

1. Mmmh, LECKER! - GOURMANDISES (Kat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Géométrie dans l'espace : représentation en perspective d'un empilement de pavés
- Arithmétique : comptage, addition, soustraction, multiplication

Analyse de la tâche

- Lire la représentation en perspective (comme une photo) : comprendre que tous les chocolats présents dans la boîte ne sont pas visibles sur la représentation, percevoir les couches, les empilements, ...
- Comprendre que la boîte pleine comporte 3 étages de 4 rangées de 5 chocolats ou de 5 rangées de 4 chocolats, c'est-à-dire $5 \times 4 \times 3 = 60$.
- Déterminer le nombre de chocolats qui restent dans la boîte (par exemple couche par couche : $20 + 12 + 5 = 37$), effectuer la différence ($60 - 37 = 23$) pour trouver les chocolats déjà mangés.

Ou : déterminer visuellement le nombre de chocolats manquants, parties par parties, et les additionner (par exemple 6 sur la partie supérieure « à gauche » 2 couches de 8 chocolats chacune. le chocolat en haut à droite $6 + 16 + 1 = 23$)

Ou : résolution à l'aide de matériel (cubes), ou autres représentations, ...

Attribution des points

- 4 Réponses exactes (60 et 23) avec explications claires et détaillées
 - 3 Réponses exactes avec explications peu claires ou incomplètes
ou une seule « petite » erreur de comptage (60 et 22 ou 60 et 24) avec explications claires et détaillées
 - 2 Réponses exactes sans explications
ou une seule des deux réponses correctes (60 ou 23) avec réponse erronée ou pas de réponse pour l'autre, avec explications
ou les deux réponses, bien expliquées, mais avec deux erreurs de calcul ou de comptage
 - 1 Une seule des deux réponses, sans explication
ou début de raisonnement correct avec des essais de comptages
 - 0 Incompréhension du problème
-

2. GUT VERSTECKT - BIEN CACHÉS (Kat. 31, 32)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : visualisation, reconnaissance et comptage de triangles dans une figure

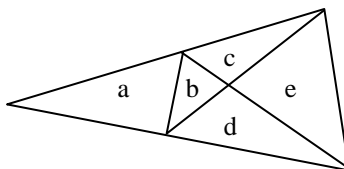
Analyse de la tâche

- Après avoir observé que la figure se décompose en 5 triangles distincts (pavage de cinq « pavés »), prendre en compte la remarque de Danièle et se demander comment elle en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des triangles « plus grands », formés de deux, trois ... pavés de base.
- Trouver alors quatre nouveaux triangles formés de deux pavés, deux triangles formés de trois pavés et le triangle complet (Au total, $12 = 5 + 4 + 2 + 1$).

(Si l'on n'envisage pas les triangles comme des pavés ou des « surfaces », l'inventaire peut s'établir à partir des sommets ou à partir des segments de la figure, pris trois par trois.)

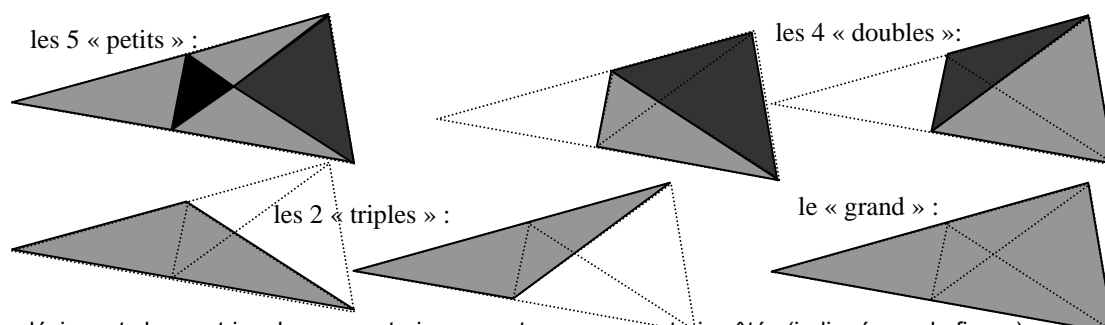
- La deuxième tâche consiste à « indiquer clairement » les 12 triangles trouvés, en évitant les doublons et sans oublis :

soit en désignant les cinq triangles de base par une lettre (a, b, c, d, e) ou un numéro ou une couleur,



puis en nommant les 12 triangles : a, b, c, d, e, bc, bd, ce, de, abc, abd, abcde ;

soit par des dessins de couleur, en pensant à dessiner plusieurs figures pour que l'inventaire soit « lisible » (l'utilisation de 12 couleurs sur la même figure rend l'inventaire presque « illisible ») :



soit en désignant chaque triangle par ses trois sommets, ou par ses trois côtés (indiqués sur la figure) ;

soit par un inventaire regroupant les triangles selon leurs positions sur la figure, ou à partir de sommets ou côtés communs, ...

Attribution des points

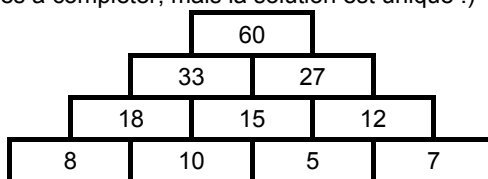
- 4 Réponse correcte (les 12 triangles) avec un inventaire clair et complet (texte ou dessins)
- 3 Réponse correcte (12) avec une présentation confuse (par exemple, où il est très difficile de distinguer les différents triangles qui se superposent)
ou 13 (ou 11) triangles bien présentés mais avec un doublon (ou un oubli)
- 2 Réponse avec de 2 à 4 oublis (8 à 10 triangles présentés) sans doublons
ou réponses avec 1 ou 2 oublis et 1 ou 2 doublons
- 1 Réponse ne faisant apparaître que 6 à 7 triangles
- 0 Incompréhension du problème
ou moins de 6 triangles
ou réponses avec d'autre polygones non triangles

3. ZAHLENMAUERN (I) - PYRAMIDES DE BRIQUES (I) (Kat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Arithmétique: additions et soustractions de nombres naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre le fonctionnement de la pyramide.
- Trouver les deux nombres qui peuvent être complétés en utilisant directement les nombres présents dans la pyramide : pour 10 par une soustraction ($18 - 8 = 10$) ou par une addition lacunaire ($8 + ? = 18$) ; pour 33 par une addition ($18 + 15 = 33$).
- Continuer de la même façon pour les quatre autres briques, par une suite d'additions lacunaires ou de soustractions : par exemple : $27 = 60 - 33$; $10 + ? = 15$; $15 + ? = 27$, $12 - 5 = 7$. (Pour les premières étapes, on a le choix entre deux briques à compléter, mais la solution est unique :)

**Attribution des points**

- 4 Solution complète, les six nombres manquants (33, 27, 10, 5, 12 et 7) avec les six opérations notées correctement : l'addition $18 + 15 = 33$, puis les soustractions $60 - 33 = 27$... ou additions « lacunaires complétées » : $33 + 27 = 60$, etc.
 - 3 Solution complète avec de 3 à 5 opérations notées
 - 2 Solution complète avec moins de 3 opérations notées
 - ou un ou deux nombres manquants
 - ou une seule erreur de calcul (et tous les autres nombres en cohérence avec l'erreur, par exemple $27 - 15 = 11$ et $11 - 5 = 6$ pour les deux briques de droite)
 - 1 Solution avec plus de deux nombres manquants (avec ou sans erreur de calcul)
 - ou deux erreurs de calcul
 - 0 Incompréhension du problème
-

4. DER WEG IM PARK - LE CHEMIN DANS LE PARC (Kat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre que les déplacements se décident à « pile ou face », correspondant chacun à l'un des deux déplacements possibles sur la suite des dalles ; que Cathérine s'est déplacée globalement de la 13^e à la 21^e dalle en plusieurs fois dont cinq de 4 dalles vers l'avant. Comprendre encore que l'ordre des déplacements vers l'avant ou vers l'arrière n'est pas donné et qu'il dépend de la face du jeton.
- Trouver éventuellement des modèles pour s'approprier la situation ; par exemple que le chemin des dalles correspond à un « ruban » ou une « piste » des nombres, que les déplacements correspondent à des additions de 4 ou des soustractions de 2.

Il y a plusieurs procédures (ou stratégies) pour aborder la tâche des calculs :

- Par tâtonnements et essais en partant de 13 et en avançant de 4 et reculant de 2 jusqu'à obtenir 21 ou par une suite d'opérations, par exemple : $13 + 4 - 2 - 2 - 2 + 4 + 4 + 4 - 2 \dots = 21$. Au cours de ces essais, les élèves peuvent voir que l'ordre des déplacements n'a pas d'importance sur le résultat final et qu'on peut se retrouver à certain moment avant 13 ou au-delà de 21.
- En envisageant globalement les déplacements, calculer que les 5 faces « vertes », correspondent à une avance de 20 dalles (par addition de 5 termes « 4 » ou par multiplication 5×4) et que Cathérine a avancé de 8 dalles (de la 13^e à la 21^e), c'est-à-dire 12 dalles de moins que ces 5 déplacements. (Ou si ces cinq faces vertes correspondaient aux 5 premiers déplacements, Cathérine serait arrivée sur la 33^e dalle, mais comme elle se trouve sur la vingt-et-unième à la fin, elle a reculé de 12 dalles (33 - 21). Ou encore si ces cinq faces vertes correspondaient aux 5 derniers déplacements, Cathérine serait partie de la dalle 1 (21 - 20) pour finir sur la dalle 21 et aurait donc reculé de 12 dalles (13 - 1) lors des premiers déplacements).

Comme chaque face « rouge » correspond à un recul de 2 dalles, en déduire que les faces « rouge » sont apparues 6 fois dans le recul global de 12 dalles (12 : 2).

(Ces opérations peuvent s'illustrer par des déplacements sur une droite numérique.)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (6 fois la face rouge) avec explications, ou calculs, ou représentation graphique clairs et complets de la démarche suivie
 - 3 Réponse correcte avec explication ou calculs ou représentation graphique peu clairs ou incomplets ou inversion des mots rouge et vert seulement dans la réponse mais démarche correcte
 - 2 Réponse correcte sans explication ou réponse erronée due à une seule erreur de calcul mais avec explications
 - 1 Début de recherche correcte témoignant de la compréhension des déplacements possibles
 - 0 Incompréhension du problème
-

5. WINTERFERIEN - VACANCES D'HIVER (Kat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Combinatoire (structure multiplicative)

Analyse de la tâche

- Comprendre les informations sur les catégories de vêtements et les contraintes sur leurs couleurs et en déduire que le pantalon peut être jaune ou bleu et utiliser le fait que la veste et le bonnet ont une couleur différente de celle du pantalon.
- Interpréter correctement la deuxième contrainte et admettre que la veste et le bonnet peuvent avoir ou non la même couleur.
- Organiser les solutions possibles en partant d'une hypothèse sur la couleur du pantalon, ou sur celle de la veste ou encore celle du bonnet et s'aider éventuellement d'un diagramme en arbre, d'un tableau ou d'une liste ordonnée. (Il s'agit ici d'une structure liée à la multiplication $2 \times 2 \times 2$, qui permet d'obtenir les 8 tenues « différentes » du point de vue des couleurs)

Pantalon B	Bonnet R	Veste R	Pantalon J	Bonnet R	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B
"	Bonnet J	Veste R	"	Bonnet B	Veste R
"	"	Veste J	"	"	Veste B

Ou : former les tenues (pantalon, veste, bonnet) de manière non organisée (en recourant éventuellement à des dessins ou des découpages) et éliminer ceux qui ne respectent pas les conditions (avec risques d'oublis ou de solutions non conformes).

Ou : écrire l'ensemble des triplets (pantalon, veste, bonnet) des trois couleurs ($27 = 3 \times 3 \times 3$) et éliminer ceux qui ne correspondent pas aux conditions (avec risques de solutions non conformes).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les 8 possibilités) avec explication claire et / ou tableaux, schémas, dessins exhaustifs de toutes les possibilités
 - 3 Réponse correcte (les 8 possibilités) avec explications incomplètes
ou 6 ou 7 possibilités correctes, sans autres possibilités inexacts ou répétées
 - 2 Réponse correcte (les 8 possibilités) sans aucune explication
ou 5 possibilités correctes, sans autres possibilités inexacts ou répétées
ou 6, 7 ou 8 possibilités correctes, avec d'autres inexacts ou répétées
ou les 4 possibilités sans les vestes et bonnets de mêmes couleurs BRJ, BJR, JRB, JBR
 - 1 Autre réponse comportant au moins une possibilité correcte
 - 0 Incompréhension du problème
-

6. GARTENFEST BEI KERZENLICHT (I) - DÎNER AUX CHANDELLES (I) (Kat. 32, 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : décomposition d'un nombre en somme de trois multiples

Analyse de la tâche

- Comprendre que les conditions du contexte correspondent, dans le cadre numérique, à la recherche des décompositions de 20 en une somme de termes 2, 3 et 4 ($20 = 2 + 2 + \dots + 3 + 3 + \dots + 4 + 4 \dots$) ou en somme de multiples de 2, de 3 ou de 4 avec au moins terme de chaque sorte.
- La recherche des solutions peut se faire par essais successifs au hasard, mais cette procédure ne permet pas de garantir l'exhaustivité.

- Une recherche plus systématique peut s'organiser par types de chandeliers en imposant par exemple le nombre de chandeliers à 4 bougies (ou les multiples de 4) :

il y a au maximum 3 chandeliers à quatre bougies (5 et 4 ne permettraient pas d'avoir deux autres chandeliers de 2 et 3 branches)

$20 = 3 \times 4 + 8 = 3 \times 4 + 2 \times 3 + 1 \times 2$ **6 chandeliers** : 3 de quatre branches, 2 de trois et 1 de deux

$20 = 2 \times 4 + 12 = 2 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2$ **7 chandeliers** : 2 de quatre branches, 2 de trois et 3 de deux

$20 = 1 \times 4 + 16$ $\nearrow 1 \times 4 + 4 \times 3 + 2 \times 2$ **7 chandeliers** : 1 de quatre branches, 4 de trois et 2 de deux

$20 = 1 \times 4 + 16$ $\searrow 1 \times 4 + 2 \times 3 + 5 \times 2$ **8 chandeliers** : 1 de quatre branches, 2 de trois et 5 de deux

Ou : remarquer que, pour utiliser un chandelier de chaque sorte, Laura a déjà besoin de 9 ($2 + 3 + 4$) bougies; qu'il en reste 11 à répartir; puis qu'il faudra utiliser au moins un autre chandelier à 3 branches pour obtenir un nombre pair. Il y a ainsi déjà 12 ($2 + 3 + 3 + 4$) bougies attribuées et il n'en reste plus que 8 à disposer, selon l'une des quatre répartitions: $3 + 3 + 2 = 4 + 4 = 4 + 2 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2$.

Attribution des points

- 4 Réponse complète et correcte (les quatre répartitions décrites ci-dessus), avec les explications qui montrent que toutes les solutions ont été trouvées
 - 3 Réponse complète et correcte (les quatre répartitions) avec des explications peu claires qui ne permettent pas de savoir si toutes les solutions ont été trouvées
ou réponse avec seulement trois des quatre répartitions possibles
 - 2 Réponse comportant seulement deux répartitions correctes
 - 1 Réponse avec une seule répartition
ou début de recherche avec une somme de termes différente de 20
 - 0 Incompréhension du problème
-

7. MURMELSPIELE - PARTIES DE BILLES (Kat. 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : additions et soustractions de nombres entiers inférieurs à 40, la moitié et le double

Analyse de la tâche

- Lire le problème et se rendre compte qu'il s'agit d'une suite d'additions et soustractions à effectuer, mais qu'on ne connaît pas l'état initial (dimanche).
- Constaté que du lundi au mercredi, les variations sont un gain de 12, et deux pertes de 15 et 8, ce qui revient globalement à une perte de 11 ($15 + 8 - 12$).

Tenir compte alors que cette perte de 11 est la moitié des billes du dimanche et que le sac contenait donc 22 billes ce jour-là. Comprendre alors que ce qui reste du mercredi est aussi 11 et que le vendredi, après un gain de 7, il aura 18 billes. On peut aussi repartir des 22 billes du dimanche pour arriver à 18 le vendredi ($22 + 12 - 15 - 8 + 7 = 18$)

Ou, procéder par essais à partir du dimanche, d'abord au hasard puis par essais organisés. Par exemple dimanche 30, lundi 42, mardi 27, mercredi 19, qui n'est pas la moitié de 30 et qui demande un second essai, ... jusqu'à trouver 22 le dimanche, 11 le mercredi et 18 le vendredi.

Ou procéder par essais à partir du mercredi et revenir dans le temps.

Toutes les démarches peuvent s'appuyer éventuellement sur une bande ou une droite numérique ou sur des dessins qui représentent, de jouer en jour la situation

Attribution des points

- 4 Réponse, 18 billes le vendredi, avec explications claires (détail des successions jour après jour et organisation des essais)
 - 3 Réponse, 18 billes le vendredi, avec explications peu claires ou seulement une vérification
 - 2 Réponse, 18 billes le vendredi, sans aucune explication
ou une seule erreur de calcul mais avec des explications claires
ou réponse 11 billes le mercredi ou 22 billes le dimanche, avec explications claires (oubli de la question sur le vendredi)
 - 1 Début de raisonnement, succession sur deux ou trois jours mais avec des erreurs de « signes »
 - 0 Incompréhension du problème
-

8. ANJAS GEBURTSTAG - L'ANNIVERSAIRE D'ANYA (Kat. 41, 42, 71)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances :**

- Arithmétique : numération, addition et multiplication

Analyse de la tâche :

- Après lecture de l'énoncé, se rendre compte que l'âge d'Anya peut être représenté par les 7 bougies du premier dessert et aussi par les 8 bougies du second. Il faut donc surmonter ce premier obstacle en prenant en compte le changement de valeurs des bougies qui représentent 12 ans (bleues) ou 10 ans (rouges), alors que les vertes ont la même valeur, un an.
- Se rendre compte que, pour le gâteau au chocolat, les 7 bougies peuvent représenter des âges différents, selon leur répartition « vertes ; rouges », puis passer aux nombres possibles, en établissant le rapprochement avec notre système de numération décimal : rouges \leftrightarrow dizaines et vertes \leftrightarrow unités. 7 rouges représentent 70, 6 rouges et 1 verte représentent 61 et ainsi de suite : 52 ; 43 ; 34 ; 25 ; 16 ; et 7 (7 et 70 peuvent être éliminés car, selon l'énoncé il y a des bougies des deux couleurs, et en raison des pluriels, vraisemblablement plus d'une de chaque couleur, ce qui permettrait presque d'éliminer aussi 61 et 16). Anya pourrait donc avoir 61, 52, 43, 34, 25 ou 16 ans.
- Avec l'arrivée du dessert de Max et de ses 8 bougies, il faut remplacer dizaine (bougies rouges) par douzaines (bougies bleues) et dresser l'inventaire des âges possibles : 7 douzaines et 1 unité font 85, 6 douzaines et 2 unités font 74, puis 63, 52, 41, 30, et finalement 19 avec une douzaine et 7 unités. Anya pourrait donc avoir 85, 74, 63, 52, 41, 30, ou 19 ans.
- Comparer les deux listes, constater que le nombre 52 est le seul à figurer dans les deux, en conclure qu'Anya a 52 ans.

Ou tomber sur la solution par essais, sans être certain de l'unicité de la solution.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Anya a 52 ans) avec démarche clairement expliquée (inventaire des possibilités pour chaque dessert et comparaisons)
 - 3 Réponse correcte (Anya a 52 ans), avec seulement une vérification ou avec explications confuses
 - 2 Réponse correcte (Anya a 52 ans) sans explications
ou une liste bien établie et une erreur dans l'autre ne permettant pas de déterminer l'âge
 - 1 Une réponse cohérente avec un seul des desserts
 - 0 Incompréhension du problème
-

9. AUSFLUG ANS MEER - UNE EXCURSION À LA MER (Kat. 41, 42, 71)

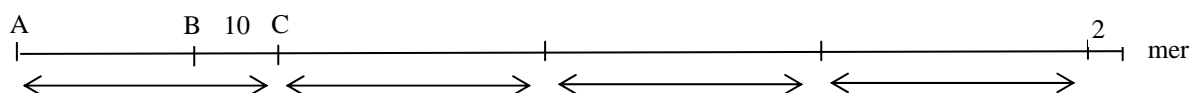
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations
- Algèbre : approche d'écritures littérales

Analyse de la tâche

- Comprendre, éventuellement en s'aidant d'une représentation graphique, que la distance entre le départ (maison d'André) et la mer (120 km) est la distance du départ à la maison de Charles, à laquelle il faut ajouter 3 fois cette distance et encore 2 km.



- Se rendre compte alors que 118 (= 120 - 2) (en km) est quatre fois la distance entre la maison d'André et celle de Charles et que celle-ci est donc de $118 : 4 = 29,5$ (en km).

On peut alors trouver la distance entre la maison d'André et celle de Ben, par la soustraction des 10 km : $29,5 - 10 = 19,5$ (en km) et en déduire que par complément à 120, la distance cherchée, entre la maison de Ben et la mer est $120 - 19,5 = 100,5$ (en km).

Ou, multiplier par 3 la distance entre les maisons d'André et de Charles, et y additionner 10 et 2 km : $3 \times 29,5 + 10 + 2 = 100,5$ (en km)

Il y a de très nombreuses autres manières d'arriver à la solution, par exemple en reportant 3 fois la distance entre A et B et 4 fois les 10 km jusqu'à C, sans oublier les 2 derniers km.

Ou, pour ceux qui sont déjà capables d'utiliser une stratégie algébrique, en désignant par x la distance entre les maisons d'André et de Ben, par $x + 10$ celle entre les maisons d'André et de Charles, on obtient l'équation $120 = 4(x + 10) + 2$, dont la solution est 19,5, qu'il suffira de retrancher à 120.

Attribution des points

- 4 Solution correcte (100,5 km) avec explications claires de la procédure suivie (arithmétique ou algébrique)
- 3 Solution correcte avec explications confuses ou incomplètes ou explications cohérentes, mais avec une erreur de calcul
- 2 Solution correcte sans explications ou seulement avec une vérification ou écriture correcte d'une équation mais sans solution ou deux erreurs de calcul
- 1 Début de recherche cohérente
- 0 Incompréhension du problème

10. SCHOKOROLLEN - PAINS AU CHOCOLAT (Kat. 42, 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

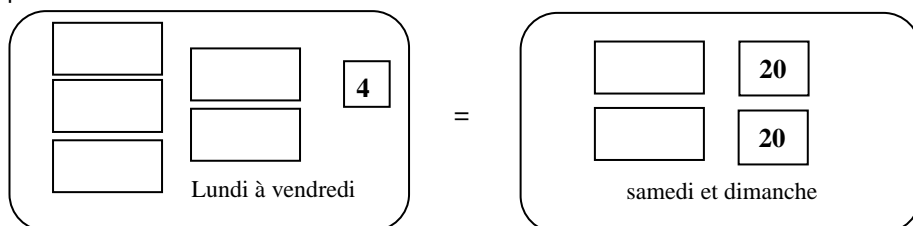
Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations, équivalences
- Algèbre : équations du premier degré

Analyse de la tâche

- Se représenter la situation pour les différents jours de la semaine avec une « quantité » quotidienne, les deux « suppléments » de 20 du samedi et dimanche, les « 4 de plus » et la relation d'égalité.

On peut penser à des « paquets » pour la quantité quotidienne, ou utiliser une représentation graphique de la situation évoquant les plateaux d'une balance en prenant garde à placer le « 4 » dans le bon plateau, par exemple :



cette représentation, mentale ou graphique, suggère une simplification de la relation en « retirant » 2 « quantités » quotidienne et 4 de chaque membre de l'égalité pour arriver à l'équivalence de 3 « quantités » quotidiennes et de 36.

En déduire que, chaque jour ouvrable de la semaine (lundi à vendredi), sont livrés 12 ($36 : 3$) pains au chocolat, et le week-end (samedi et dimanche) 32 pains au chocolat ($12 + 20$).

Ou: procéder par essais organisés en imposant un nombre de pains au chocolat livrés du lundi au vendredi et vérifier si les autres conditions sont remplies, sinon ajuster progressivement les valeurs.

Par exemple, avec 10 on obtient 50 et 60, avec 20 : 100 et 80, avec 15 : 75 et 70 (on s'approche), et finalement avec 12, 60 et 64 correspondant au « 4 de plus » pour le week-end.

Ou, par voie algébrique, en désignant par x le nombre de pains au chocolat livrés chaque jour ouvrable par $x + 20$ ceux livrés le week-end, on aboutit à une équation $5x + 4 = 2(x + 20)$ ou $5x = 2(x + 20) - 4$ ou dont la solution est 12 (nombre de pains au chocolat livrés du lundi au vendredi) et calculer le nombre de pains au chocolat livrés un jour du week-end $32 = 12 + 20$.

Attribution des points

- 4 Réponses correctes (32 pains au chocolat le samedi et dimanche, 12 pains au chocolat les autres jours) avec des explications claires (par exemple, détail des calculs)
- 3 Réponses correctes avec des explications peu claires ou seulement avec une vérification
- 2 Réponses correctes sans aucune explication
ou une erreur de calcul pour l'une des deux réponses
- 1 Début de raisonnement correct
ou une erreur dans l'écriture de l'équation due à l'incompréhension de l'expression « 4 de plus que »
- 0 Incompréhension du problème

11. WIE VIELE DREIECKE? - COMBIEN DE TRIANGLES? (Kat. 42, 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances :**

- Géométrie : visualisation, reconnaissance et comptage de triangles dans une figure
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Savoir reconnaître des triangles dans la figure en tenant compte du caractère régulier de la figure pour identifier les triangles égaux ;
- S'organiser pour ne pas oublier de triangles, ne pas comptabiliser deux fois le même. Par exemple :
les 10 triangles du pavage autour du pentagone central (noté p pour la suite de cette analyse); on peut éventuellement constater que 5 n'ont que des angles aigus, (notés a pour la suite) et que les 5 autres ont un angle obtus (notés o pour la suite).
les 10 triangles composés d'un triangle o et d'un triangle a (a, o)
les 5 triangles composés de deux triangles o et un triangle a (o, a, o), un par sommet du pentagone,
les 5 triangles (avec une diagonale comme base), composés du pentagone central et de deux triangles a (a, p, a),
les 5 triangles (avec une côté comme base), composés du pentagone central, un triangle o et de trois triangles a (o, a, a, p, a),
Soit cinq types de triangles faisant au total $10 + 10 + 5 + 5 + 5 = 35$ triangles.

Il y a évidemment de nombreuses autres façons d'organiser l'inventaire, avec de nombreux risques de confusions ou d'oublis :

- nommer tous les « sommets » de la figure (ou les segments) et désigner les triangles par ces sommets (ou ces segments), ce qui aboutit à une notation lourde et longue, difficile à contrôler,
- utiliser des couleurs, ce qui ne permet plus de distinguer les traits,
- nommer les 11 « pavés de base » et désigner les triangles par leur composition de ces pavés,
- travailler par types de triangles d'une autre manière que ci-dessus, en tenant compte par exemple des symétries du pentagone régulier ...

La tâche principale est précisément de choisir la représentation la plus efficace pour le contrôle et l'élimination des doublons.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (35) avec explications claires et complètes (texte, liste ou dessin)
 - 3 Réponse correcte (35) avec explications incomplètes
ou réponse 34 ou 36 avec un seul oubli ou un seul doublon, avec explications
 - 2 Réponse (35) sans aucune explication
ou réponse (25 ou 30) avec oubli d'un seul des 5 types de triangles, avec explications
ou réponse incorrecte due à 2 à 3 oublis ou doublons avec explications
 - 1 Réponse (15, 20 ou 25) avec oubli de deux types de triangles
ou réponse incorrecte due à 4 ou 5 oublis ou doublons
 - 0 Moins de 15 triangles différents repérés
-

12. ZAHLENMAUERN (II) - PYRAMIDES DE BRIQUES (II) (Kat. 42, 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

- Arithmétique: addition et soustraction avec les nombres naturels et décimaux
- Logique : approche d'une résolution algébrique

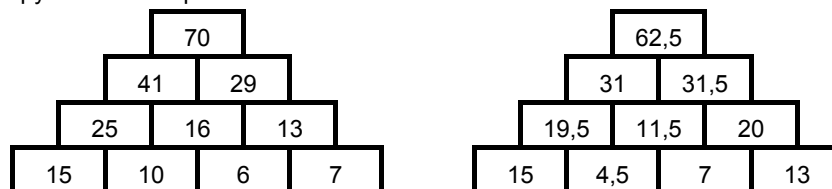
Analyse de la tâche

- Vérifier l'exemple pour comprendre le fonctionnement de la pyramide et constater que deux briques peuvent être complétées immédiatement : 10 ($25 - 15$) à la base de la première pyramide et 13 ($20 - 7$) de la seconde.
- Constater que les autres nombres ne s'obtiennent pas directement, que des essais ou hypothèses sont nécessaires, puis chercher les « pistes » les plus favorables. Il y a par exemple de nombreuses décompositions de 70 (sommet de la première pyramide) ou de 31 (deuxième rang à droite) en somme de deux termes (même si on ne pense qu'aux nombres entiers positifs), qui exigeraient de très nombreux essais pour compléter la pyramide entière.
- Remarquer alors qu'une « clé » de la première pyramide peut être le nombre de la deuxième ligne, situé entre 25 et 13. Le « triangle » avec 25 et 13 à la base et 70 au sommet (voir *figure 1*) se complète alors...
 - ... soit par essais successifs sur le nombre-clé. (11 est trop petit, 20 est trop grand, ...) pour aboutir à 16 ;
 - ... soit par un raisonnement déductif (ou préalgébrique) du genre : le « nombre cherché » (entre 25 et 13) sera additionné à 25 dans la case de gauche de l'étage supérieur et à 13 dans la case de droite, et finalement, 70 sera obtenu par $25 + 13 + 2$ fois « le nombre cherché » ; par conséquent ce nombre sera 16, la moitié de $70 - (25 + 13) = 32$,
 - ... soit par une procédure algébrique résumant la précédente et conduisant à l'équation : $(25 + x) + (13 + x) = 70$
- Le même raisonnement va aussi pour la deuxième pyramide, dans le « triangle » avec 15 et 7 à la base et 31 au sommet, (Voir *figure 2*) mais avec un « obstacle » supplémentaire, qui fait dire à Matteo *qu'on ne peut pas la compléter* : ...
 - ... par essais, on trouvera que le nombre est plus grand que 4 et plus petit que 5,
 - ... par raisonnement préalgébrique, on trouvera que ce nombre est la moitié de 9, (Car pour obtenir 31 on effectue la somme de 15 et 7 = 22 à laquelle il faut encore ajouter 9. Par conséquent, le nombre qui doit être additionné à 15 comme à 22 doit être la moitié de 9).
 - ... par l'algèbre, le nombre est la solution de $(15 + x) + (7 + x) = 31$, c'est-à-dire 4,5.
- Comprendre alors que Diego a vu que le « nombre entre 15 et 7 » n'est pas entier comme tous les autres nombres présents dans la pyramide incomplète mais que l'énoncé n'interdit pas d'utiliser des nombres non entiers pour compléter la pyramide.
- Il suffit alors de compléter les autres cases par additions et soustractions.

Figure 1 les deux « triangles » - clé des deux pyramides



Figure 2 les deux pyramides complétées



Il y a encore, évidemment, de nombreuses autres manières d'organiser les essais, mais tous doivent passer par les nombres-clés 16 et 4,5.

Attribution des points

- 4 Les deux pyramides complétées, avec une explication du raisonnement (au moins une description de la démarche pour trouver les « nombres-clés »)
 - 3 Les deux pyramides correctes mais explications incomplètes (seulement quelques opérations, sans description des essais ou du raisonnement)
 - 2 Les deux pyramides correctes sans aucune explication
ou 1^{ère} pyramide complétée avec explication et deuxième pyramide non complétée avec l'affirmation qu'il n'y a pas de nombres qui puissent compléter certaines briques
 - 1 Une seule des deux pyramides correctes sans explications
ou seulement les briques 10 ($25 - 15$) à la base de la première pyramide et 13 ($20 - 7$) de la seconde
 - 0 Incompréhension du problème
-

13. DAS TULPENBEET - LE PARTERRE DE TULIPES (Kat. 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique: fractions (de numérateur 1), somme et différence

Analyse de la tâche

- Comprendre les critères que Mme Petitepart entend respecter pour planter ses tulipes de façon à couvrir entièrement le parterre de fleurs en utilisant tous les bulbes des couleurs qu'elle aura sélectionnées.
- Observer que la partie du parterre qui peut être couverte avec une variété de tulipes est exprimée par une fraction de numérateur 1 et que l'entier correspond à la totalité du parterre.
- Se rendre compte qu'il faut trouver trois ou quatre fractions, parmi celles données, dont la somme est égale à 1.
- Constater par exemple qu'en choisissant des tulipes rouges, jaunes et orange on obtiendrait $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} > 1$ et on couvrirait plus que le parterre.
- Procéder par essais successifs et trouver qu'en utilisant des tulipes rouges, jaunes et lilas on peut remplir exactement le parterre : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$
- En procédant de même, trouver qu'en utilisant les tulipes rouges, oranges, lilas et saumon, on obtient une seconde solution : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1$

Ou réduire au même dénominateur les 8 codes fractionnaires (le plus petit est 360) et chercher trois (puis quatre) numérateurs dont la somme est égale à 360.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte aux deux questions (rouge, jaune, lilas) et (rouge, orange, lilas, saumon) avec explications claires
 - 3 Réponse correcte aux deux questions avec des explications peu claires ou seulement avec une vérification
 - 2 Réponse correcte à une seule question avec explications
ou réponse correcte aux deux questions sans explications
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

14. HOLZSTÄBCHEN UND DREIECKE - BÂTONNETS ET TRIANGLES (Kat. 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Combinatoire
- Géométrie: triangle, construction, inégalité triangulaire

Analyse de la tâche

- Comprendre que trois bâtonnets permettent de construire un seul triangle.
- Comprendre que seulement les triplets vérifiant l'inégalité triangulaire permettent de construire un triangle (par exemple les triplets comme 4 - 5 - 10 ou 4 - 5 - 9 ne le permettent pas. (Un obstacle bien connu est celui du recours au seul dessin pour décider si le triangle est constructible : car même avec un dessin précis un triangle « impossible » peut apparaître 4 - 5 - 9 ou 4 - 6 - 10 ou 5 - 6 - 11).
- Dresser l'inventaire des 14 triplets différents (sans tenir compte de l'ordre pour éviter les triangles égaux) formés avec les 6 nombres: 4, 5, 6, 9, 10, 11, en éliminant ceux qui ne respectent pas l'inégalité triangulaire (l'un ne peut pas être supérieur ou égal à la somme des deux autres).

Trouver les 14 triplets solutions :

4 - 5 - 6 ; 4 - 6 - 9 ; 4 - 9 - 10 ; 4 - 9 - 11 ; 4 - 10 - 11 ; 5 - 6 - 9 ; 5 - 6 - 10 ; 5 - 9 - 10 ; 5 - 9 - 11 ; 5 - 10 - 11 ;
6 - 9 - 10 ; 6 - 9 - 11 ; 6 - 10 - 11 ; 9 - 10 - 11

Ou : dessiner les triangles un à un.

Ou : par manipulation, découper 6 bandes et procéder par essais successifs

- Conclure qu'il y a 14 triangles possibles (y compris celui qui figure dans l'énoncé)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (14 triangles donnés par leurs côtés ou par dessins) avec explications claires (inégalité triangulaire mentionnée, ...)
 - 3 Réponse correcte et complète sans explications
ou une seule erreur (13 corrects et un oubli ou un seul doublon) avec explications
 - 2 De 9 à 12 à triangles corrects, oublis ou doublons ou solutions incorrectes (par ex. « triangle plat ») avec explications
ou la réponse 14, sans explications
 - 1 De 6 à 8 triangles corrects, avec oublis et intrus de la forme « triangle plat »
ou : réponse 20 triangle qui donne les 20 arrangements des 6 nombres pris 3 à 3 (sans tenir compte des contraintes géométriques)
 - 0 Incompréhension du problème ou moins de 6 triangles corrects
-

15. GEBURTSTAG - LA DATE DE NAISSANCE (Kat. 81)

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

- Arithmétique : multiples et division euclidienne
- Algèbre

Analyse de la tâche

- La première tâche est de comprendre que le résultat demandé est la somme d'un multiple de 13 (du premier au 31^e) et d'un multiple de 14 (du premier au 12^e).

Pour bien comprendre la correspondance entre les dates et les sommes (et éventuellement s'assurer que deux dates de naissance différentes donnent deux résultats différents, et réciproquement), on peut imaginer les calculs de quelques dates, par exemple celles des premiers jours de l'année : 1 janvier $13 + 14 = 27$; 2 janvier $2 \times 13 + 14 = 40$; 1 février $13 + 2 \times 14 = 41$...

en notant ces essais dans un tableau, on peut en découvrir les régularités : en janvier, des nombres qui valent 1 de plus qu'un multiple de 13, des suites de nombres entiers consécutifs en se déplaçant « en oblique » vers le bas et vers la gauche,

jours	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	20	...	30	31
janvier (1)	27	40	53	66	79	92	105	118	131	144	...	274	...	404	417
février (2)	41	54	67	80	93	106	119	132	145	158	...	288			
mars (3)	55	68	81	94	107	120	133	146	158	172	...	302		432	445

Ce tableau permet déjà de constater que 479 est au-delà du mois de mai car le 31 mai donne $445 + 2 \times 14 = 473$. (On pourrait même y voir que 479 est à 6 « pas » de 473 : 6 lignes vers le bas et 6 colonne vers la gauche, le 25 novembre).

Ou : soustraire de 479 des multiples de 14 (du 1 jusqu'au 12^e pour les mois) et diviser le résultat par 13 jusqu'à ce que l'on obtienne un nombre entier compris entre 1 et 31.

$$(479 - 1 \times 14) : 13 = 35,77$$

...

$$(479 - 10 \times 14) : 13 = 26,08$$

$$(479 - 11 \times 14) : 13 = 25$$

$$(479 - 12 \times 14) : 13 = 23,92$$

Donc la date de naissance de l'ami de Michèle est le 25 novembre.

Ou, par une méthode plus générique, comprendre que le résultat final est une expression du type :

$$479 = 13j + 14m \quad (j = \text{jour de naissance; } m = \text{mois de naissance})$$

- En déduire la factorisation suivante : $479 = 13j + 13m + m = 13(j + m) + m$, constater que le mois de naissance (m) est le reste de la division euclidienne du résultat final 479 par 13 : $479 = 36 \times 13 + 11$, et que le mois de naissance est donc novembre, 11^e mois de l'année.
- en déduire le jour de naissance en résolvant l'équation suivante : $479 = j \times 13 + 11 \times 14$ d'où $j = 25$ (ou par soustraction et division par 13 comme dans la première des procédures ci-dessus)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (25 novembre) avec explications claires et détaillées
 - 3 Réponse correcte avec explications incomplètes ou avec seulement une vérification
 - 2 Réponse correcte sans explication
ou réponse bien expliquée mais avec une seule erreur de calcul
 - 1 Début de raisonnement correct (essai avec une date de naissance connue)
 - 0 Incompréhension du problème
-

16. GARTENFEST BEI KERZENLICHT - DÎNER AUX CHANDELLES (II) (Kat. 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

Arithmétique : décomposition d'un nombre en somme de produits

Algèbre : système d'équations du premier degré

Analyse de la tâche

- Tirer les données numériques de l'énoncé : 100 bougies réparties sur 25 chandeliers à 2 à 4 ou à 5 bougies chacun; dont 4 chandeliers à 2 bougies.
- Simplifier la situation sans les 4 chandeliers à 2 bougies pour arriver à : 92 bougies réparties sur 21 chandeliers à 4 ou à 5 bougies.
- Se représenter les données précédentes par des égalités du genre :
une addition de 21 termes « 4 et « 5 » : $92 = 4 + 4 + \dots + 5 + 5 + 5 + \dots$
ou par une addition de 21 multiples de 4 et de 5 encore lacunaire $92 = (? \times 4) + (? \times 5)$
ou, algébriquement, par un système de deux équations : $92 = 4x + 5y$ et $x + y = 21$

Il y a de multiples manières de trouver la solution par voie arithmétique :

- par essais successifs qui s'organisent de manière de plus en plus efficace lors de la recherche (par exemple, le nombre de chandeliers à 5 bougies est inférieur à 18, c'est un nombre pair, ...)
- par des listes où les deux nombres de chandeliers varient simultanément, du genre :,
 $(10 \times 4) + (11 \times 5) = 40 + 55 = 95$
 $(11 \times 4) + (10 \times 5) = 44 + 50 = 94$
 $(12 \times 4) + (9 \times 5) = 48 + 45 = 93$
 $(13 \times 4) + (8 \times 5) = 52 + 40 = 92$
- Par voie algébrique, la solution du système linéaire de deux équations à deux inconnues donne $x = 13$ et $y = 8$

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (13 chandeliers à 4 bougies et 8 à 5 bougies) avec explications claires (où l'unicité de la solution apparaît clairement en cas de résolution arithmétique)
 - 3 Réponse correcte avec explications incomplètes ou avec seulement une vérification
 - 2 Réponse erronée due à une erreur de calcul mais avec un raisonnement correct
ou système des deux équations correct, sans arriver à la solution
ou réponse correcte sans explication
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-