

1. LE CODE DE L'IMMEUBLE (Cat. 3, 4)

Voici le clavier qui se trouve à l'entrée d'un immeuble.

A	B	C
D	E	F

En composant un code, on peut ouvrir la porte d'entrée. Le code doit comporter deux lettres différentes. Par exemple, avec les lettres B et F, on peut former deux codes différents : BF et FB. Mais BB n'est pas un code qui ouvre la porte.

Dans cet immeuble, il y a 35 appartements. Les propriétaires voudraient avoir chacun un code différent.

Est-il possible d'avoir 35 codes différents, de deux lettres, pour ouvrir la porte d'entrée ?

Expliquez pourquoi c'est possible ou pourquoi ce n'est pas possible.

2. LES SEPT NAINS SE PÈSENT (Cat. 3, 4)

Blanche Neige a offert une balance aux sept nains.

Ils sont montés l'un après l'autre sur la balance et ont noté leur poids sur une feuille qu'ils ont donnée à Blanche Neige, mais sans préciser leurs noms :

22 kg

14 kg

16 kg

11 kg

17 kg

24 kg

19 kg

Puis, pour jouer, ils sont montés par deux sur la balance, sauf Grincheux qui n'en avait pas envie. Ils annoncent à Blanche Neige que :

- Dormeur et Prof étaient ensemble sur la balance ;
- Timide et Joyeux étaient ensemble sur la balance ;
- Atchoum et Simplet étaient ensemble sur la balance ;

et ils ajoutent avec surprise que la balance indiquait chaque fois le même poids !

Blanche Neige leur dit alors :

« - Ne me dites rien de plus, je sais maintenant quel est le poids de Grincheux. »

Quel est le poids de Grincheux ?

Expliquez comment vous l'avez trouvé.

3. UNE PARTIE DE DÉS (Cat. 3, 4)

Alberto et Monica ont deux dés, avec 1, 2, 3, 4, 5 et 6 points sur les faces.

Ils inventent un jeu qui se déroule en dix tours.

À chaque tour, chacun des joueurs, l'un après l'autre :

- lance les deux dés,
- additionne les nombres de points indiqués par les deux dés
- ajoute ce résultat aux points qu'il a obtenus lors des tours précédents.

Le vainqueur est celui qui totalise le plus de points à la fin des dix tours.

Après dix tours, Alberto a fini de jouer et il a obtenu 52 points.

Après neuf tours, Monica a déjà obtenu 43 points. Elle lance les dés pour la dernière fois, mais l'un des deux dés tombe et roule sous l'armoire où l'on ne peut plus le voir.

Alberto regarde le dé qui est resté sur la table et dit : « Tu n'as pas gagné ! ».

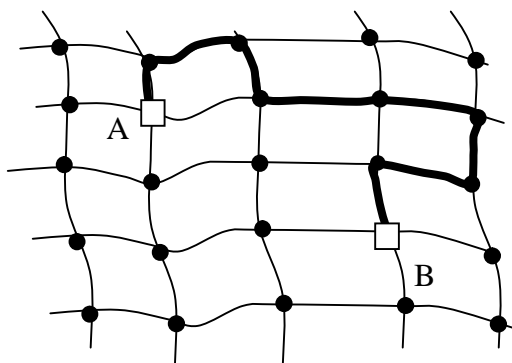
Combien de points Alberto a-t-il pu voir sur le dé qui est sur la table pour être certain que Monica n'a pas gagné ?

Expliquez votre réponse.

4. FOURMIS SUR UN FILET (Cat. 3, 4, 5)

Alice (A) et Béatrice (B) sont deux fourmis qui habitent chacune sur un nœud d'un filet.

Un jour, Alice va chez Béatrice en suivant les cordes du filet et en passant par 7 nœuds, sans compter le nœud de départ et le nœud d'arrivée, comme sur ce dessin :



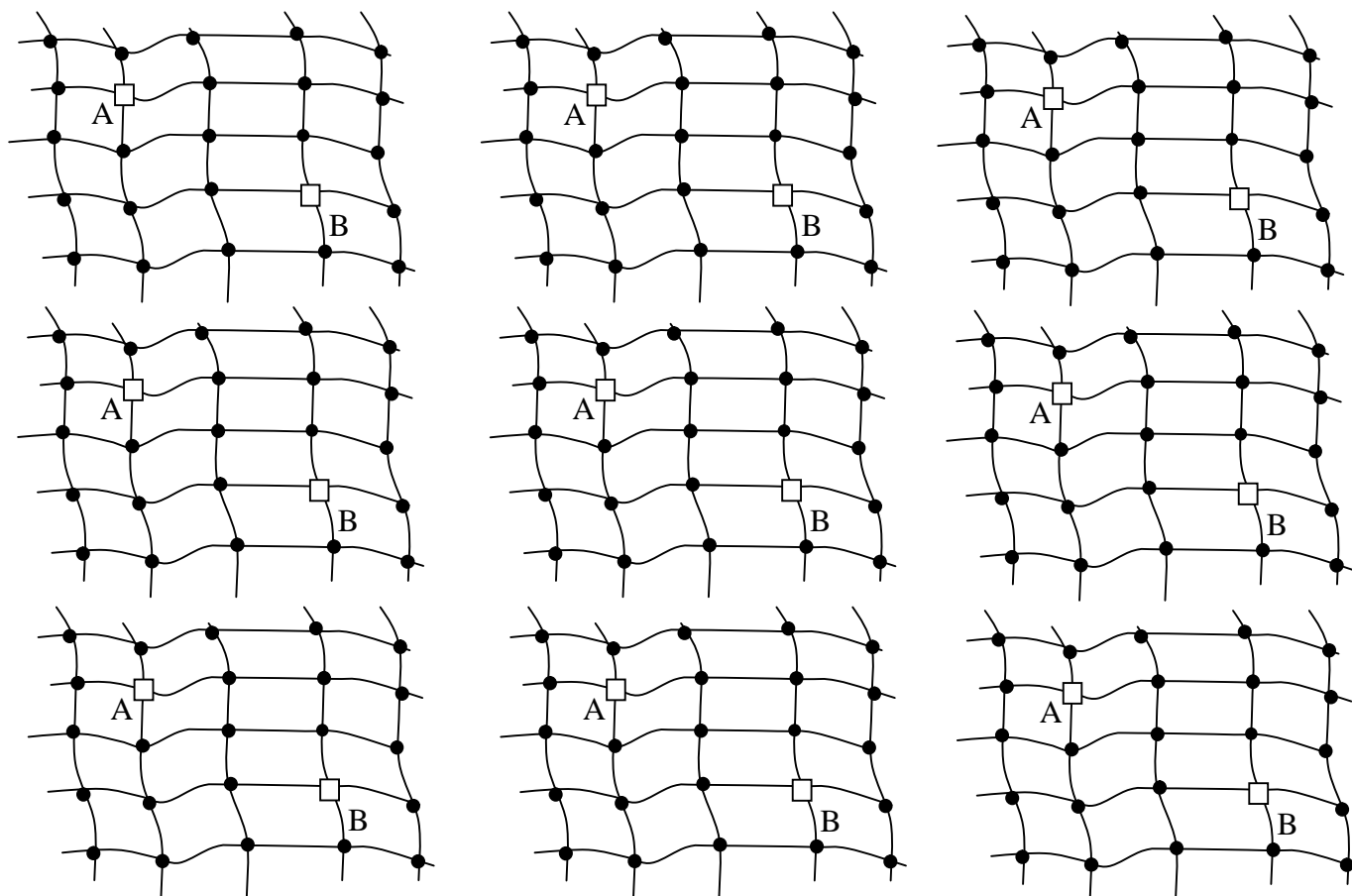
Béatrice dit à Alice : « Tu n'as pas choisi le chemin le plus court ! »

Alice lui répond : « Lundi, je viendrai en suivant un chemin qui passe par le moins de nœuds possible du filet. »

Béatrice lui lance alors un défi : « Ce qui serait bien, c'est que la semaine prochaine tu viennes chez moi en suivant chaque jour un chemin différent et qui passe par le moins de nœuds possible. »

Alice peut-elle choisir pour chacun des 7 jours de la semaine un chemin différent, de façon que chacun de ces chemins passe par le moins de nœuds possible ?

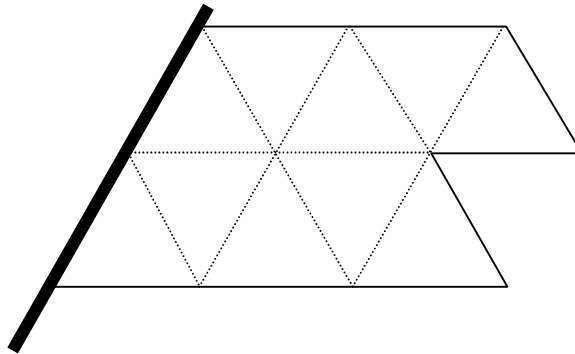
Expliquez votre réponse en dessinant les différents chemins d'Alice:



5. QUEL BEAU DRAPEAU ! (Cat. 3, 4, 5)

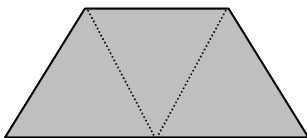
Les drapeaux de Luxopolis ont tous la même forme et sont bicolores.

Ils sont formés de 10 triangles égaux toujours disposés comme sur ce dessin.

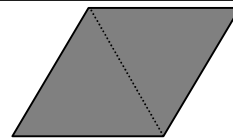


Les drapeaux sont tous formés de deux sortes de pièces de tissu, cousues ensemble :

des pièces jaunes, de
cette forme, composées
de trois triangles :



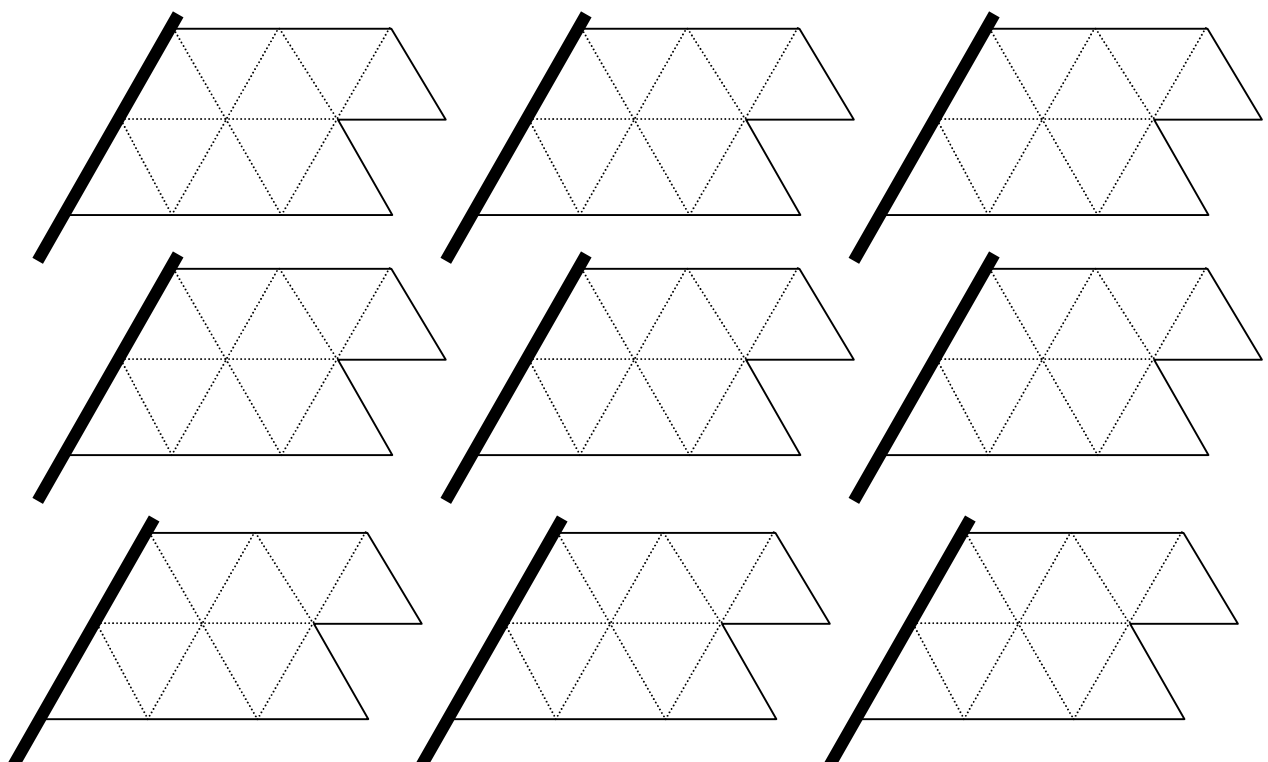
des pièces rouges, de
cette forme, composées
de deux triangles :



Il y a plusieurs manières d'assembler ces pièces pour faire un drapeau, sans qu'elles ne se superposent et sans laisser de trous.

Chacune des sept grandes villes de Luxopolis voudrait avoir un drapeau différent de ceux des six autres villes. Est-il possible de fabriquer sept drapeaux, tous différents ?

Expliquez votre réponse en coloriant sur les dessins en bas les drapeaux que vous avez trouvés :



6. LABYRINTHE ARITHMÉTIQUE (Cat. 4, 5, 6)

On entre dans ce labyrinthe par une case grise (sur le bord) et l'on en sort par la case 30.

On passe d'une case à une case voisine (qui la touche par un côté ou par un sommet) en respectant l'une ou l'autre des deux règles suivantes :

Règle 1 : le nombre de la case voisine sur laquelle on veut aller vaut 6 de plus que le nombre de la case où l'on se trouve.

ou

Règle 2 : le nombre de la case voisine sur laquelle on veut aller vaut 4 de moins que le nombre de la case où l'on se trouve.

Par exemple, si l'on se trouve sur la case 7, on peut aller sur la case 13 ($7 + 6$) ou sur la case 3 ($7 - 4$); si l'on est sur la case 4 on ne peut aller que sur la case 10 ($4 + 6$).

Quelles sont les cases par lesquelles on peut entrer dans le labyrinthe en étant sûr de pouvoir en sortir par la case 30 ?

Pour chacune de ces cases d'entrée, indiquez par quelles cases on peut passer pour aller de la case d'entrée à la case 30 de sortie.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

sortie

7. DE 0 A 700 (Cat. 5, 6)

Bernard cherche à construire une suite de nombres qui commence par 0 et qui se termine par 700, en utilisant ces deux « machines » :

- « additionner 7 » $\textcircled{+7} \rightarrow$ et « multiplier par 7 » $\textcircled{\times 7} \rightarrow$

- Il a commencé en utilisant seulement la machine « additionner 7 » :

0 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 7 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 14 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 21 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 28 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 35 $\textcircled{+7} \rightarrow$...

et il a constaté que sa suite arrivera à 700 mais qu'elle sera très très longue.

- Il décide alors d'utiliser aussi la machine « multiplier par 7 » :

0 $\textcircled{+7} \rightarrow$ 7 $\textcircled{\times 7} \rightarrow$ 49 $\textcircled{\times 7} \rightarrow$ 343 $\textcircled{\times 7} \rightarrow$ 2401

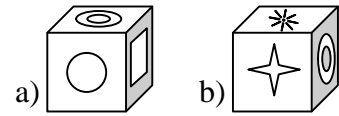
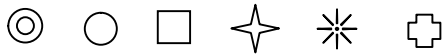
mais il n'a pas très bien choisi ses machines ; il a dépassé 700 après quatre étapes.

Cherchez à atteindre 700, en partant de 0 et en utilisant des machines à « additionner 7 » et à « multiplier par 7 ».

Écrivez la suite la plus courte (celle qui utilise le moins de machines) que vous avez trouvée.

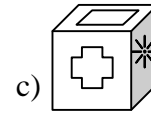
8. LA FACE CACHÉE DU CUBE (Cat. 5, 6)

Sur les faces d'un cube, on a dessiné les six figures ci-dessous :



Voici, ci-contre, trois photos de ce cube placé dans des positions différentes a), b), c) :

En observant ces photos, dites quelle est la figure dessinée sur la face opposée à celle où l'on a dessiné le cercle ○.

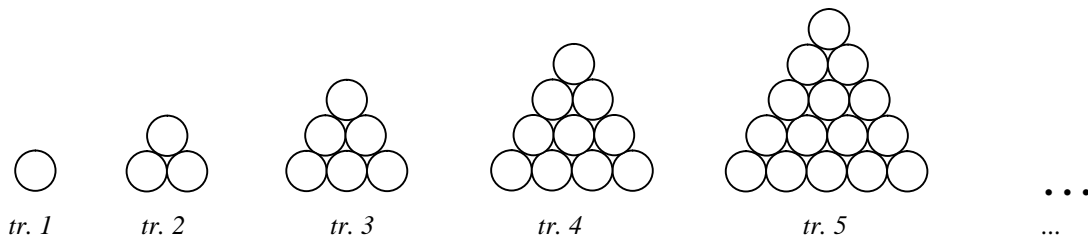


Expliquez comment vous avez trouvé.

9. JETONS EN TRIANGLES (Cat. 5, 6, 7)

Anne possède une boîte de 120 jetons ronds, tous identiques.

Elle les dispose sur sa table et forme une suite régulière « triangles », où les jetons sont placés les uns contre les autres. Voici ses cinq premiers triangles :



Anne continue ainsi, en formant de nouveaux triangles, qui ont toujours un rang de plus que le précédent. Au moment où elle termine un de ses triangles, elle constate que sa boîte est vide et qu'elle a utilisé les 120 jetons pour tous ses triangles.

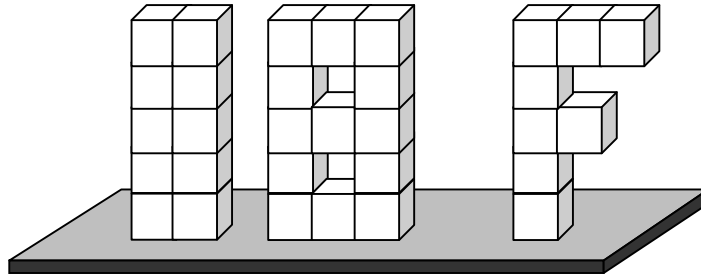
Un peu plus tard, Pierre, le petit frère d'Anne, passe devant la table, observe les constructions de sa soeur. Il calcule ensuite le nombre de jetons dont il aurait besoin pour faire le triangle suivant. Comme il n'y a plus de jetons dans la boîte, il défait quelques triangles de sa soeur, utilise tous les jetons des triangles défaits et termine exactement le triangle qui vient juste après celui qu'Anne avait construit en dernier.

Quels sont les triangles d'Anne que Pierre a pu détruire pour construire son nouveau triangle ? Montrez qu'il y a plus d'une possibilité.

Notez le détail de vos calculs.

10. FINALE DU 18^e RMT (Cat. 5, 6, 7, 8)

En guise de trophée pour la finale du 18^e RMT, Léo a construit les chiffres 1 et 8 et la lettre F en collant des cubes en polystyrène blanc, tous identiques qu'il a ensuite collés ensemble sur un socle. Voilà le résultat de son travail :



Après les avoir collés sur le socle, il a décidé d'embellir sa construction en recouvrant complètement le « 1 », le « 8 » et le « F » d'une couche uniforme de peinture rouge.

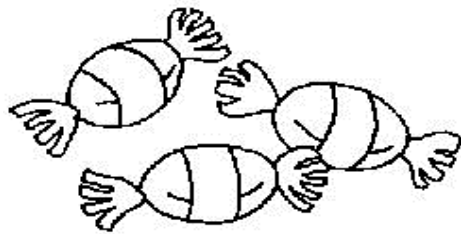
Pour peindre le « 1 », Léo a utilisé 48 cl de peinture rouge.

Quelle quantité de peinture rouge Léo a-t-il utilisé en tout pour peindre les trois parties ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

11. LE PAQUET DE PAPILOTES (Cat. 6, 7, 8)

Dans un paquet de papillotes, certaines sont bleues, certaines sont rouges et les autres sont vertes.



28 papillotes ne sont pas rouges

39 papillotes ne sont pas bleues.

31 papillotes ne sont pas vertes.

Combien y a-t-il de papillotes de chaque couleur dans le paquet ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

12. SPORTS DIVERS (Cat. 6, 7, 8)

Jacques, Louis, François et Bernard sont quatre amis qui pratiquent chacun un seul des sports suivants : football, basket, escrime, volley.

- Jacques et l'ami qui joue au football sont deux passionnés de jazz,
- Louis et l'ami qui joue au basket n'aiment que la musique classique,
- François et l'ami qui joue au football vont souvent au cinéma ensemble,
- Louis déteste tous les sports qui utilisent une arme.

Quel sport pratique chacun des quatre amis ?

Expliquez votre raisonnement.

13. AU SUPERMARCHÉ (Cat. 7, 8)

Deux amies, Claire et Anne, veulent aller faire des courses ensemble et ont décidé de se retrouver à l'entrée du supermarché à 10 h 05.

La montre de Claire retarde de 5 minutes, mais la jeune fille pense qu'elle avance de 6 minutes.

La montre d'Anne, en revanche, avance de 8 minutes mais la jeune fille pense qu'elle retarde de 4 minutes.

Les deux amies arrivent au supermarché en étant convaincues, chacune, d'être parfaitement à l'heure.

Qui arrive la première? A quelle heure?

Combien de temps avant l'autre ?

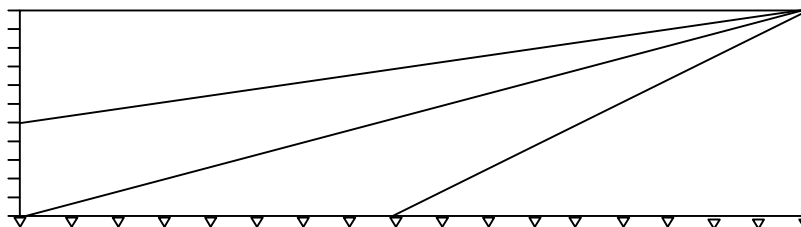
Expliquez votre raisonnement.

14. UNE BELLE BANDEROLE (Cat. 7, 8)

Pour la finale du Maach Mat(h), appelé Rallye Mathématique Transalpin au niveau international, on veut réaliser une belle banderole avec le fameux logo RMT.



Pour dessiner le motif du fond, on a divisé la longueur du rectangle en 17 parties égales et la largeur en 11 parties égales, permettant de déterminer précisément les trois segments qui partagent le rectangle en quatre triangles.



Chacun des quatre triangles sera peint uniformément d'une couleur différente : jaune, bleu, vert et orange.

On décide d'utiliser des couleurs spéciales mais très chères, dont les prix dépendent de la couleur : le jaune est le plus cher, puis le bleu coûte un peu moins, le vert encore un peu moins et l'orange est le meilleur marché.

Comment faudra-t-il colorier chacun des triangles pour dépenser le moins possible ?

Expliquez votre réponse et coloriez les triangles.

15. TRIANGLE CÉLÈBRE (Cat 7, 8)

La figure qui suit, en forme de triangle, était déjà bien connue des mathématiciens des siècles passés (Jia Xian en Chine, 11^e siècle ; Tartaglia en Italie, 16^e siècle ; Pascal en France, 17^e siècle).

Chacune des cases contient un nombre déterminé ainsi :

- dans la première et la dernière case de chaque ligne : le nombre 1
- dans chacune des autres cases : la somme des nombres des deux cases situées au-dessus.

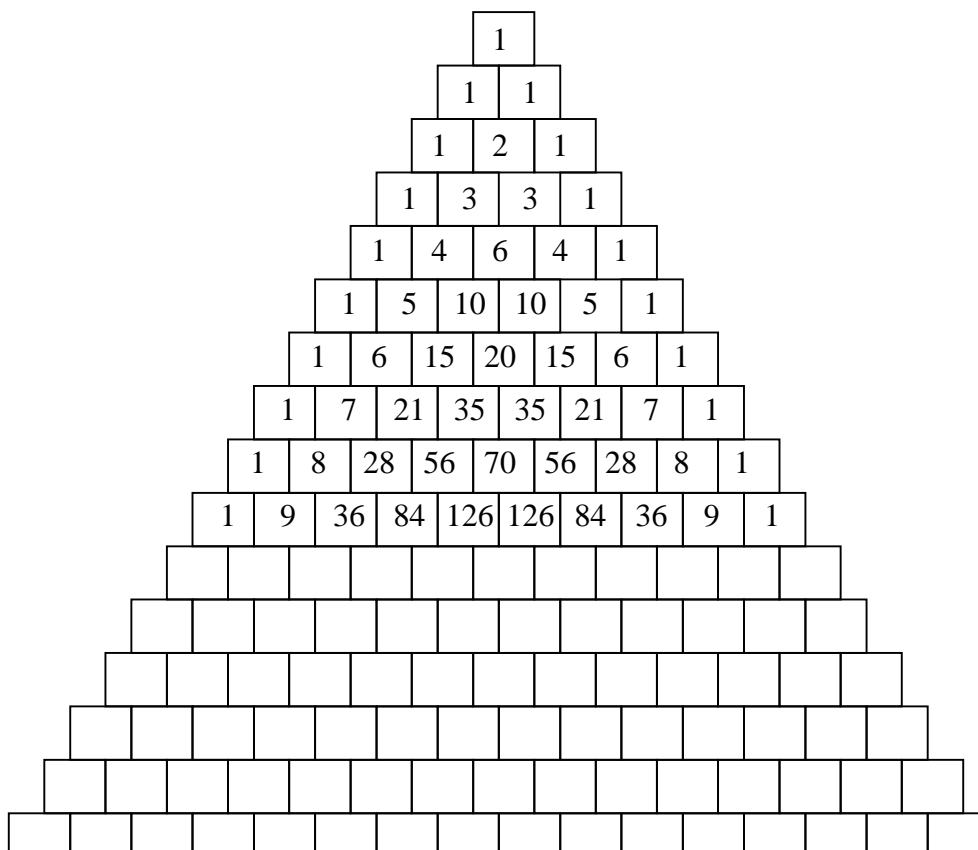
Jules et Angèle décident de colorier en rouge les cases qui contiennent un nombre pair et de laisser en blanc celles qui contiennent un nombre impair.

Jules dit:

« Il y a peu de cases rouges dans ce triangle, je n'en ai trouvé qu'une seule sur les dix cases du triangle formé par les quatre premières lignes en partant du haut. »

Angela dit:

« Oui, mais la proportion des cases rouges augmente. J'ai trouvé qu'un quart des cases du triangle formé des huit premières lignes sont rouges. »



Si vous continuez, ligne par ligne, à colorier en rouge les cases qui contiennent un nombre pair, trouverez-vous un triangle où plus de la moitié des cases sont rouges ?

Si oui, à partir de quelle ligne, en partant du haut ?

Expliquez votre réponse.

16. TAPIS DE CARTES (Cat. 8, 9)

On veut recouvrir un tapis rectangulaire de 50 cm sur 40 cm avec des cartes à jouer de 11 cm sur 7 cm. Le tapis doit être complètement recouvert et les cartes ne doivent pas dépasser les bords. Ainsi, il est possible, que certaines cartes se superposent partiellement (car on n'utilise que des cartes entières).

Quel est le nombre minimum de cartes dont on aura besoin pour recouvrir entièrement le tapis ?

Dessinez votre solution.
