

1. CADRE MULTICOLORE - FARBIGE BILDERRAHMEN (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que Paul doit colorier les carrés A, C et F, H en jaune ou en bleu, ayant déjà colorié en rouge les carrés B et G. Se rendre aussi compte que l'on peut obtenir des cadres à 2 couleurs et des cadres à 3 couleurs.
- En déduire que Paul a 6 possibilités différentes pour colorier ses carrés, en respectant la première condition :
 - il peut colorier A, C, F, H tous en jaune avec D et E en bleu ou en rouge ou tous en bleu avec D et E en jaune ou en rouge (4 possibilités dont 2 cadres avec trois couleurs)
 - il peut colorier A, C en jaune et F, H en bleu ou vice-versa et D et E en rouge (2 possibilités donnant deux cadres avec trois couleurs)

Bleu	Rouge	Bleu	Jaune	Rouge	Jaune	Bleu	Rouge	Bleu	Bleu	Rouge	Bleu	Jaune	Rouge	Jaune	Jaune	Rouge	Jaune
Jaune		Jaune	Bleu		Bleu	Rouge		Rouge	Rouge		Rouge	Rouge		Rouge	Rouge		Rouge
Bleu	Rouge	Bleu	Jaune	Rouge	Jaune	Bleu	Rouge	Bleu	Jaune	Rouge	Jaune	Bleu	Rouge	Bleu	Jaune	Rouge	Jaune

Attribution des points

- 4 Les 6 possibilités différentes (4 tricolores et 2 bicolores) sans autre incorrecte ni répétition
 - 3 4 ou 5 possibilités correctes sans autre incorrecte ni répétition
 - 2 2 ou 3 possibilités correctes, sans autre incorrecte ni répétition, ou 4, 5 ou 6 colorations correctes avec d'autres incorrectes ou répétées
 - 1 De 2 à 3 colorations correctes avec d'autres incorrectes ou répétées, ou une coloration correcte
 - 0 Incompréhension du problème
-

2. LE ROBOT ARTHUR - ROBI, DER ROBOTER (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Arithmétique : les quatre opérations
- Géométrie : parcours

Analyse de la tâche

- Comprendre que le robot Arthur/Robi fait toujours un nombre entier de pas pour parcourir un trait de grille et que pour parcourir des traits égaux il fera le même nombre de pas, parce que ses pas ont toujours la même longueur.
- Dédurre du premier chemin, composé de 7 traits obliques tous égaux, que chaque trait vaut 6 pas ($42 : 7$).
- Observer le second chemin et se rendre compte qu'il est formé de 3 traits obliques et de 3 traits horizontaux.
- En déduire que pour parcourir les trois traits obliques du second chemin, le robot fera 18 pas (6×3) et que pour parcourir les traits horizontaux il en fera 12 ($30 - 18$) ; par conséquent chaque trait horizontal vaut 4 pas ($12 : 3$).
- Conclure que pour parcourir le troisième chemin, composé de 5 traits obliques et 1 trait horizontal, le robot fera 34 pas ($6 \times 5 + 1 \times 4$).

Ou bien, observer que le second chemin est formé de 3 traits horizontaux et de 3 traits obliques et en déduire que pour parcourir 1 trait oblique et 1 trait horizontal le robot fait 10 pas ($30 : 3$). Procéder par essais pour trouver combien de pas vaut chacun des deux traits (5-5, 6-4, 7-3, 8-2, 9-1) et découvrir que l'unique possibilité compatible avec le premier chemin est 6 pas pour le trait oblique et 4 pas pour l'horizontal. Conclure que le robot fait 34 pas pour le troisième chemin.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (34 pas) avec des explications claires
 - 3 Réponse correcte avec des explications peu claires
 - 2 Raisonement correct mais avec une erreur de calcul
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

3. LOTERIE DE FIN D'ANNÉE - LOTTERIE ZUM SCHULFEST (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Arithmétique : relation d'ordre et additions avec des entiers naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre les conditions données dans l'énoncé et, en particulier, que le nombre d'Hélène est plus grand que celui de Claire.
- Comprendre que le nombre de Claire ne peut être ni le 1 ni le 2 (parce qu'il n'y aurait pas de nombres précédents à additionner) et qu'entre le nombre de Claire et celui d'Hélène, il doit y avoir au moins un nombre pour pouvoir l'additionner à celui d'Hélène.
- Attribuer à Claire systématiquement tous les nombres inférieurs à 10, en écartant outre le 1 et le 2, le nombre 9 parce qu'autrement Hélène aurait un numéro à deux chiffres. Se rendre compte que si Claire avait le nombre 3, la somme des nombres qui le précèdent serait 3 (1+2), mais déjà le nombre suivant serait 4, ce qui ne va pas. Si Claire avait le nombre 4, la somme des nombres qui le précèdent serait 6 (1+2+3), mais la somme des deux suivants serait 11 (5+6), ce qui ne va pas. Procéder de cette façon, jusqu'à vérifier que Claire a le nombre 6, car la somme des nombres qui le précèdent est 15 (1+2+3+4+5), qui est égal à la somme des deux nombres 7 et 8 qui le suivent. Donc Hélène a le nombre 8.
- Ou bien : trouver la réponse par essais non organisés.

Attribution des points

- 4 Réponses correctes aux deux questions (6 pour le nombre de Claire ; 8 pour celui d'Hélène) avec des calculs détaillés (des additions qui montrent la comparaison entre les deux sommes) et/ou des explications claires
 - 3 Réponse correcte à une seule des deux questions (l'autre étant oubliée) avec des calculs détaillés (des additions qui montrent la comparaison entre les deux sommes) et/ou des explications claires
 - 2 Réponses correctes aux deux questions sans calculs et sans explications
 - 1 Début de raisonnement correct ou une seule réponse correcte sans explication
 - 0 Incompréhension du problème
-

4. LE DÉCOR - DEKORATION (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie et mesure : comparaisons d'aires, symétrie

Analyse de la tâche

- Parmi les grandeurs qu'on peut percevoir sur la figure (périmètre, aire, ...) choisir celle qui est pertinente pour le problème : dans ce cas l'aire.
- Comprendre que l'on doit comparer les aires des deux parties en carton et ne pas se fourvoyer en comparant les deux périmètres ou les formes des deux parties qui pourraient donner l'idée qu'elles sont superposables.
- Puisque les deux aires ne peuvent pas être estimées à l'oeil, il est nécessaire de passer aux mesures pour compter les unités d'aire déterminées par le quadrillage.
- Dans ce dénombrement, il faut procéder à une conversion d'unités : les triangles sur le bord des parties sont des demi-carrés et donc deux triangles devront être comptés pour un carré. Ce dénombrement donne :
 - pour la partie verte : 52 carrés et 12 triangles soit une mesure d'aire de 58 (en carrés),
 - pour la partie jaune : 51 carrés et 12 triangles soit une mesure d'aire de 57 (en carrés).

Ou conduire la comparaison en divisant les deux parties en polygones de même aire qui se compensent et n'ont plus besoin d'être comptés dans le décombrement.

Ou comparer carré par carré et triangle par triangle, dans l'une et l'autre des parties pour arriver à la constatation qu'il y a un carré de plus dans la partie verte.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (« partie verte ») avec les détails du raisonnement
 - 3 Réponse « on doit utiliser la même quantité de papier jaune et de papier vert », avec tous les détails, mais avec une seule erreur de comptage
 - 2 Raisonnement correct avec des explications qui montrent comment on est arrivé à la solution, mais avec quelques imprécisions dans les comptages
 - 1 Réponse « partie verte » sans explication
 - 0 Réponse basée sur le périmètre ou incompréhension du problème
-

5. LES COULEURS DES CHAPEAUX - FARBIGE HÜTE (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique : gestion des informations, utilisation de la négation.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut « mettre de l'ordre » et examiner toutes les possibilités de correspondance entre les dames et les chapeaux. Puisqu'il est difficile de tenir compte des trois informations en même temps, en choisir prioritairement une (qui semble la plus restrictive) et rédiger l'inventaire des correspondances encore possibles.
- A. Sachant que Madame Blanche porte le chapeau bleu (de Madame Bleue), il reste six possibilités pour les autres dames :
 - 1) Madame Noire – noir, Madame Rose – rose, Madame Bleue – blanc
 - 2) Madame Noire – noir, Madame Rose – blanc, Madame Bleue – rose
 - 3) Madame Noire – rose, Madame Rose – noir, Madame Bleue – blanc
 - 4) Madame Noire – rose, Madame Rose – blanc, Madame Bleue – noir
 - 5) Madame Noire – blanc, Madame Rose – noir, Madame Bleue – rose
 - 6) Madame Noire – blanc, Madame Rose – rose, Madame Bleue – noir

En tenant compte qu'une seule dame porte le chapeau de sa propre couleur, on peut éliminer les cas où deux dames portent leur chapeau et les cas où personne n'a son propre chapeau (1, 3, 4, 5). Il reste donc les deux possibilités 2) et 6).
- B. Ou bien, tenir compte des deux informations en même temps : Madame Rose ne porte pas le chapeau de Madame Noire et Madame Blanche porte le chapeau bleu, en limitant ainsi l'inventaire à 4 possibilités :

	Mme Blanche	Mme Noire	Mme Rose	Mme Bleue
I)	bleu	rose	blanc	noir
II)	bleu	blanc	rose	noir
III)	bleu	noir	rose	blanc
IV)	bleu	noir	blanc	rose

En tenant compte qu'une seule dame a le chapeau de sa propre couleur, on élimine la possibilité qu'il y ait deux dames portant leur propre chapeau et le cas où personne n'a son propre chapeau (I et III). Il reste les possibilités II et IV.

Ou bien, travailler par essais non organisés sans obtenir la certitude d'avoir trouvé toutes les solutions.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte : les 2 possibilités
(Madame Noire – blanc, Madame Rose – rose, Madame Bleue – noir;
Madame Noire – noir, Madame Rose – blanc, Madame Bleue – rose), avec tous les essais clairement présentés qui excluent d'autres possibilités
 - 3 Réponse correcte : les 2 possibilités avec quelques essais qui ne permettent pas d'exclure d'autres possibilités
 - 2 Une réponse correcte mais avec une procédure claire, ou 2 réponses correctes avec une réponse erronée,
 - 1 Une réponse correcte et une réponse erronée
 - 0 Incompréhension du problème
-

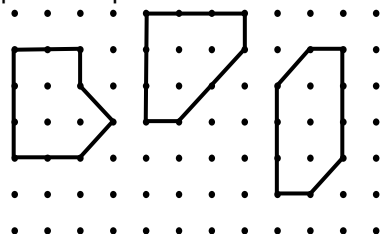
6. TROIS AMIS ET LEURS DESSINS - KNOBELEIEN AM GEOBRETT (Cat. 32, 41, 42)

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Géométrie : propriété des figures fermées, comparaisons de mesures de longueurs et d'aires
- Mesures : comparaison « intuitive » entre le côté et la diagonale d'un carré, recherche d'une unité commune d'aires

Analyse de la tâche

- Observer les périmètres des trois figures et reconnaître qu'il y a deux types de segments, ceux dont la longueur correspond à un côté (l) d'un « carré » et ceux dont la longueur correspond à sa diagonale (d).
- Pour chaque figure, compter ces deux types de segments et trouver leurs périmètres : l'octogone, $4d + 4l$; le pentagone, $2d + 8l$; l'hexagone : $2d + 8l$, ou faire une mesure avec une règle graduée.
- Trouver les aires des trois figures en comptant les carrés (q) et les demi-carrés : l'octogone, $7q$; le pentagone, $7q$; l'hexagone, $5q$, ou comparer les aires par découpages et superpositions.
- En conclure que la figure d'Alex est le pentagone.
- Donner une explication qui montre comment sont déterminées les aires les périmètres.
- Pour dessiner une figure ayant la même aire et le même périmètre que celle d'Alex, chercher une disposition de 2 segments de type d et 8 segments de type l qui donne une aire de $7q$. Il y a diverses figures possibles, comme, par exemple les suivantes :

**Attribution des points**

- 4 Réponse complète : la figure d'Alex (le pentagone) est reconnue, avec des explications correctes et complètes, et dessin d'une figure ayant les mêmes caractéristiques que celle d'Alex
 - 3 Réponse donnant la figure d'Alex, avec des explications incomplètes et dessin correct de la quatrième figure
ou bien la figure d'Alex reconnue avec des explications claires, mais avec un dessin de la quatrième figure partiellement correct (seulement pour l'aire ou seulement pour le périmètre)
 - 2 Réponse partielle avec deux des trois conditions précédentes (par exemple reconnaissance de la figure d'Alex avec une explication sans dessin, ou bien reconnaissance de la figure d'Alex avec un dessin correct sans explication)
 - 1 Reconnaissance de la figure d'Alex sans explication et sans dessin, début de raisonnement
 - 0 Incompréhension du problème
-

7. UN DÉFI POUR LYNN - KNOBELAUFGABE FÜR LYNN (Cat. 41, 42, 71)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations avec des entiers naturels ; relation d'ordre entre entiers ; concept de multiple

Analyse de la tâche

- Traduire la deuxième et la troisième condition avec des opérations, divisions ou « multiplications à trous », à partir de 100 ; trouver ainsi les deux limites 50 et 33 et conclure que le nombre est compris entre 34 et 49.
- Se rendre compte que la dernière condition limite l'intervalle précédent et qu'on peut éliminer les nombres de 40 à 49 parce qu'en leur ajoutant 11 on obtient les nombres de 51 à 60, dont les doubles sont plus grands que 100. Il ne reste dans l'intervalle que les nombres 34, 35, 36, 37, 38 et 39 dont un seul, 36, est multiple de 6.

Ou bien, tenir compte d'abord de la première condition et partir de la suite des multiples de 6 : 6, 12, 18, 24, ... Vérifier que les conditions pour chacun d'eux et finalement n'accepter que 36.

Ou bien, procéder par essais, contrôler la validité de toutes les conditions et continuer, si nécessaire, avec des ajustements successifs jusqu'à trouver le nombre cherché.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (36) avec des explications claires de la procédure suivie (avec le détail des calculs ou des tentatives effectuées)
 - 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes ou peu claires
ou avec seulement une vérification que 36 satisfait les quatre conditions
 - 2 Réponse correcte sans explication
ou procédure correcte mais avec une erreur de calcul
 - 1 Début de raisonnement correct (par ex. donner les limites à considérer)
 - 0 Incompréhension du problème
-

8. LE NOMBRE D'ÉLISABETH - ELISABETHS ZAHL (Cat. 41, 42, 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : représentation décimale des entiers naturels ; division

Analyse a priori :

- Comprendre la situation : en effaçant le chiffre des centaines d'un nombre de trois chiffres, on doit obtenir un nombre de deux chiffres 5 fois plus petit.
- Se rendre compte que :
 - * les deux nombres ont nécessairement le même chiffre des dizaines et le même chiffre des unités ;
 - * le chiffre des unités du nombre cherché ne peut être que 0 ou 5 (puisque'il doit être divisible par 5) ;
 - * le chiffre des centaines du nombre d'Elisabeth doit être inférieur à 5 (il ne peut être que 1, 2, 3 ou 4) pour que son quotient par 5 soit inférieur à 100 et ne s'écrive donc qu'avec 2 chiffres.
- Considérer les multiples de 5 à deux chiffres : 10, 15, 20,... multiplier chacun d'eux par 5 et trouver que $25 \times 5 = 125$, $50 \times 5 = 250$, $75 \times 5 = 375$ sont les seuls nombres qui vérifient les propriétés du nombre que Elisabeth a écrit.

Ou bien, procéder par essais, en vérifiant à chaque fois que le nombre trouvé satisfait toutes les conditions.
En faisant ainsi, on n'est pas sûr de trouver toutes les solutions.

Ou bien, procéder par essais organisés à partir de l'équation suivante : $100c + 10d + u = 5 \times (10d + u)$ avec c, d, u des entiers naturels compris entre 0 et 9, avec $c \neq 0$.

- Conclure qu'Elisabeth peut avoir écrit l'un des trois nombres suivants : 125, 250, 375.

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte et complète avec les 3 possibilités (125, 250, 375) et des explications claires
 - 3 Deux possibilités correctes avec des explications claires,
ou les 3 possibilités correctes avec des explications incomplètes
 - 2 Une possibilité correcte avec des explications claires,
ou 2 possibilités correctes avec des explications incomplètes,
ou les 3 possibilités correctes sans explication
 - 1 Une possibilité correcte avec des explications incomplètes,
ou des essais cohérents avec l'énoncé mais non aboutis
 - 0 Incompréhension du problème
-

9. CHAT, LAPIN, COCHON D'INDE - KATZE, KANINCHEN UND MEERSCHWEINCHEN

(Cat. 41, 42, 71, 81)

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Logique

Analyse de la tâche

- Comprendre que les trois amies ont des animaux différents (chat, lapin, cochon d'Inde), et habitent dans trois villages différents (Echternach, Mersch et Vianden).
- Analyser les quatre informations les unes après les autres et noter les déductions successives.
 - 1^{er} information : Mylène a un chat et par conséquent les autres n'en ont pas
 - 2^{er} information : Louise n'a pas de lapin, donc a un cochon d'Indes
 - 3^{er} information : L'amie qui habite Mersch a un cochon d'Indes, c'est donc Louise
 - 4^{er} information : Claude n'habite pas à Echternach, donc Mylène habite à Echternach.
- Conclure que Claude habite à Vianden et a un lapin.

Ou bien, rassembler les informations de l'énoncé dans un tableau et compléter logiquement les cases vides en raisonnant comme ci-dessus :

	Chat	Lapin	Cochon	Echternach	Mersch	Vianden
Claude	non	oui	non	non	non	oui
Louise	non	non	oui	non	oui	non
Mylène	oui	non	non	oui	non	non

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte (Claude et son lapin habitent Vianden) et la démarche bien expliquée
 - 3 Réponse correcte et la démarche est donnée partiellement
 - 2 Réponse correcte sans explications
ou réponse partielle (Claude ou lapin) avec des explications
 - 1 La réponse est incomplète (Claude ou lapin) sans explications
ou début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

10. DE BAS EN HAUT PAR LES ESCALIERS – TREPPAUF, TREPPAB

(Cat. 42, 71, 81)

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations avec des entiers naturels, concept de multiple, parité

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il faut additionner les marches franchies, qu'elles soient descendues ou montées.
- Comprendre qu'il faut obtenir 132 en additionnant plusieurs fois 13 et 16.
- Observer éventuellement que, puisque 13 est impair, il faudra l'utiliser un nombre pair de fois et donc que 132 devra être obtenu en additionnant plusieurs fois 26 et 16.
- Observer encore, éventuellement, qu'au premier déplacement de Sarah, celle-ci doit nécessairement descendre 16 marches et que le problème revient à chercher une décomposition de 116 (= 132-16) comme somme de termes 26 et 16.
- Procéder par essais plus ou moins organisés. Une procédure systématique assure l'exhaustivité. Par exemple avec un raisonnement du type :

Combien de fois Sarah est-elle allée à la cuisine ?

0 fois ? Non, car 116 n'est pas divisible par 16.

1 fois ? Non, car $116 - 26 = 90$ qui n'est pas divisible par 16.

2 fois ? Oui, car $116 - 2 \times 26 = 64$ qui est divisible par 16 ($64 : 16 = 4$)

3 fois ? Non, car $116 - 3 \times 26 = 38$ qui n'est pas divisible par 16.

4 fois ? Non, car $116 - 4 \times 26 = 12$ qui est inférieur à 16.

- Conclure que Sarah se trouve dans le séjour.

Ou bien, considérer qu'avec $13 + 16 = 29$ marches, Sarah va de sa chambre à la cuisine et constater qu'avec 132 marches elle peut avoir fait 4 fois ($132 : 29$) ce parcours (en se retrouvant donc à nouveau dans sa chambre) et descendre encore 16 marches par lesquels elle arrive dans le séjour.

Ou bien, procéder par essais inorganisés.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (dans le séjour) avec des explications claires de la procédure suivie qui garantissent l'exhaustivité
 - 3 Réponse correcte avec une procédure par essais sans exhaustivité
ou bien procédure correcte qui permette de déterminer combien de fois elle franchit les 13marches, et combien de fois les 16, sans préciser dans quelle pièce Sarah se trouve à la fin
 - 2 Procédure correcte, mais une erreur de calcul qui ne permet pas d'arriver à la bonne réponse
 - 1 Début de recherche cohérente (par exemple tenant compte du fait que pour passer d'une pièce à l'autre et revenir à celle du départ, il faut additionner deux fois le nombre de marches qui les séparent)
ou réponse correcte sans explication
 - 0 Incompréhension du problème
-

11. FLEUR OU FUSÉE ? - BLUME ODER RAKETE ? (Cat. 42, 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Géométrie : décomposition d'une figure en polygones ; triangles, carrés, rectangles, parallélogrammes, trapèzes, aire, équivalence d'aires, symétrie axiale
- Mesure : mesure d'une aire avec une unité de mesure convenable, calcul de l'aire d'une figure particulière en utilisant une formule.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que pour répondre à la question, il faudra déterminer les mesures de chacune des aires des parties grises, car les procédures par compensation ne permettent pas d'aller au-delà des carrés et des rectangles.
- Se rendre compte aussi que le carré du quadrillage s'impose naturellement comme unité d'aire (u), mais que les procédures de comptage ou de recouvrement sont inadéquates parce qu'on ne peut pas recouvrir les triangles avec des carrés entiers.
- Élaborer une stratégie de mesure des aires des triangles rectangles en les considérant comme moitié de rectangles (divisés par deux selon une diagonale). Les deux triangles rectangles de la fusée sont demi-rectangles de 2×3 et ont une aire mesurant $3 u$.
- Élaborer ensuite une stratégie de décomposition des grands pétales de la fleur et de la pointe de la fusée en deux triangles rectangles de 1×2 dont l'aire mesure $1 u$. On peut aussi voir que ces deux triangles rectangles occupent la moitié d'un carré 2×2 dans lequel ils sont inscrits et que leur aire mesure donc $2 u$.
- Élaborer enfin une stratégie plus complexe de décomposition d'un rectangle dans lequel est inscrit un triangle gris en tenant compte de ses parties « blanches » « à soustraire » formées de triangles des rectangles. Exemple : chaque feuille de la fleur peut être divisée en deux parties, inscrites dans des rectangles de 2×3 et de 2×4 . Il faut éliminer des triangles rectangles blancs de 2×3 et de 1×2 , et, respectivement de 2×4 et de 2×2 , pour arriver à des mesures d'aire égales à $2 u$ ($6 - 3 - 1$ et $8 - 4 - 2$). Même raisonnement pour les petits pétales d'aire $1,5 u$ ($4 - 2 - 0,5$) et les deux ailes de la fusée d'aires $4 u$ ($16 - 4 - 8$).
- Calculer enfin les mesures des aires des deux figures par addition. Pour la fleur : $4 + 4 \times 2 + 4 \times 1,5 + 4 \times 2 = 26 (u)$ et pour la fusée : $2 + 12 + 2 \times 3 + 2 \times 4 = 28 (u)$. Conclure que la partie grise de la fusée est plus grande que celle de la fleur.
- Il y a évidemment de nombreuses modalités de décomposition des figures ou de recombinaison et ensuite d'organisation des calculs. La tâche essentielle est d'obtenir le résultat à partir de rectangles entiers ou divisés par deux. Même si certains élèves peuvent déjà avoir rencontré la « formule » de l'aire du triangle, elle ne sera pas utile ici parce que les triangles ne sont pas tous en position traditionnelle avec la base horizontale.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (la fusée) avec des explications claires de la procédure utilisée
 - 3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou une erreur de calcul ou de comptage
 - 2 Réponse avec deux ou trois erreurs de calcul dans le comptage des carreaux mais explications claires de la subdivision des figures,
ou bien calcul correct de l'aire d'une seule des deux figures
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème ou réponse « la fusée parce qu'on le voit sur la figure »
-

12. FORFAITS VACANCES - FERIEN ZUM PAUSCHALPREIS (Cat. 42, 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations avec des nombres entiers
- Algèbre : approche de la résolution d'un système d'équations par substitutions et combinaisons

Analyse de la tâche

De nombreuses procédures peuvent être utilisées en combinant les différents forfaits.

- On peut remarquer qu'en ajoutant les activités des deux premiers forfaits et en retirant celles du troisième, on trouve celles du 4^{ème}, d'où le prix du forfait de la semaine D : $380 + 340 - 320 = 400$ euros.

Ou bien, après avoir confronté les divers forfaits entre eux, se rendre compte que :

- Le forfait D diffère du forfait B seulement par une « Excursion île » qui remplace une « Randonnée montagne » ;
- Entre le forfait A et le forfait C, il y a une différence de prix de 60 euros ($380 - 320$) dû seulement à la différence de coût entre l'« Excursion île » et la « Randonnée montagne ».

En déduire que le forfait D vaut 60 euros de plus que le forfait B valant 340 euros et qu'il vaut donc 400 euros.

Ou bien, en partant de l'option C on peut trouver immédiatement que la « Randonnée montagne » plus le « Parc d'attraction » coûtent ensemble 160 euros.

- Comparer ensuite ce résultat avec le prix des forfaits dans lesquels on trouve ces deux excursions. Dans l'option A, par exemple, si l'on enlève aux 380 euros du prix total les 160 euros des deux activités « Randonnée montagne » et « Parc d'attractions », on obtient 220 euros qui est le prix total des deux activités « Parc d'attractions » et « Excursion île ».
- Considérer maintenant l'option B et trouver que le prix d'une « Randonnée montagne » est égal à $(340 - 220) : 2 = 60$ euros. Il en résulte que le « Parc d'attractions » coûte 100 euros et que l'« Excursion île » coûte 120 euros.
- Conclure que le forfait vacances D vaut $60 + 100 + 120 + 120 = 400$ euros.

Ou bien, au niveau 9, une solution algébrique peut être initiée, conduisant à un système de 4 équations du premier degré dont la résolution suit les procédures intuitives précédentes.

Attribution des points

- 4 Solution correcte (400 euros) avec une explication claire du raisonnement
 - 3 Solution correcte avec une explication incomplète ou confuse
 - 2 Raisonnement correct avec une explication claire mais avec une erreur de calcul ou bien solution correcte sans explication
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

13. L'HÉRITAGE DE VENCESLAS - KÖNIG WENZELS ERBSCHAFT (Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissance**

- Arithmétique : opérations avec des entiers naturels
- Algèbre : système d'équations du premier degré

Analyse de la tâche

- Repérer les données essentielles (11 personnes de 3 catégories doivent se partager 50 millions en parts de 6, 4 ou 1 millions) et les transcrire dans le domaine numérique.
 - La somme des trois nombres de personnes (a fils, b filles et c petits-enfants) de chaque catégorie est égale à 11 ($a + b + c = 11$).
 - Le nombre 50 (l'héritage) doit être exprimé comme la somme de 11 termes égaux à 6, 4 ou 1, qui peuvent être regroupés en multiples de 6, 4 et 1 ($6a + 4b + c = 50$).
- Comprendre que l'usage des pluriels dans l'énoncé indique que le roi a au moins deux fils, deux filles et deux petits-enfants.
- Noter éventuellement que le nombre c de petits-enfants est pair, car il doit être égal à $50 - 6a - 4b$. En déduire que le nombre de fils ou de filles est impair, car le nombre total des héritiers est 11.
- Observer que le nombre a de fils est inférieur à 7, sinon ils auraient à eux seuls au moins 42 millions d'écus et il resterait au plus 8 millions d'écus qui ne suffiraient pas pour deux filles et deux petits-enfants.
- Comprendre que la solution du problème passe par un inventaire des répartitions possibles des 11 héritiers en trois catégories, avec à chaque fois une vérification du total des parts qui doit être 50 (ou par la recherche des solutions entières du système des deux équations écrites ci-dessus).
- Faire des essais au hasard qui peuvent aboutir à la solution sans être certain de son unicité, ou organiser l'inventaire de manière systématique (en s'aidant de traces écrites sous la forme de listes ou de tableaux). L'organisation la plus économique est de considérer en premier lieu les parts des fils (de 6 millions) pour lesquelles les possibilités sont les moins nombreuses, de calculer ce qui reste pour les parts des filles et petits-enfants (4 et 1 millions) puis de vérifier s'il est décomposable en un nombre donné de multiples de 4 et de 1.
- Exemple, parmi les 11 multiples de 6 à considérer, éliminer 66, 60, 54, qui sont supérieurs à 50, puis 48 (reste 2 qui ne permet pas d'obtenir une part de 4) ; puis $42 = 6 \times 7$ (reste 8, qui ne permet pas quatre parts de 4 et 1). Une première solution est $36 = 6 \times 6$ (reste 14 ce qui permet de faire 5 parts pour les 3 filles et les 2 petits-enfants ou $3 \times 4 + 2 \times 1$). Les autres multiples de 6 sont aussi à éliminer : $30 = 6 \times 5$, reste 20, impossible à répartir en 6 parts de 4 et 1 ; $24 = 6 \times 4$, reste 26, impossible à répartir en 7 parts de 4 et 1 ; $18 = 6 \times 3$, reste 32, impossible à répartir en 8 parts de 4 et 1, etc.
- Vérifier en tout cas l'unicité de la solution : 6 fils, 3 filles et 2 petits-enfants.

Il y a évidemment de multiples manières d'organiser l'inventaire systématique et d'en conserver des traces, qui demandent toutes des décompositions de 50 en sommes de multiples de 6, 4 et 1, et d'économiser des vérifications (par exemple en considérant seulement les quatre nombres possibles de petits-enfants, qui doivent être pairs : 2, 4, 6, 8 et les décompositions correspondantes de 48, 46, 44 et 42 en sommes d'un nombre déterminé de multiples de 4 et de 6).

Ou bien, par l'algèbre il y a également des nombreuses manières de trouver les solutions entières (supérieures ou égales à 2) du système d'équations du premier degré à 3 inconnues : $a + b + c = 11$ et $6a + 4b + c = 50$.

Par exemple, après avoir observé que $a < 7$, procéder en attribuant a successivement les valeurs 6, 5, ..., 2, résoudre à chaque fois le système des deux équations obtenues avec les inconnues b et constater que l'unique solution acceptable est $a = 6$, $b = 3$ et $c = 2$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (6 fils, 3 filles, 2 petits-enfants) avec explications détaillées du raisonnement qui mette en évidence qu'il n'existe pas d'autres solutions
 - 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes qui ne garantissent pas l'unicité de la solution
 - 2 Réponse correcte sans explication ou avec seulement une vérification
 - 1 Début de recherche cohérente
 - 0 Incompréhension du problème
-

14. LE JEU DE L'AIGUILLE – DAS 11-UHR-SPIEL (Cat. 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication, restes modulo 12, entiers relatifs

Analyse de la tâche

- Comprendre le fonctionnement du jeu : à partir du 12, les déplacements successifs de l'aiguille sont bien définis, au hasard : 5 heures en avant si on fait « Pile/Zahl » ou 3 heures en arrière si on fait « Face/Kopf ». L'aiguille peut indiquer au bout de 11 déplacements l'une des heures de 1 à 12.
- Vérifier que si l'aiguille allait seulement en avant, au onzième déplacement, elle tomberait sur 7 heures. Donc 7 est une des positions finales possibles.
- Remarquer que 4 déplacements en arrière font un tour de cadran et vérifier que si l'aiguille allait toujours en arrière, au onzième déplacement, elle tomberait sur 3 heures. Donc 3 est une autre possibilité.
- Décrire tous les jeux possibles en précisant où l'aiguille arrive en 11 déplacements. Observer que l'ordre de ces déplacements n'intervient pas et construire un tableau comme, par exemple le tableau ci-dessous.
- Remarquer qu'un tour complet de cadran fait 12 heures (en avant ou en arrière) et comprendre que, pour trouver l'heure d'arrivée de l'aiguille après un déplacement total de N heures dont 5X en avant (avec X « Pile/Zahl ») et 3Y en arrière (avec Y « Face/Kopf »), il suffit de trouver le reste de la division par 12 de N ou de N + un multiple de 12.

Nombre X de « Pile/Zahl »	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre Y de « Face/Kopf »	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Déplacement $N = 5X - 3Y$	-33	-25	-17	-9	-1	7	15	23	31	39	47	55
Arrivée de l'aiguille	3	11	7	3	11	7	3	11	7	3	11	7

- Dédurre du tableau qu'à la fin d'un jeu, l'aiguille peut se trouver sur le 3 ou sur le 7 ou sur le 11. Pour gagner, il faut que l'aiguille indique le 11, ce qui est le cas si on obtient soit 1 « Pile/Zahl » et 10 « Face/Kopf », soit 4 « Pile/Zahl » et 7 « Face/Kopf », soit 10 « Pile/Zahl » et 1 « Face/Kopf »

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (1 « Pile/Zahl » et 10 « Face/Kopf », ou 4 « Pile/Zahl » et 7 « Face/Kopf », ou 7 « Pile/Zahl » et 4 « Face/Kopf » ou 10 « Pile/Zahl » et 1 « Face/Kopf »), avec une explication claire du raisonnement
 - 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes
 - 2 Procédure correcte avec seulement deux possibilités ou avec une erreur de calcul qui conduit à donner une autre possibilité pour l'heure d'arrivée de l'aiguille
 - 1 Début de raisonnement correct avec une seule possibilité
 - 0 Incompréhension du problème.
-