouver et déterminer parmi les deux couleurs restantes celle(s) qui peu(ven)t convenir et s'assurer que la troisième couleur est compatible pour le troisième cube.

Pour chacune de ces stratégies, les élèves peuvent :

- soit travailler sur la représentation en perspective ;
- soit travailler sur un assemblage de 12 cubes qu'ils auront réalisés ou apportés ;
- soit travailler à partir d'un tableau.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (les deux solutions : de gauche à droite R, V, B, ou B, R, V) avec explication claire qui fait apparaître qu'il n'y a que deux solutions
  - 3 Réponse correcte (les deux solutions) avec explication partielle qui ne garantit pas qu'il n'y ait que deux solutions  
ou réponse inversée (les deux solutions : de gauche à droite B, V, R ou V, R, B) avec explication claire qui fait apparaître qu'il n'y a que deux solutions
  - 2 Réponse erronée (quatre solutions : R, V, B, ou B, R, V ou B, V, B ou B, R, B) qui ne tient pas compte du fait qu'il y a quatre cubes de chaque couleur  
ou une seule des deux solutions correctes avec explication complète
  - 1 Une seule des deux solutions correctes sans explication  
ou début de raisonnement correct (par exemple le cube de gauche ne peut pas être vert, celui du milieu ne peut pas être bleu et celui de droite ne peut pas être rouge)
  - 0 Incompréhension du problème
-

**11. G. AU SUPERMARCHÉ - IM SUPERMARKT (Cat. 42, 71, 81)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $4,50a + 6b + 3,30c = 34,80$  ( $a, b, c \geq 1$ )

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que madame Louise a acheté au moins un produit de chaque type, puis simplifier la recherche compte tenu qu'elle a payé 13,80 euros pour un paquet de riz, une bouteille d'huile et un paquet de biscottes.
- Chercher ensuite comment avec un ou plusieurs des trois produits, elle a pu dépenser les 21 € restant. Si elle avait acheté un produit de plus de chaque type, il resterait encore 7,20 € qui ne peuvent pas s'obtenir comme combinaison d'un ou plusieurs des trois prix.
- Supposer qu'elle a acheté seulement un paquet de riz ou une bouteille d'huile ou un paquet de biscottes et faire varier les quantités des deux autres produits de façon à atteindre 21 €. Par exemple, le prix d'un paquet de riz et d'une bouteille d'huile est 10,50 € ; le complément à 21 € ne peut pas être obtenu qu'avec des paquets de biscottes. Arriver à la conclusion qu'avec 34,80 euros, elle a pu acheter **3 paquets de riz, 3 bouteilles d'huile et un paquet de biscottes**.
- Procéder de la même manière en effectuant des essais ordonnés pour chercher toutes les autres façons de dépenser 21 euros : un paquet de riz et 5 paquets de biscottes. Conclure que madame Louise a pu acheter **2 paquets de riz, une bouteille d'huile et 6 paquets de biscottes**.

La même stratégie peut être utilisée en cherchant comme il est possible d'obtenir 34,80 comme combinaison linéaire des trois nombres (4,50 ; 6 ; 3,30), chaque nombre ou un de ses multiples devant être présent dans la somme.

Ou : partir du nombre maximum de bouteilles d'huile qu'il est possible d'acheter (4). Le prix 24 € ne permet pas de dépenser la somme restante (10,80 €) avec des paquets de riz et de biscottes (on peut acheter au maximum un paquet de riz, mais avec les 6,30 €, on ne peut acheter qu'un seul paquet de biscottes à 3,30 €).

Essayer ensuite avec 3 bouteilles d'huile et trouver que l'unique possibilité de dépenser la somme restante 16,80 € est d'acheter 3 paquets de riz et un paquet de biscottes.

Continuer en faisant l'hypothèse de l'achat de deux puis d'une seule bouteille d'huile.

Ou : comprendre que le nombre de paquets de riz doit être inférieur à 6 ( $4,50 \times 6 = 27,00$ ), celui des bouteilles d'huile inférieur à 5 ( $6 \times 5 = 30,00$ ), celui des paquets de biscottes inférieur à 8 ( $3,30 \times 8 = 26,40$ ).

Observer que le nombre 80 qui correspond à la partie décimale du prix payé peut être obtenu en ajoutant 50 et 30 ou 0 et 80. En déduire que le nombre de paquets de riz achetés peut être pair ou impair (les parties décimales du prix des paquets de riz sont alors respectivement 0 ou 50) et que le nombre de paquets de biscottes achetés ne peut être que 1 ou 6 de sorte que la partie décimale du prix des biscottes soit 30 ou 80.

- Ainsi, madame Louise a pu acheter un paquet de biscottes et un nombre impair de paquets de riz ou 6 paquets de biscottes et un nombre pair de paquets de riz.
- Dresser la liste des différentes possibilités et calculer le prix des paquets de riz et de biscottes :  
 $1 \times 4,50 + 1 \times 3,30 = 7,80$  ;  $3 \times 4,50 + 1 \times 3,30 = 16,80$  ;  $5 \times 4,50 + 1 \times 3,30 = 25,80$   
 $2 \times 4,50 + 6 \times 3,30 = 28,80$  ;  $4 \times 4,50 + 6 \times 3,30 = 37,80$
- Ecarter le cas de 4 paquets de riz et 6 paquets de biscottes dont le prix dépasse le prix payé par madame Louise.
- Contrôler pour chacun des autres cas que la différence entre 34,80 et le prix du riz et des biscottes est un multiple de 6 :  
 $34,80 - 7,80 = 27$   
 $34,80 - 16,80 = 18$   
 $34,80 - 25,80 = 9$   
 $34,80 - 28,80 = 6$

- Conclure qu'il n'y a que deux solutions : 3 paquets de riz, 3 bouteilles d'huile et un paquet de biscottes ou 2 paquets de riz, une bouteille d'huile et 6 paquets de biscottes.

Ou : procéder par essais successifs. Faire une hypothèse sur les nombres de paquets de riz, de bouteilles d'huile et de paquets de biscottes (supérieurs ou égaux à 1) et calculer le prix correspondant. Cette procédure ne garantit pas l'exhaustivité des solutions.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (3 riz, 3 huiles et 1 biscotte ou 2 riz, 1 huile et 6 biscottes) avec explications qui assurent l'exhaustivité des solutions
- 3 Réponse correcte (les deux solutions) avec utilisation d'une procédure qui n'assure pas l'exhaustivité des solutions mais avec vérification
- 2 Une seule des deux solutions avec vérification  
ou réponse correcte (les deux solutions) sans explications ni vérification  
ou une solution correcte et une autre solution erronée consécutive à une erreur de calcul, avec explications ou vérification
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple plusieurs essais qui tiennent compte des contraintes : au moins un article de chaque type et prix total devant être égal à 34,80 €)  
ou une ou deux solutions erronées consécutives à des erreurs de calcul
- 0 Incompréhension du problème

**12. QUEL BEAU COQUILLAGE ! - SO EINE SCHÖNE MUSCHEL !** (Cat. 71, 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer les possibilités d'obtenir les nombres 4, 7, 10, 12 en additionnant deux nombres entiers compris entre 1 et 6, l'ordre des termes dans la somme ayant une importance et un même nombre pouvant être utilisé deux fois.

**Analyse de la tâche**

- Calculer toutes les façons d'obtenir 4 (1+3 ; 2+2 ; 3+1), 7 (1+6 ; 2+5 ; 3+4 ; 4+3 ; 5+2 ; 6+1), 10 (4+6 ; 5+5 ; 6+4) et 12 (6+6) en déduire le nombre de possibilités que chaque enfant a de gagner : Sarah a 3 possibilités, Maxime 6 possibilités, Adèle 3 possibilités et Nora en a une seule. Conclure qu'Adèle a raison.

Ou : dresser la liste de tous les couples possibles de nombres obtenus en tenant compte de l'ordre des lancers. Pour cela, écrire une liste, faire des dessins, faire un tableau. Effectuer la somme des points obtenus aux 2 lancers et déterminer le nombre d'apparition de chaque somme. Exemple de tableau possible :

		Points obtenus au second lancer					
		1	2	3	4	5	6
Points obtenus au premier lancer	1	2	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>
	2	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>	8
	3	<b>4</b>	5	6	<b>7</b>	8	9
	4	5	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>
	5	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>	11
	6	<b>7</b>	8	9	<b>10</b>	11	<b>12</b>

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (Oui, Adèle a raison, Sarah et Adèle ont 3 possibilités, Maxime 6 et Nora 1 seule) avec liste complète des décompositions de chaque somme
  - 3 Réponse correcte et complète sans explications  
ou réponse (Sarah et Adèle ont 3 possibilités, Maxime 6 et Nora 1 seule) sans préciser qu'Adèle a raison avec une liste complète des décompositions additives de chaque nombre
  - 2 Réponse (Adèle a raison) avec la liste des décompositions additives de chaque nombre, mais sans prendre en compte l'ordre des lancers (Sarah et Adèle ont 2 possibilités, Maxime 3 et Nora 1 seule)  
ou absence de réponse mais calcul des possibilités pour au moins deux des enfants
  - 1 Début de raisonnement correct (par exemple calcul des possibilités pour un enfant...)  
ou seulement la réponse « oui, Adèle a raison »
  - 0 Incompréhension du problème
-


**13. LE POIDS DES BILLES - II - DAS GEWICHT DER KUGELN - II** (Cat. 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

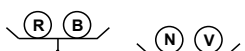
Déterminer les masses respectives de quatre objets à partir des informations données par trois pesées réalisées avec une balance à deux plateaux et de la donnée des quatre masses.


**Analyse de la tâche**

- Savoir interpréter un équilibre et un déséquilibre d'une balance à deux plateaux :



- De , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille verte est égale à la somme des masses de la bille bleue et de la bille noire :  $R+V=B+N$  (1) À partir des données numériques, trouver que cette égalité ne peut être réalisée que d'une façon :  $3 + 3 = 2 + 4$ . En déduire que les billes de même masse sont soit la bille rouge et la bille verte, soit la bille bleue et la bille noire.



- De , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille bleue est inférieure à la somme des masses de la billes noire et de la bille verte :  $R+B < N+V$  (2)

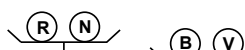
Envisager les différents cas :


Si  $R = V = 3$  et  $B = 4$  et  $N = 2$ , l'inégalité n'est pas vérifiée car on a alors  $R + B > N + V$

Si  $R = V = 3$  et  $B = 2$  et  $N = 4$ , l'inégalité est vérifiée :  $R + B < N + V$

Si  $B = N = 3$  et  $R = 4$  et  $V = 2$ , l'inégalité n'est pas vérifiée car on a alors  $R + B > N + V$

Si  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$ , l'inégalité est vérifiée :  $R + B < N + V$



- De , déduire que la somme des masses de la bille rouge et de la bille noire est inférieure à la somme des masses de la billes bleue et de la bille verte :  $R + N < B + V$  (3)

Constater que des deux cas qui vérifient l'inégalité (2), seul  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$  satisfait l'inégalité (3).

Donc, les deux billes qui ont la même masse sont la bille bleue et la bille noire, la bille la plus lourde est la verte et la plus légère est la rouge.

Ou, après avoir traduit les pesées en l'égalité (1) et les inégalités (2) et (3), déduire de (1) et (2) que  $B < V$  et de (1) et (3) que  $N < V$ .

- A partir des données numériques, trouver que ces deux inégalités strictes ne peuvent être vérifiées que si  $V = 4$ . Faire l'inventaire des cas possibles. Il y en a trois :

$B = 2$  et  $N = 3$  et  $R = 3$

$B = 3$  et  $N = 2$  et  $R = 3$

$B = N = 3$  et  $R = 2$

- pour chacun de ces cas, tester si l'égalité (1) est vérifiée. Seul  $B = N = 3$  et  $R = 2$  et  $V = 4$  convient.

Ou : faire des hypothèses sur la masse de chacune des billes et pour chaque cas, vérifier si l'égalité et les deux inégalités sont vérifiées. Il faut examiner tous les cas possibles pour s'assurer de l'unicité de la solution.

**Attribution des points :**

- 4 Réponse correcte (la bille noire et la bille bleue pèsent 3 g, la verte 4 g, la rouge 2 g) avec explications claires prouvant l'unicité de la solution
- 3 Réponse correcte avec explications incomplètes (par exemple sans preuve de l'unicité de la solution) ou réponse correcte sans explication mais avec vérification des trois pesées
- 2 Réponse correcte sans explication et sans vérification des pesées
- 1 Solution qui ne vérifie que deux des trois pesées ou début de raisonnement correct (par exemple, essais de nombres pour vérifier les contraintes de la situation, écriture de l'égalité et deux inégalités, ...)
- 0 Incompréhension du problème

**14. LES CUBES DE ZOÉ - II - ZOÉS WÜRFEL - II (Cat. 81, 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer un entier naturel inférieur à 50 ayant 4 décompositions trapézoïdales (décompositions en sommes d'entiers consécutifs).

**Analyse de la tâche**

- Comprendre la règle de construction des empilements à l'aide du texte et des dessins.
- Comprendre qu'il s'agit de chercher des décompositions additives d'entiers naturels inférieurs ou égaux à 50, réalisées avec des entiers consécutifs.
- Comprendre qu'il faut chercher un entier inférieur ou égal à 50, ayant 4 décompositions trapézoïdales.
- Procéder de façon systématique en cherchant toutes les décompositions trapézoïdales des entiers naturels inférieurs ou égaux à 50 et s'apercevoir que le premier et le seul qui permette d'obtenir plus de 3 décompositions est 45 et donc que 45 convient.

La justification attendue est la production des 5 sommes suivantes :  $45 = 22 + 23 = 14 + 15 + 16 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$ .

- Procéder par essais additifs plus ou moins organisés et aboutir à 45. On peut par exemple partir de  $45 = 22 + 23$  et diminuer la valeur de chacun des termes de façon plus ou moins réfléchie.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (45 cubes) avec les 5 décompositions  $45 = 22 + 23 = 14 + 15 + 16 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$ ) et explications prouvant l'unicité de la solution.
  - 3 Réponse correcte (45 cubes) mais avec seulement quatre décompositions
  - 2 Réponse « 45 cubes » sans aucune décomposition  
ou identification d'un nombre autre que 45 ayant 3 décompositions trapézoïdales avec donnée de ces décompositions
  - 1 Début de raisonnement correct avec présence de quelques tentatives  
ou réponse erronée du fait d'une erreur de calcul
  - 0 Incompréhension du problème
-

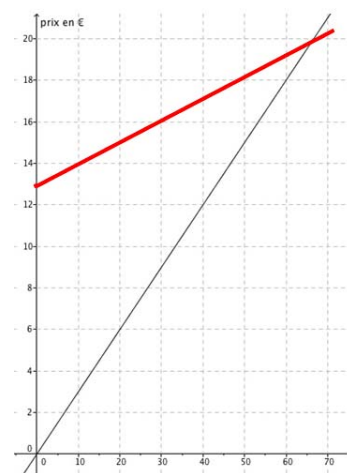
**15. H. TÉLÉPHONE MOBILE - MOBILTELEFON** (Cat. 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer la valeur commune de deux fonctions affines, l'une donnée par une représentation graphique et l'autre à l'aide d'indications numériques.

**Analyse de la tâche**

- Observer le graphique de l'offre A et noter, par exemple, que la droite passe par trois points dont les coordonnées sont des entiers: (20 ; 6), (40 ; 12) et (60 ; 18)
- Comprendre qu'avec l'offre B, il faut payer une somme fixe de 13 € qu'on téléphone ou non, et que par exemple, le prix à payer sera de 14 € pour 10 minutes de communication mensuelle.
- Une première façon de trouver la solution est de procéder par des tentatives systématiques, par exemple au moyen d'un tableau qui présente le prix à payer pour chaque offre pour les mêmes durées. Constaté ensuite que pour 60 minutes l'offre A est plus avantageuse, alors que, pour 70 minutes, c'est l'offre de B qui est la plus avantageuse. Dédurre qu'on paie le même prix pour une durée comprise entre 60 et 70 minutes. Rechercher ensuite cette durée : 65 minutes.

Durée (min)	Prix A (€)	Prix B (€)
0	0	13
10	3	14
...	...	...
60	18	19
65	19,5	19,5
70	21	20



Ou, graphiquement, par exemple en plaçant des points correspondant à des couples de valeurs de l'offre B, remarquer qu'ils sont alignés et tracer la droite correspondante. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites (65; 19,5). Puisque le point d'ordonnée 19,5 ne correspond pas à une ligne du quadrillage, il faut effectuer une vérification arithmétique.

Ou : par l'algèbre, par exemple, avec un système de deux équations linéaires du type

( $p$  représente le prix en € et  $n$  la durée  $n$  en minutes)

$p = 0,3n$  pour l'offre A et  $p = 13 + 0,1n$  pour l'offre B, ce qui conduit à la solution :  $n = 65$  et  $p = 19,5$

ou avec une seule équation :  $13 + \frac{1}{10}n = \frac{3}{10}n$

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (65 min ; 19,5 €) avec explication complète.
- 3 Réponse correcte avec une explication incomplète, mais avec une vérification ou une réponse erronée due à une mauvaise interprétation des données avec des explications complètes ou une réponse erronée due à une erreur de calcul, avec des explications complètes
- 2 Réponse correcte sans aucune explication
- 1 Début de raisonnement correct (par exemple début de procédure algébrique ou lecture correcte des données du graphique...)
- 0 Incompréhension du problème

**16. I. À LA RECHERCHE DU NOMBRE PERDU - AUF DER SUCHE NACH DER VERLORENEN ZAHL** (Cat. 81, 91, 10)**ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

Déterminer un nombre décimal auquel on applique deux programmes de calcul différents qui conduisent au même résultat.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'un même nombre est tapé au départ sur les deux calculatrices et qu'après avoir effectué deux séquences de calculs différentes, l'une sur une calculatrice et l'autre sur l'autre calculatrice, on obtient le même résultat sur les deux calculatrices
- Procéder par essais : choisir un nombre de départ et effectuer les calculs faits par Alice et Bertrand. Poursuivre avec de nouveaux essais inorganisés ou choisir de nouvelles valeurs à tester en fonction de l'évolution de l'écart constaté entre les deux résultats, jusqu'à trouver le nombre cherché.

Ou engager une résolution algébrique :

Soit en écrivant une équation avec une seule inconnue en désignant par exemple par  $a$  le nombre de départ :  
 $11a - 9 = 3a + 4$ , d'où  $a = 1,625$ .

Soit en écrivant un système de deux équations du premier degré à deux inconnues : 
$$\begin{cases} 11a - 9 = b \\ 3a + 4 = b \end{cases}$$

dont la résolution conduit à  $a = 1,625$  et  $b = 8,875$

Remarque : la résolution du système peut aussi se faire par essais et ajustements.

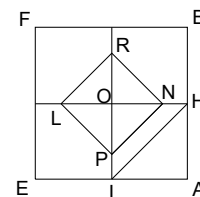
**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (1,625) avec explications complètes et claires.
  - 3 Traduction correcte du problème par une équation ou un système d'équations, mais réponse erronée due à erreur de calcul  
ou réponse exacte avec explications incomplètes ou peu claires.
  - 2 Réponse correcte, sans explications  
ou recherche inaboutie avec une valeur approchée de la solution comprise entre 1,62 et 1,63
  - 1 Début de raisonnement correct : premiers essais qui montrent la compréhension du problème ou problème mis en équation (une équation ou système d'équations)  
ou réponse 8,875 qui est le résultat commun des deux séquences de calcul
  - 0 Incompréhension du problème
-



**17. LE CARRE DE JOSEPH – JOSEPHS QUADRAT (Cat. 91, 10)****ANALYSE A PRIORI****Tâche mathématique**

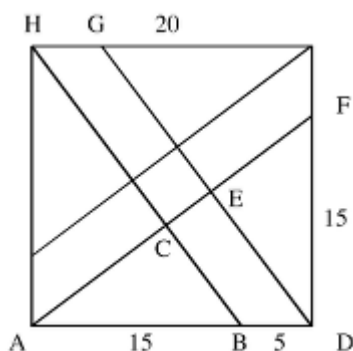
- Comprendre la construction de la figure à partir des données et en particulier le partage des côtés du carré en segments de 5 et 15 cm

**Analyse de la tâche**

- Reconnaître les quatre « grands » triangles rectangles de côtés 20 et 15 (comme ADF) ; voir qu'ils sont égaux (Le sommet de l'angle droit de chacun de ces triangles est un sommet du carré, on passe de l'un à l'autre par des rotations élémentaires d'un quart de tour, d'un demi-tour, ...).

- Ces considérations devraient permettre aux élèves de se convaincre que les quatre segments d'origine sont parallèles deux à deux et perpendiculaires deux à deux, que la figure centrale est un carré et que les quatre autres parties sont des trapèzes rectangles.

Remarquer encore la présence de deux parallélogrammes égaux à (BDGH).



Toutes les constatations peuvent évidemment être « démontrées » rigoureusement à partir des isométries, de l'égalité ou de la similitude des triangles, mais cette tâche n'est pas requise ici, vu l'âge des élèves et la diversité de leurs programmes scolaires.

Pour le calcul des aires des neuf parties, les procédures sont très nombreuses. Par exemple :

- Calculer la mesure de l'hypoténuse des « grands » triangles par la relation de Pythagore  $15^2 + 20^2 = 625$  et  $\sqrt{625} = 25$  (en cm) puis constater que, connaissant les côtés d'un parallélogramme: 5 et 25 (en cm) et l'une de ses hauteurs : 20 (en cm) on peut calculer mentalement l'aire de cette figure  $5 \times 20 = 100$  (en  $\text{cm}^2$ ) puis en tirer l'autre hauteur 4 (en cm) parce que  $4 \times 25 = 100$ . À partir de ces résultats, on calcule facilement l'aire du carré central : 16, celle des quatre trapèzes  $(100 - 16)/2 = 42$  et l'aire des 4 petits triangles rectangles par soustractions et division par 4 :  $[400 - (200 - 16)]/4 = 54$  (toutes en  $\text{cm}^2$ )

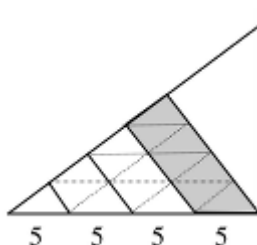
Ou, reconnaître la similitude entre les « petits triangles » et les « grands triangles » à partir des angles égaux et calculer par proportionnalité les mesures des côtés des petits triangles à partir de celles des grands) 25, 20, 15 — > 15 ; 12 ; 9. On en tire alors les aires des petits triangles  $(9 \times 12)/2 = 54$  puis celle du petit carré par différence entre l'aire du grand carré et l'aire des huit autres figures (quatre trapèzes et quatre petits triangles) :  $400 - [(4 \times 42) + (4 \times 54)] = 16$ . (en  $\text{cm}^2$ )

Ou, sans faire appel à la relation de Pythagore, s'apercevoir que le « triangle moyen » est composé d'un « petit triangle » et d'un trapèze rectangle, ce qui suggère un partage en quatre « bandes » ; puis procéder par pavage à l'aide de triangles unités de 5 cm d'hypoténuse, puis par calcul mental :

- l'aire du « petit triangle » est 9, l'aire du trapèze, en gris, est 7, l'aire du « grand triangle » est  $9 + 7 + 9 = 25$  (en triangles unités) = 150 (en  $\text{cm}^2$ ), ce qui permet de dire qu'un triangle unité vaut 6  $\text{cm}^2$  et que l'aire des petits triangles est 54 et celle des trapèzes 42 (en  $\text{cm}^2$ ), etc.

- Donner les réponses : (en cm<sup>2</sup>) : 16 pour le carré central, 42 pour les quatre trapèzes, 54 pour les quatre « petits triangles ».

Ou, faire un dessin précis (en vraie grandeur) et en tirer les réponses par mesurage puis par calcul. (Procédure qui n'est pas suffisante du point de vue mathématique.)



#### Attribution des points :

- 4 Réponses correctes (16, 54, 42, en cm<sup>2</sup>) avec le détail des calculs pour chaque figure (les mesures pour les calculs ne sont pas trouvées par mesurage sur un dessin)
- 3 Réponses correctes (16, 54, 42) avec des calculs incomplets ou peu clairs ou avec des mesures prises sur un dessin  
OU une seule erreur de calcul avec explications claires (les réponses sont cohérentes avec cette seule erreur)  
OU deux réponses correctes bien expliquées
- 2 Réponses correctes (16, 54, 42) sans explications  
OU plusieurs erreurs de calcul avec explications claires et réponses cohérentes  
OU deux réponses correctes avec des calculs incomplets ou non clairs
- 1 Une seule réponse correcte  
OU début de raisonnement cohérent (avec détermination de l'hypoténuse des « grands triangles » 25)
- 0 Incompréhension du problème

## 18. ROSES ET TULIPES - ROSEN UND TULPEN (Cat. 91, 10)

### ANALYSE A PRIORI

#### Tâche mathématique :

Résoudre une équation linéaire à deux inconnues dont on cherche les solutions entières (équation diophantienne) situées dans un intervalle déterminé.

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que les fleurs restantes correspondent à 4 bouquets de roses et 3 bouquets de tulipes et que le nombre de tulipes restantes est égal au nombre de roses restantes augmenté de 4.
- Comprendre qu'il est préférable de raisonner sur le nombre de fleurs par bouquet.

Résolution arithmétique : considérer que le nombre de roses restantes est un multiple de 4 et que le nombre de tulipes restantes est un multiple de 3. Le problème revient à chercher un multiple de 3 qui est égal à un multiple de 4, ce qui permet d'obtenir un nombre de fleurs au début de journée voisin de 400 (mais inférieur à 400).

Ecrire les listes des multiples successifs de 4 et 3 :

4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	...				
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	...

Rechercher les nombres communs aux deux listes et retenir les multiples de 4 inférieurs à chacun de ces nombres.

On obtient les couples possibles (8, 12), (20, 24), (32, 36), (44, 48) qui correspondent à des bouquets formés respectivement ainsi (2 roses, 4 tulipes), (5 roses, 8 tulipes), (8 roses, 12 tulipes), puis les nombres initiaux de roses, tulipes et de fleurs qui sont : (30 roses, 88 tulipes, 118 fleurs), (75 roses, 176 tulipes, 251 fleurs), (120 roses, 264 tulipes, 384 fleurs), (165 roses, 352 tulipes, 517 fleurs). Conclure que la réponse est 120 roses et 264 tulipes

Résolution algébrique : si on désigne par  $x$  le nombre de roses par bouquet et  $y$  le nombre de tulipes par bouquet, le nombre de roses restantes est égal à  $4x$ , le nombre de tulipes restantes est égal à  $3y$  et, comme il reste 4 tulipes de plus que de roses, on a  $4x + 4 = 3y$ .

- L'équation peut être résolue par essais organisés ou non, par exemple en attribuant successivement à  $x$  les valeurs 1, 2, 3, 4 ... et en vérifiant si le premier membre  $4x + 4$  est un multiple de 3. On obtient ainsi les valeurs suivantes pour le couple  $(x, y)$  : (2, 4) ; (5, 8) ; (8, 12) ; (11, 16) ; (14, 20)... à partir desquelles, on peut calculer le nombre total de fleurs que Sylvie avait en magasin au début de la journée :

30 roses et 88 tulipes, soit 118 fleurs en tout, ce qui est trop peu ;

75 roses et 176 tulipes, soit 251 fleurs en tout, ce qui est trop peu ;

120 roses et 264 tulipes, soit 384 fleurs en tout, ce qui se rapproche de 400 ;

165 roses et 352 tulipes, soit 517 fleurs en tout, ce qui est trop !

Conclure que Sylvie avait au début de la journée 120 roses et 264 tulipes.

Ou : à partir du système  $4x + 4 = 3y$  ;  $15x + 22y < 400$ , obtenir que  $x < 8,361$  qui conduit à 8 roses par bouquet et 12 tulipes par bouquet.

### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (120 roses et 264 tulipes) avec explication claire et complète, montrant l'unicité de la solution
  - 3 Réponse correcte mais avec des explications peu claires ou avec seulement la vérification des contraintes de l'énoncé  
ou réponse 384 fleurs avec explication claire et complète, montrant l'unicité de la solution
  - 2 Procédure correcte, mais avec une erreur de calcul  
ou réponse (75 roses et 176 tulipes) avec explication claire  
ou réponse (8 et 12) qui correspond aux nombres de roses et de tulipes par bouquet
  - 1 Réponse correcte sans aucune explication  
ou début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème
-