

1. LES IMAGES - DIE BILDER (Cat. 31)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances :**

- Arithmétique : addition

Analyse de la tâche :

- Trouver des décompositions de 13 qui satisfont les contraintes du problème, par essais et ajustements, en s'aidant éventuellement d'un schéma.

Ou : Remarquer que la boîte jaune ne peut contenir qu'un nombre impair d'images (donc 1, 3, 5, 7, 9 ou 11) puis compléter en mettant des images dans la boîte rouge.

Ou : Placer un même nombre d'images dans chaque boîte rouge, calculer le nombre d'images restant à placer et les placer dans la boîte jaune.

- Vérifier que toutes les solutions ont été trouvées en procédant à un inventaire organisé et exprimer la réponse :

Dans la boîte jaune	1	3	5	7	9	11
Dans chaque boîte rouge	6	5	4	3	2	1

Attribution des points :

- 4 Les 6 solutions ci-dessus sont trouvées et présentées clairement
 - 3 Réponse incomplète : 4 ou 5 solutions, sans solution erronée
ou 6 solutions correctes mais avec 1 ou 2 solutions incorrectes
 - 2 Réponse incomplète : 2 ou 3 solutions correctes, sans solution erronée
ou plus de 3 solutions correctes mais 3 ou 4 solutions incorrectes
 - 1 Une seule solution correcte sans solution incorrecte
ou au moins 2 solutions correctes mais avec d'autres solutions incorrectes
 - 0 Incompréhension du problème
-

2. LES JETONS – DIE SPIELSTEINE (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations avec des nombres naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a trois nombres qui « vont en augmentant de 6 en 6 »
- Choisir trois nombres qui vont de 6 en 6, en faire la somme et la comparer à 63, puis procéder par ajustements, en contrôlant la somme. Pour limiter les essais, on peut observer que les sommes vont de 3 en 3 et, par exemple, à partir de $10 + 16 + 22 = 48$, $11 + 17 + 23 = 51$... constater qu'on arrivera à 63 en 4 pas : 54, 57, 60, 63.

Ou : choisir trois nombres qui vont de 6 en 6, (par exemple 9, 15, 21) en faire la somme (dans l'exemple 45), faire la différence avec 63 (dans l'exemple 18) et ajouter 6 (le tiers de 18) à chaque nombre essayé, ce qui donne la suite cherchée (15, 21, 27).

Ou : procéder de façon systématique, en commençant par la suite 1, 7, 13, puis 2, 8, 14, puis 3, 9, 15... en calculant chaque fois la somme jusqu'à obtenir une somme égale à 63.

Ou : partir du quotient $63 : 3 = 21$, et, par essais successifs, en ajoutant 6 ou retranchant 6, aboutir à 15, 21 et 27.

Ou : constater que le plus grand nombre vaut 12 de plus que le plus petit et, tenant compte que le deuxième vaut 6 de plus que le petit, voir que la somme des écarts est 18. Retrancher 18 et diviser par 3 pour trouver le plus petit nombre $63 - 18 = 45$ et $45 : 3 = 15$. Cette démarche est très improbable pour les niveaux considérés.

Il y a de nombreuses autres procédures ou disposition des calculs qui permettent d'arriver à la solution

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (15, 21 et 27) avec le détail de la suite des calculs ou des essais effectués
 - 3 Réponse correcte, avec explications confuses mais non erronées ou en vérifiant seulement que la somme est 63
 - 2 Réponse correcte, sans explications
ou réponse fausse obtenue avec une procédure correcte, mais avec des erreurs de calcul
 - 1 Réponse fausse avec cependant soit une somme égale à 63 (dont au moins deux termes ont pour écart 6), soit une succession de nombres qui vont de 6 en 6
 - 0 Incompréhension du problème.
-

3. DES CARRÉS DE CARRÉS - QUADRATE IM QUADRAT (Cat. 31, 32)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : pavages
- Arithmétique : relations entre les nombres

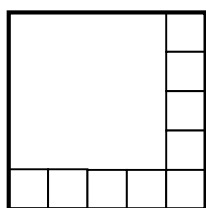
Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit de décomposer la surface totale en utilisant seulement des assemblages de petits carrés ayant eux-mêmes une forme carrée.
- Comprendre que les carrés formés peuvent comporter 1, 4, 9 ou 16 petits carrés.
- Essayer de chercher les combinaisons en partant de la plus grande surface carrée possible : $25 + 0$; $16 + 9 \times 1$; etc.

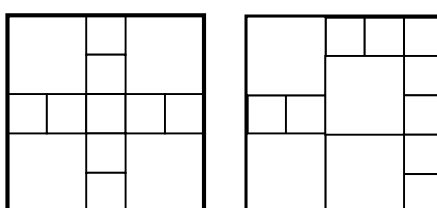
Ou : faire des essais en dessinant

Exemples de réponses :

10 carrés



13 carrés

**Attribution des points**

- 4 Les deux combinaisons trouvées (10 carrés avec 1 carré de 4×4 et 9 carrés de 1×1 et 13 carrés avec 4 carrés de 2×2 et 9 carrés de 1×1), les dispositions pouvant varier, avec des dessins clairs
 - 3 Une combinaison trouvée, sans combinaison erronée
 - 2 Une combinaison trouvée et une autre ne respectant pas les contraintes
 - 1 Essais de combinaisons avec des carrés, mais sans aboutir
 - 0 Incompréhension du problème (par exemple, dessins ne comportant pas que des carrés)
-

4. LA BALANCE À PLATEAUX - DIE BALKENWAAGE (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : calcul mental (somme de petits nombres)
- Logique : raisonnement, combinaisons d'inégalités

Analyse de la tâche

- Comprendre le fonctionnement de la balance et la variété de possibilités pour positionner les masses marquées
- Comprendre que les quatre schémas représentent des essais successifs pour évaluer la masse de la boule :
avec les deux premières balances, comprendre que la masse m est comprise entre 27 g et 36 g
puis procéder par essais successifs des masses de 28 g à 35 g en vérifiant la compatibilité avec les deux autres essais.

Ou déduire du 3^e essai que la boule pèse moins de 35 g (si elle pesait 35g, il y aurait équilibre) et du 4^e essai qu'elle pèse plus de 33g (si elle pesait 33g, il y aurait équilibre).

Ou déduire des deux derniers essais que c'est un poids de 2 grammes qui permettrait d'équilibrer la balance et la boule pèse donc $36 - 2 = 34$ grammes.

- Conclure que la boule pèse 34 g.

Attribution des points

- 4 La réponse exacte (34 g) avec des explications claires
 - 3 La réponse exacte (34 g) avec des explications peu claires
 - 2 La réponse exacte (34 g) sans explications
ou réponse erronée mais la balance 2 et une des deux balances 3 ou 4 sont correctement interprétées
 - 1 Une réponse erronée mais avec des explications montrant une compréhension du fonctionnement de la balance (à partir des conclusions données pour une d'entre elles)
 - 0 Incompréhension du problème
-

5. TIR À LA CIBLE À LUNA PARK - BEI DER SCHIEßBUDE (Cat. 31, 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication et division avec les nombres naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre, à partir des tirs de Paul et de Charles, que toucher un ballon rouge permet de gagner 25 points ($150 : 6$), alors qu'atteindre un ballon bleu permet d'en gagner 75 ($150 : 2$). Ces résultats peuvent aussi être obtenus par des essais additifs ou multiplicatifs.
- En déduire la somme des points obtenus par Thomas en atteignant 3 ballons bleus et 8 rouges : $(75 \times 3) + (25 \times 8) = 225 + 200 = 425$.
- Constater que le total des points obtenus est supérieur à 420 et en conclure que Thomas a pu gagner une peluche.

Ou : comprendre, éventuellement en se servant de dessins, que 150 points sont l'équivalent de trois couples de ballons rouges et donc qu'un couple correspond à 50 points ($150 : 3$) et quatre couples, c'est-à-dire 8 ballons rouges, correspondent à 200 points (50×4) ; considérer ensuite que les points pour 3 ballons bleus sont donnés par la somme de 150 (points pour deux ballons bleus) et de sa moitié 75 (points pour un ballon bleu), soit 225 points. Déduire que les points totalisés par Thomas sont $200 + 225 = 425$ et sont donc suffisants pour gagner une peluche.

Attribution des points

- 4 Réponse « oui » avec justification complète du raisonnement suivi (détail des opérations et des calculs)
 - 3 Réponse « oui », avec explication incomplète ou peu claire (calculs peu détaillés, par exemple)
 - 2 Procédure correcte, mais avec une erreur de calcul
 - 1 Début de procédure correcte ou réponse « oui » sans aucune explication
 - 0 Incompréhension du problème
-

6. LE BOULIER - DAS RECHENBRETT (Cat. 32, 41)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : numération

Analyse de la tâche

- Comprendre le fonctionnement du boulier à partir des exemples et du commentaire.
- Distinguer le nombre affiché et le nombre de boules utilisées pour son affichage.
- Voir que les passages à la dizaine puis à la centaine supérieure nécessitent de remplir les colonnes de droite ce qui nécessite beaucoup de boules. Après 99 (18 boules) on continue jusqu'à 699 (24 boules). Par contre, 700 utilise moins de boules. Donc comprendre qu'il faut chercher un nombre plus grand que 699 en utilisant 24 boules. 798 est possible, mais 799 ne l'est pas. On s'assure que tous les nombres entre 700 et 798 sont affichables. Donc 799 est bien le plus petit nombre qui ne peut pas être affiché.

Ou passer dans le cadre purement numérique en considérant que le nombre de boules utilisées est égal à la somme des chiffres du nombre représenté sur le boulier. Constater que 699 a 24 pour somme des chiffres et que le nombre cherché est donc supérieur à 699. Constater que 799 nécessite 25 boules et que c'est le plus petit possible non affichable.

Ou après avoir remarqué que 699 est affichable, essayer la suite des nombres à partir de 700 pour arriver à la conclusion que 799 est le plus nombre non affichable.

Attribution des points

- 4 Réponse exacte (799) avec justification complète, notamment le fait que tous les nombres de 1 à 699 peuvent être affichés avec 24 boules et qu'il en est de même jusqu'à 798
 - 3 Réponse exacte (799) avec justification confuse ou incomplète
 - 2 Réponse exacte (799) sans justification
ou autre nombre inférieur à 1 998 qui nécessite plus de 24 boules, avec justification.
 - 1 Réponse inexacte mais début de raisonnement montrant une bonne compréhension du fonctionnement du boulier
 - 0 Incompréhension du problème
-

7. RUE DES JARDINS (Cat. 32, 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : suite de nombres naturels ; nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Considérer que Jules a employé seulement des nombres pairs de 2 à 76, donc a numéroté 38 maisons ($76 : 2$) ; Alex par contre a employé seulement des nombres impairs de 1 à 49. Pour déterminer le nombre des maisons qu'il a numérotées, on peut procéder de plusieurs manières, par exemple :
 - en considérant que si les maisons avaient été numérotées avec des nombres pairs plutôt qu'avec des nombres impairs, on aurait obtenu 50 (au lieu de 49), en déduire la présence des 25 autres maisons dans la rue ;
 - ou bien, en écrivant tous les nombres impairs de 1 à 49 et compter combien il y en a.

En déduire que le nombre des maisons présentes du côté de la rue où Jules et Alex se rencontrent est $63 = 38 + 25$.

Ou bien : déterminer le nombre des maisons en s'aidant d'un schéma du type :

2	4	6	8	74	76	78	80	120	122	124	126
							51	49	47	7	5	3	1

et en déduire qu'il y a 63 maisons sur ce côté de la rue.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (63 maisons) avec explications claires
- 3 Réponse correcte avec explications incomplètes ou peu claires
- 2 Réponse correcte sans explications
 - ou réponse fausse due à une erreur de numérotation ou de calcul pour les maisons numérotées avec des nombres impairs, mais calcul correct pour les nombres pairs
- 1 Début de recherche cohérente
 - ou réponse fausse due à une erreur de calcul pour les nombres pairs et pour les nombres impairs
- 0 Incompréhension du problème

8. LES BORNES DE LA VIA AURELIA - BORDSTEINE DER VIA AURELIA (Cat. 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Domaines de connaissances**

- Arithmétique : numération décimale de position, partie entière d'un nombre décimal, calcul sur les nombres décimaux
- Géométrie et mesures de longueurs : relation entre km, hm et m

Analyse de la tâche

- Comprendre que l'on est dans une situation de numération de base 10.
- Comprendre que, pour chaque kilomètre, il y a 10 bornes (9 bornes hectométriques et 1 borne kilométrique) et en déduire que dans 697,330 km il y a donc au total 6 973 bornes, par exemple en multipliant 697,300 par 10 (il faut négliger le chiffre 3 situé à droite de la virgule).
- Ou comprendre qu'il y a une borne pour chaque hectomètre et, comme $697,330 \text{ km} = 6973,30 \text{ hm}$, en déduire qu'il y a 6973 bornes (en notant qu'il n'y a que 6973 hectomètres entiers).
- Comprendre qu'il y a une borne kilométrique à chaque kilomètre, soit 697 bornes kilométriques pour les 697 kilomètres entiers et en déduire le nombre de bornes hectométriques ($6\,973 - 697 = 6\,276$).
- Ou réaliser éventuellement un dessin ou un schéma pour voir que dans chaque kilomètre il y a 9 bornes hectométriques et une kilométrique. En conclure que dans 697,330 km (soit 697 km et 330 m) il y a 697 bornes kilométriques et $(697 \times 9) + 3 = 6\,276$ bornes hectométriques.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (6973 bornes en tout, 697 kilométriques et 6276 hectométriques) avec des explications complètes sur la procédure suivie
 - 3 Réponse correcte pour les 3 résultats demandés, avec des explications incomplètes
ou les réponses 697 et 6276 avec explications, mais avec oubli du nombre total de bornes ou encore deux des trois résultats demandés
 - 2 Réponse 6973 sans préciser le nombre de bornes kilométriques et hectométriques
ou 6970 ($697 + 6273$) qui ne considère pas les trois dernières 3 bornes hectométriques
 - 1 Début d'une recherche cohérente
ou la réponse 697 qui ne donne que le nombre des bornes kilométriques
ou 700 prenant en compte seulement le nombre des bornes kilométriques et les trois bornes hectométriques ou encore réponse 7670 (en prenant 11 bornes par km).
 - 0 Incompréhension du problème
-

9. PUISSANCE 4 - VIER GEWINNT (Cat. 41, 42)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique
- Géométrie : repérage des alignements des cases verticales, horizontales, en diagonale

Analyse de la tâche

- Voir qu'il y a déjà un alignement de 3 jetons rouges en diagonale et qu'en plaçant son jeton rouge dans la colonne 4, Roland réalise un autre alignement de 3 jetons rouges horizontaux en 3^e ligne.
- Si Jeanne glisse son 8^e jeton jaune dans la première colonne, Roland placera son 8^e directement au-dessus, dans la même colonne et réalisera l'alignement horizontal sur la 3^e ligne.
- Si Jeanne place son 8^e jeton ailleurs, Roland place le sien dans la colonne 1. Alors si Jeanne place son 9^e jeton dans la colonne 1 sur celui de Roland, en 3^e ligne pour empêcher l'alignement horizontal, Roland placera son 9^e jeton sur celui de Jeanne dans la colonne 1, en 4^e ligne, et réalisera l'alignement oblique. Et si Jeanne ne place pas son 9^e jeton dans la colonne 1 sur celui de Roland alors celui-ci peut placer son neuvième jeton dans la colonne 1 et réaliser l'alignement horizontal.
- version allemande : Gabi = Jeanne

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète, bien décrite : le 7^e jeton de Roland en colonne 4, puis, selon ce que joue Jeanne, le 8^e jeton de Roland en colonne 1 à la troisième ligne ou le 9^e en colonne 1 (ligne 4 ou en ligne 3)
 - 3 Réponse correcte qui considère une seule action possible pour Jeanne
 - 2 Réponse juste pour le 7^e jeton et fausse ensuite
ou réponse juste pour le 7^e et 8^e et 9^e jeton dans la colonne 1 (sans tenir compte de l'action de Jeanne)
 - 1 Réponse fausse dès le 7^e jeton mais cohérente avec les règles du jeu
 - 0 Incompréhension du problème
-

10. PARTAGES - EINTEILUNGEN (Cat. 41, 42, 71)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : rectangle, grandeurs et mesures
- Arithmétique : multiples et diviseurs

Analyse de la tâche

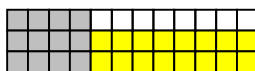
- S'assurer éventuellement que le partage est correct du point de vue des aires : $12 \times 3 = 36 = 8 + 12 + 16$
- Se rendre compte que pour partager un rectangle en trois rectangles, il faut d'abord tracer un segment parallèle et isométrique à l'un des côtés pour obtenir deux rectangles, puis partager l'un de ces deux rectangles par un deuxième segment, parallèle ou perpendiculaire au premier. Les deux segments peuvent donc être parallèles ou perpendiculaires.

Le partage par deux segments parallèles n'est pas possible ici, en nombres entiers, ni dans la longueur, ni dans la largeur car les trois aires des petits rectangles ne sont pas toutes des multiples de 12, ni des multiples de 3.

Il faut donc partager le grand rectangle : soit en deux parties dans le sens de la longueur, en un rectangle de 12×1 et un autre de 12×2 qui sera découpé à son tour en deux rectangles de 8×2 et de 4×2 ; soit en deux parties dans le sens de la largeur, en un rectangle de 3×4 et un autre de 3×8 , qui sera découpé à son tour en deux rectangles de 3×8 et de 1×8 .

Ou par essais successifs, organisés ou non, vérifier si le partage est réalisable en tenant compte des dimensions possibles des trois rectangles: (1×8) et (2×4) pour le rectangle de 8 cm², (1×12), (2×6) et (3×4) pour le rectangle de 12 cm², (2×8) pour le rectangle de 16 cm², car (1×16) et (4×4) ne peuvent entrer dans un rectangle de (3×12).

- Envisager alors les 6 (= $2 \times 3 \times 1$) combinaisons possibles (2 pour le premier, 3 pour le deuxième, une seule pour le troisième) et voir qu'il n'y en a que 2 de réalisables : (1×8) ; (3×4) ; (2×8) et (2×4) ; (1×12) ; (2×8)



(pour chacun des partages dessinés ci-dessus, il y a quatre dispositions des trois rectangles, égales à une symétrie axiale ou centrale près ; selon la consigne, il ne faut en choisir qu'une seule).

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète : les dimensions des rectangles des deux partages différents [(1×8) ; (3×4) ; (2×8)] et [(2×4) ; (1×12) ; (2×8)] avec un seul dessin clair pour chacun (sans autres partages isométriques)
- 3 Réponse correcte : les dimensions des rectangles des deux partages différents, mais l'un des dessins manque, ou l'un des dessins est incorrect, ou les deux dessins sont peu clairs, ou plus d'un dessin par partage (partages isométriques)
- 2 Réponse correcte et complète pour l'un des deux partages
ou réponse avec les deux partages et dessins, mais avec un autre partage non réalisable
ou réponse avec les deux partages corrects sans dessins
- 1 Un seul des deux partages est trouvé, sans dessin ou avec plus d'un partage non réalisable
- 0 Incompréhension du problème

11. LA CLOCHE DE LUXOPOLIS - DIE GLOCKE VON LUXOPOLIS (Cat. 42, 71)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique décomposition d'un nombre naturel en somme de deux nombres
- Mesure du temps

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation : les deux types de coups, ceux qui correspondent aux heures entières et ceux qui sont relatifs aux quarts d'heures, (qui peuvent aller de 0 à 3), qui sont additionnés au nombre indiquant la dernière heure passée.
- Considérer les décompositions du nombre 11: $11 + 0$ (11h00) ; $10 + 1$ (10h15) ; $9 + 2$ (09h30) ; $8 + 3$ (8h45) et, par conséquent en déduire les possibilités suivantes :

Il y a trois quarts d'heure	maintenant	dans trois quarts d'heure
8 h 45	9 h 30	10 h 15
9 h 30	10 h 15	11 h 00
10 h 15	11 h 00	11 h 45

Dans les deux premiers cas, Sylvia entendra 11 coups, dans le troisième cas, elle en entendra 14.

Ou : procéder par essais, quart d'heure par quart d'heure et en considérant les heures de départ (première sonnerie) correspondant à 11 coups :

... ; 8 h ; 8 h 15 ; 8 h 30 ; **8 h 45** ; 9 h ; 9 h 15 ; **9 h 30** ; 9 h 45 ; 10 h ; **10 15** ; ... en remarquant que l'heure initiale doit être avant 11h parce qu'il ne sera pas possible d'entendre encore 11 coups après 11 h. On ne retient alors que les occurrences « passées » qui déterminent les 11 coups « actuels » (à 9 h 30 ; 10 h 15 ; 11 h 00) auxquelles il faudra ajouter trois quarts d'heure pour déterminer les occurrences « futures », (10 h 15 ; 11 h 00 ; 11 h 45) qui correspondront encore à 11 coups dans les deux premiers cas ou à 14 coups dans le troisième.

Attribution des points

- 4 Les deux possibilités (11, 14) justifiées par les horaires correspondants aux trois occurrences
 - 3 Les deux possibilités (11, 14) avec explications incomplètes (par exemple en ne remarquant que deux occurrences)
 - 2 Les deux possibilités (11, 14) sans explication
ou une seule des deux réponses (11 ou 14) avec explications
 - 1 Une seule des deux réponses (11 ou 14) sans explications
 - 0 Incompréhension du problème
-

12. LE RÉSEAU HEXAGONAL DE ROSALIE - ROSALIES SECHSECKIGES WABENNETZ

(Cat. 42, 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

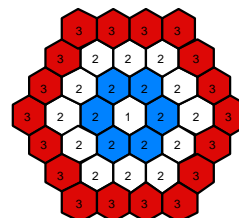
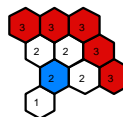
Domaine des connaissances

Logique et combinatoire : dénombrement

Analyse de la tâche

- Observer la structure de la grille : une alvéole centrale (1), et trois « ceintures » d'hexagones concentriques d'alvéoles 2, 2 et 3
- Observer que les des deux alvéoles 2 d'un chemin ne peuvent pas être sur le même hexagone.
- Compter qu'il y a six choix pour la première alvéole 2 (du premier hexagone)
- Compter qu'il y a pour chacune de ces premières alvéoles 2, trois possibilités de prendre une deuxième alvéole 2 du deuxième hexagone (voir le motif partiel ci-dessous).
- Compter qu'il y a, pour ces dernières alvéoles 2, selon leur position, deux ou trois possibilités d'aboutir à une alvéole 3. (Si l'alvéole 2 est au sommet de l'hexagone, elle est voisine de trois alvéoles 3, si l'alvéole 2 est au milieu d'un des côtés de l'hexagone, elle n'est voisine que de deux alvéoles 3.
- En déduire que le nombre de chemins 1-2-2-3 possibles correspond se calcule par $(6 \times 2 \times 2) + (6 \times 1 \times 3) = 42$

Ou compter qu'il y a 7 chemins 1-2-2-3 dans le motif ci-contre et remarquer qu'il se répète radialement six fois pour donner la grille



Ou observer que les alvéoles 3 des sommets de l'hexagone du bord ne peuvent être atteintes que par un seul chemin (en ligne droite) alors que les alvéoles 3 à qui ne sont pas sur les sommets peuvent être atteintes par trois chemins. et que, par conséquent il y a $42 = (6 \times 1) + (12 \times 3)$ chemins possibles.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (42) et le dénombrement est expliqué ou montré
- 3 Réponse correcte et les explications sont partiellement données
ou réponse 36 qui correspond à l'oubli d'un chemin passant par une des alvéoles 2 située sur un sommet du deuxième hexagone (deux chemins pour aller sur une alvéole 3 au lieu des trois possibles)
- 2 Réponse correcte sans explication
ou une réponse de 37 à 41
- 1 De 30 à 35 chemins
ou absence de réponses mais début d'organisation cohérente du comptage
ou une réponse supérieure à 42, justifiée par des calculs basés sur une confusion de chemins (par exemple $6 \times 3 \times 3 = 54$ en faisant l'erreur que pour chaque deuxième 2 on a trois possibilités d'arriver à une alvéole 3)
- 0 Moins de 30 chemins ou incompréhension du problème

13. LE PARCOURS - DAS SPIELFELD (Cat. 42, 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication, nombres relatifs,
- Algèbre : système linéaire

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles du jeu et la situation de Roberto : en 13 lancers, il n'a pas été éliminé, a avancé de 9 cases par des déplacements de 5 vers l'avant, de 3 vers l'arrière et/ou des cas où il est resté immobile.
- Se rendre compte que, au niveau mathématique, on doit obtenir le nombre 9 (9 cases vers l'avant) comme différence d'un multiple de 5 (m_5) et d'un multiple de 3 (m_3) (C'est-à-dire $9 = m_5 - m_3$). Faire quelques essais mentalement pour comprendre que, parmi les multiples de 5 : 5, 10, 15, 20, 25, ... , certains valent 9 de plus qu'un multiple de 3 (comme 15, 30, 45, ...) et d'autres non, comme 5, 10, 20, 25, 35, 40 ... Il ne faudra donc examiner que les cas 15, 30, 45 ... correspondants à 3, 6, 9, ... déplacements de 5 cases vers l'avant (« +5 »):
 - avec 3 « +5 », il faut 2 « - 3 » et **8** « 0 » car $3 \times 5 - 2 \times 3 = 9$ et $3 + 2 + 8 = 13$
 - avec 6 « +5 », il faut 7 « - 3 » et **0** « 0 » car $6 \times 5 - 7 \times 3 = 9$ et $6 + 7 + 0 = 13$au-delà de 6, le nombre de déplacements dépassera 13.

Il y a donc deux possibilités comme réponse à la question : le « 3 » est sorti 8 fois ou 0 fois :

Ou : travailler par essais organisés, avec des listes, inventaires, ... (si les essais ne sont pas organisés, on trouvera aussi les deux solutions mais sans savoir qu'elles sont les seules).

Ou, par algèbre, noter par a , b , c , les nombres de fois qu'on obtient respectivement un nombre plus grand que 3, un nombre plus petit que 3 et le nombre 3, puis poser le système :

$$5a - 3b = 9 \quad \text{et} \quad a + b + c = 13,$$

Ce système doit être résolu dans l'ensemble des nombres naturels. Si, par exemple, on multiplie la deuxième équation par 3 et on soustrait la première, on réduit le système à l'équation : $8a + 3c = 48$. dont les solutions (a ; c), avec $a > 0$, sont (3 ; 8) et (7 ; 0), correspondant aux deux possibilités de réponse à la question : le « 3 » est sorti 8 fois ou 0 fois.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les deux possibilités 0 ou 8) avec des explications complètes sur la procédure suivie : calculs ou représentations exhaustifs
 - 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes : calculs ou représentation qui ne permettent pas d'établir clairement la procédure suivie ni l'exhaustivité des solutions
 - 2 Réponse correcte sans explication
ou organisation correcte du problème qui aboutit à une seule solution bien expliquée
 - 1 Début d'une recherche cohérente, ou une seule réponse sans explication
 - 0 Incompréhension du problème
-

14. L'ÂGE DU PROFESSEUR - WIE ALT IST DER MATHEMATIKLEHRER ? (71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique
- Arithmétique : multiplication, soustraction
- Algèbre : équations

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation et notamment le fait que "dans 4 ans" se traduit par "4 ans de plus" et "il y a 4 ans" par "4 ans de moins"
- Comprendre que pour pouvoir enlever 20 à l'âge d'il y a quatre ans, le professeur doit avoir plus de 24 ans aujourd'hui.
- Procéder ensuite par essais organisés : vérifier que l'âge n'est pas 25 parce que la différence entre $2 \times (25 + 4) = 29$ et $(25 - 4) - 20 = 1$; n'est pas 26 parce que $2 \times 30 - (22 - 20) \neq 52$, ainsi de suite, jusqu'à 32, l'âge cherché, qui conduit à l'égalité $2 \times 36 - (28 - 20) = 64$.

Si l'on observe que la différence doit être un nombre pair (le double de l'âge dans 4 ans) et que le premier terme est pair, on en déduit que le second terme de la différence est aussi pair, ce qui réduit le nombre des essais aux nombres pairs.

Ou, établir un tableau ou une liste organisée reprenant toutes les données de l'énoncé. Par exemple :

aujourd'hui	«il y a 4 ans»	«dans 4 ans»	«il y a 4 ans»-20	2 x«dans 4 ans»	différence	2 x aujourd'hui
40	36	44	16	88	72	80
30	26	34	6	68	62	60
...
32	28	36	8	72	64	64

Ou : résoudre le problème par voie algébrique. Si, par exemple, on note par a l'âge du professeur, les conditions peuvent se traduire par l'équation $2(a + 4) - ((a - 4) - 20) = 2a$, on arrive à la solution $a = 32$, qui est l'âge du professeur.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (32 ans) avec explication claire qui donne le détail des tentatives ou la voie algébrique suivie
- 3 Réponse correcte avec explication incomplète ou seulement une vérification
- 2 Réponse bien expliquée, avec une seule erreur de calcul
ou une mise en équation correcte avec une seule erreur de résolution
- 1 Réponse correcte sans aucune application
ou début de recherche cohérent
- 0 Incompréhension du problème

15. CADEAU D'ANNIVERSAIRE - GEBURTSTAGS-GESCHENK (Cat. 71, 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication et division de nombres naturels
- Algèbre : mise en équations et résolution d'une équation du premier degré

Analyse de la tâche

- Se rendre compte, à partir des informations sur le contenu des tirelires, que le prix du jeu vidéo est supérieur à 21 euros (à Georges, qui a le moins d'argent, il manque 21 euros pour en avoir suffisamment dans sa tirelire pour acheter le jeu) et que les différences entre ce que les triplés ont dans leurs tirelires et le prix du jeu sont, respectivement, 17, 13 et 21 euros.
- Comprendre dans la seconde partie de l'énoncé que la somme des euros contenus dans les tirelires des enfants est égale à deux fois le prix du jeu plus 7 euros.
- Faire l'hypothèse d'un prix supérieur à 21 euros (par exemple 30 euros), puis procéder à des ajustements ultérieurs de cette valeur pour obtenir l'égalité entre la somme totale des économies et le double du prix du jeu augmenté de 7 ; par exemple par un tableau de ce genre :

Prix du jeu	économies d'Alain	économies de Jean	économies de Georges	sommes des économies	double du prix du jeu + 7 euros
30	$30 - 17 = 13$	$30 - 13 = 17$	$30 - 21 = 9$	39	67
...
55	$55 - 17 = 38$	$55 - 13 = 42$	$55 - 21 = 34$	114	117
58	$58 - 17 = 41$	$58 - 13 = 45$	$58 - 21 = 37$	123	123

- En déduire que le prix du jeu est de 58 euros, et que Alain avait dans sa tirelire 41 euros, que Jean avait 45 euros et que Georges avait 37 euros.

Ou, en langage naturel, si chaque triplé veut acheter un jeu, il manque 51 euros ($17 + 13 + 21$), alors que s'ils n'achètent que deux jeux, il reste 7 euros. Donc un jeu coûte 58 euros ($51 + 7$).

Ou, par algèbre, si par exemple on désigne par x le prix du jeu, $x - 17$, $x - 13$, $x - 21$ les économies des trois enfants et $2x + 7$ le montant en euros qui doit être égal à leur somme, on pose l'équation $(x - 17) + (x - 13) + (x - 21) = 2x + 7$ qui se réduit à $3x - 51 = 2x + 7$, et $x = 58$.

Attribution des points

- 4 Toutes les réponses correctes (prix du jeu vidéo : 58 euros ; économies : Alain, 41 euros ; Jean, 45 euros ; Georges, 37 euros) avec des explications claires et complètes
- 3 Les réponses correctes avec des explications incomplètes ou peu claires ou seulement une vérification ou seulement le calcul du prix du jeu, avec explications complètes mais oubli des autres réponses
- 2 Les réponses correctes sans explication ni vérification ou une procédure correcte mais avec une erreur de calcul dans la détermination du prix du jeu
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

16. LE DÉPLACEMENT DU FC LUXOPOLIS - AUSWÄRTSSPIEL DES FC LUXOPOLIS

(Cat. 71, 81)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Algèbre : interprétation de données et passage du langage naturel au langage algébrique ; équations du premier et second degré, annulation d'un produit

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il y a 50 places dans le car ($900 : 18$) et donc qu'il y a moins de 50 supporters qui participent au déplacement.
- Noter x le nombre de places restées vides et, en utilisant les données de l'énoncé, comprendre que chacun devra payer : $18 + 0,50x$ euro.
- Écrire alors l'équation : $(50 - x)(18 + 0,50x) = 900$, d'où $900 - 18x + 25x - 0,50x^2 = 900$, il vient : $x(7 - 0,50x) = 0$, qui a comme solutions 0 (non acceptable) et 14.

Ou : noter y le nombre des participants et, dans ce cas, écrire que chacun devra payer $18 + 0,50 \times (50 - y)$ euros.

En déduire alors l'équation : $[18 + 0,50 \times (50 - y)]y = 900$, d'où : $0,50y^2 - 43y - 900 = 0$, qui a comme solutions 50 (non acceptable) et 36 supporters, d'où 14 places vides.

- Dans les deux cas, calculer ce que chaque supporter devra payer : $18 + 0,50 \times 14 = 25$ euros.

Ou : procéder par essais en faisant des hypothèses sur le nombre des participants et éventuellement faire un tableau du type :

nombre de participants	nombre de places vides	prix à payer	Prix total
40	10	$18 + 0,5 \times 10 = 23$	$23 \times 40 = 920$
37	13	$18 + 0,5 \times 13 = 24,5$	$24,5 \times 37 = 906,5$
36	14	$18 + 0,5 \times 14 = \mathbf{25}$	$25 \times 36 = \mathbf{900}$

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (25 euros) avec des explications claires et les détails des calculs ou au moins 3 essais numériques explicites
- 3 Réponse correcte avec des explications peu claires, mais avec une mise en équation correcte ou un tableau montrant les essais
- 2 Réponse erronée due à une confusion entre les participants et les places vides (par exemple 14 euros) ou écriture correcte de l'équation du second degré mais non résolue ou détermination correcte du nombre des places vides mais pas du prix à payer
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

17. LA SPIRALE - DIE SPIRALE (Cat. 81)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : propriétés de l'addition et de la multiplication, (distributivité), proportionnalité
- Géométrie : propriétés des carrés et rectangles, périmètre, cercle
- Algèbre ; équation du premier degré

Analyse de la tâche

- Observer le dessin et les carrés suivant la « spirale » : les deux petits carrés unités, puis des carrés de 2, 3, 5, 8, 13, ... de côté, ce qui permet de constater que la largeur et la longueur du rectangle sont respectivement 13 et 21 ($13 + 8$) et le périmètre est $2 \times (13 + 21) = 68$ (en côtés du carré unité). (Pour ce calcul, il faut faire appel systématiquement à l'addition de segments et au report de mesures d'un côté dans les carrés successifs). En déduire que le côté du carré unité mesure $136/68 = 2$ (en cm).

Ou par voie algébrique, avec par exemple x comme côté du carré unité, $2x, 3x \dots 13x$, les mesures des carrés successifs, l'équation $(21x + 13x) = 136$, a pour solution $x = 2$

- Calculer la longueur des quarts de cercle et les additionner:

$\pi/2 + \pi/2 + 2\pi/2 + 3\pi/2 + 5\pi/2 + 8\pi/2 + 13\pi/2 = 33\pi/2$ ou encore $16,5\pi$ (en côtés de carrés unités) ou 33π (en cm) ou une approximation comme 103,7 cm ou 1037 mm.

(On acceptera aussi 103,6 cm et 1036 mm pour les élèves qui auraient utilisé 3,14 comme approximation de π)

Attribution des points

- 4 Réponse exacte (33π ou 103,7 ou 103,6 en cm), avec explications claires et complètes
 - 3 Réponses exactes avec explications peu claires ou incomplètes
ou une erreur ou imprécision dans l'approximation (avec plus d'un chiffre après la virgule entre 103,6 et 103,7), avec explications
 - 2 Réponses exactes sans explications
ou erreur (due par exemple aux additions des longueurs des sept arcs)
ou réponse en côtés du carré unité ($33/2\pi$ ou $16,6\pi$ avec explications
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

18. LA CAVE DE TRANSALPIE - TRANSALPINISCHER KELLER (Cat. 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : les quatre opérations
- Algèbre : mise en équations, équations du premier et second degré, systèmes d'équations linéaires

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'au début le nombre de bouteilles est le même dans chaque casier, puis que le nombre de casiers de vins d'Italie diminue à chaque livraison alors que le nombre de bouteilles par casier augmente, mais que le nombre total de bouteilles de vins d'Italie reste constant.
- Introduire des inconnues en notant, par exemple par x , le nombre des casiers et par y le nombre de bouteilles de vin d'Italie par casier. Remarquer que le produit xy est égal au nombre de bouteilles de vins d'Italie.
- Mettre en équation les deux conditions du problème :
 - après la deuxième livraison il reste $x - 10$ casiers avec $y + 1$ bouteilles chacune et, puisqu'il y a toujours autant de bouteilles de vins d'Italie, on a $(x - 10)(y + 1) = xy$;
 - après la troisième livraison, il reste $(x - 10) - 15 = x - 25$ casiers disponibles pour le vin d'Italie, avec $y + 3$ bouteilles dans chacun, on a donc $(x - 25)(y + 3) = xy$.

- Pour trouver la réponse, après réduction, il faut donc résoudre ce système des deux équations à deux inconnues :

$$x - 10y - 10 = 0 \quad \text{et} \quad 3x - 25y - 75 = 0$$

dont la solution est le couple ordonné (100, 9). Il y a au départ 100 casiers et 9 bouteilles par casier ; il y a donc 900 bouteilles de vin d'Italie.

(Il y a beaucoup d'autres choix des inconnues qui conduisent tous à la résolution d'un système du même genre.)

Ou, au niveau arithmétique, on peut effectuer pas à pas les échanges avec une seule hypothèse sur le nombre de bouteilles par casier initial et trouver, par essais successifs les répartitions qui conservent le nombre de bouteilles. Par exemple, s'il y a 2 bouteilles par casier initial, il y aura 20 bouteilles transférées (de dix casiers) une à une dans 20 casiers après la première répartition, ce qui veut dire qu'il y avait 30 casiers initialement et 60 bouteilles. Après la deuxième répartition, il ne restera que 5 (20 - 15) casiers contenant chacun 5 (3 + 2) bouteilles et l'hypothèse est à rejeter car on arriverait à 25 bouteilles après le deuxième échange II.

nb bouteilles /casier initial	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
nb initial de casiers	30	40	50	60	70	80	90	100	110	...
nb total de bouteilles) I	60	120	200	300	420	560	720	900	1100	...
- nb final de casiers	5	15	25	35	45	55	65	75	85	...
nb final bouteilles/casier	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
nb total de bouteilles) II	25	90	175	280	405	550	715	900	1115	...

Conclure qu'il y a au départ 900 bouteilles de vin d'Italie.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (900 bouteilles de vins d'Italie) avec une procédure claire et détaillée (c'est-à-dire avec les répartitions successives)
- 3 Réponse correcte avec une procédure pas clairement expliquée
- 2 Réponse erronée à cause d'une erreur de calcul, mais avec des explications claires ou écriture correcte d'un système, mais solution erronée à cause d'erreurs algébriques ou réponse correcte sans explications
- 1 Début de raisonnement correct qui montre une compréhension de la situation (par exemple un inventaire organisé correctement mais qui n'arrive pas à la conclusion, confusions entre nombre de casiers ou nombre de bouteilles par casier ...)
- 0 Incompréhension du problème