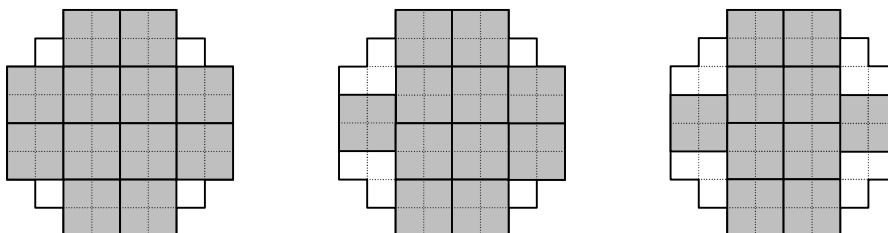


**1. LE JEU DE MATHIEU - SPIEL MIT FORMEN (Cat. 3)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

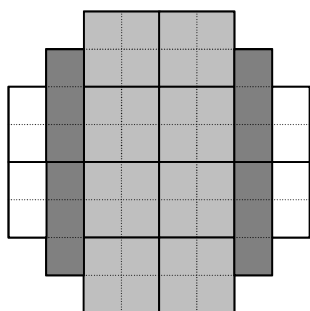
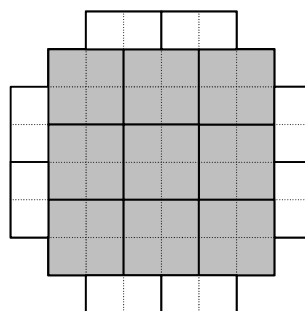
- Géométrie : notions d'aire et pavages

**Analyse de la tâche**

- Commencer le pavage avec des plaques A, en pensant à l'argument intuitif (pas toujours correct, car il faut ensuite combiner deux autres sortes de plaques) « plus on utilise de grandes plaques, moins il y aura de plaques au total ». Placer des plaques A en pensant qu'il faudra ensuite compléter avec seulement des plaques B et C. Ces dispositions - avec 12, 11 ou 10 plaques A - par exemple, sont impossibles :



- Voir qu'il y a deux dispositions possibles (avec 8 ou 9 plaques A) qui peuvent être complétées avec des plaques B et C.
- Chercher comment compléter chacune d'elles avec des plaques B et C et se rendre compte, encore ici, que la configuration qui utilise le plus de « grandes » plaques (A) n'est pas la plus « économique » pour le nombre total de plaques car elle exige beaucoup de « petites » C.

**8A, 4B, 4C total 16 plaques****9A, 8C total 17 plaques**

Ou : par d'autres essais, arriver à une dispositions avec seulement 16 plaques.

Ou : découper plusieurs exemplaires de chacune des pièces et travailler par manipulations.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (16 plaques : 8A et 4B et 4C) avec un dessin précis ou un collage d'une solution optimale.
- 3 Réponse correcte (16 plaques) avec un dessin ou un collage, mais sans le détail des plaques
- 2 Réponse non optimale avec 17 plaques bien dessinées
- 1 Réponse non optimale avec un dessin de 18 à 20 plaques  
ou réponse 16 ou 17 plaques, sans dessin ni indications de la disposition des plaques
- 0 Incompréhension du problème.

**2. CASQUETTES ET MAILLOTS - MÜTZEN UND SPORTHEMDEN (Cat. 3, 4)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

Arithmétique : suites régulières, multiples, périodicité

Logique : gestion de plusieurs contraintes simultanées

**Analyse de la tâche**

- Lecture de l'énoncé et compréhension que chaque concurrent a un numéro de 1 à 90 et que les casquettes et les maillots sont aussi numérotés de 1 à 90 mais que les couleurs ne sont pas toujours les mêmes.
- Associer un à un les numéros des casquettes, puis des maillots en suivant les correspondances de l'énoncé sur les numéros suivants avec la répétition r, v, j, v, o pour les premières, r, v, j, o, pour les secondes ; une disposition facilitant la résolution du problème est de noter en parallèle les deux séries, en colonne ou en ligne, comme ci-dessous (en utilisant éventuellement des couleurs) :  

numéros	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	24	25	...
casquettes	<b>r</b>	<b>b</b>	<b>j</b>	v	o	r	b	j	v	o	r	b	j	v	o	r	b	j	v	<b>o</b>	<b>r</b>	<b>b</b>	<b>j</b>	v	o	
maillots	<b>r</b>	<b>b</b>	<b>j</b>	o	r	b	j	o	r	b	j	o	r	b	j	o	r	b	j	<b>o</b>	<b>r</b>	<b>b</b>	<b>j</b>	o	r	
- observer les couples (casquettes ; maillots) de mêmes couleurs et constater qu'on les trouve aux numéros 1, 2, 3 puis aux numéros 20, 21, 22, 23, ... et continuer le tableau jusqu'à 90, (opération fastidieuse avec des risques d'oublis ou d'erreurs de comptage)

Ou : découvrir qu'il y a une périodicité et que le prochain couple de même couleur se retrouvera pour les numéros 40, 41, 42 et 43, puis 60, 61, 62, 63, avec une périodicité de 20, et enfin 80, 81, 82, 83 et se limiter à compter ces coïncidences :  $3 + 4 + 4 + 4 + 4 = 19$

Ou : observer comment se succèdent les numéros pour une couleur donnée, par exemple pour la couleur rouge :

casquette rouge: **1** ( $\rightarrow+5$ ) **6** ( $\rightarrow+5$ ) **11** ( $\rightarrow+5$ ) **16** ( $\rightarrow+5$ ) **21** ( $\rightarrow+5$ ) 26.....maillot rouge : **1** ( $\rightarrow+4$ ) **5** ( $\rightarrow+4$ ) **9** ( $\rightarrow+4$ ) **13** ( $\rightarrow+4$ ) **17** ( $\rightarrow+4$ ) **21** ( $\rightarrow+4$ ) 25.....

et trouver que les numéros 1, 21, 41, 61, 81 correspondent à deux éléments rouges. Procéder ainsi avec les autres couleurs : les casquettes et maillots numérotés 2, 22, 42, 62, 82 sont bleus ; les casquettes et maillots numérotés 3, 23, 43, 63, 83 sont jaunes et les casquettes et maillots numérotés 20, 40, 60, 80, sont orange. Conclure qu'il y a 19 participants qui ont des casquettes et des maillots de la même couleur.

**Attribution des points**

- 4 la réponse juste (19) avec une démarche bien expliquée (tableau, schéma, liste...)
  - 3 la réponse juste (19) mais avec des explications confuses  
ou réponse 18 ou 20 avec une démarche bien expliquée mais une erreur de comptage en cas de liste complète des associations
  - 2 la réponse juste (19) sans explication  
ou la réponse 18 ou 20 avec explications confuses  
ou une réponse 17, 18, 21, 22 due à une erreur de comptage dans la liste complète
  - 1 compréhension de la consigne et découverte d'un ou plusieurs numéros différents de 1, 2, 3 donnés dans l'énoncé ou réponse 18 ou 20 sans explication.
  - 0 incompréhension du problème
-

**3. LES FIGURES DE CHARLIE - CHARLIES FIGUREN** (Cat. 3, 4)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances:**

- Géométrie: isométrie (translations, rotations, et retournements); décomposition et recombinaison de figures

**Analyse de la tâche:**

- Comprendre que pour obtenir une figure entièrement noire, il ne faut retourner aucune des deux formes, pour obtenir une figure entièrement rouge, il faut retourner les deux formes et pour obtenir une figure à la fois noire et rouge, il faut retourner une des deux formes.
- Découper les deux formes, les colorier en suivant les indications et essayer de les disposer sur chaque figure.

Ou : observer les figures de Charlie, distinguer à l'intérieur de chaque figure la position des deux formes, et vérifier si elles sont obtenues ou non par retournement.

- Identifier ainsi que les figures entièrement noires (obtenues donc par le rapprochement sans retournement des deux formes) sont: b, c, f, g, h, que d est la seule figure entièrement rouge et que les autres sont à la fois noire et rouge.

**Attribution des points:**

- 4 Les 10 figures indiquées correctement (5 figures noires : b, c, f, g, h ; 1 figure rouge : d ; 4 figures à la fois noires et rouges : a, e, i, j)
- 3 Neuf réponses correctes
- 2 Sept ou huit réponses correctes
- 1 Cinq ou six réponses correctes
- 0 Moins de cinq réponses correctes ou incompréhension du problème

**4. LES BLASONS (I) - DIE SCHILDER (I)** (Cat. 3, 4)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique, combinatoire
- Géométrie: disposition spatiale

**Analyse de la tâche**

- Comprendre toutes les contraintes (pas de rectangle non colorié, trois couleurs à disposition, pas plus de deux par blason, une par rectangle, contiguïté, coloriages différents) et en déduire notamment que pour chaque blason on doit avoir exactement 2 couleurs (une seule couleur donnerait des rectangles contigus de même couleur) et que deux rectangles de même couleur ont un sommet commun.
- Comprendre que, avec deux couleurs par blason et des rectangles sans côtés communs, il n'est pas possible d'avoir une répartition « trois rectangles d'une couleur et un rectangle de la seconde couleur », mais que les répartitions sont obligatoirement « deux rectangles d'une couleur, et deux rectangles de la seconde couleur dans une disposition en damier »
- Identifier les trois couples possibles de deux couleurs: rouge-bleu, rouge-jaune, jaune-bleu et constater que pour chaque couple il y a deux dispositions et obtenir les 6 ( $3 \times 2$ ) possibilités.
- Dessiner tous les blasons possibles :

R	B
B	R

B	R
R	B

B	J
J	B

J	B
B	J

J	R
R	J

R	J
J	R

et donner la réponse : il n'est pas possible d'avoir 10 blasons différents pour les 10 classes, mais seulement 6.

Ou : procéder de façon aléatoire, avec le risque d'oublier des blasons.

**Attribution des points:**

- 4 Réponse correcte (non, il n'y a que six blasons possibles, avec tous les dessins correctement coloriés)
- 3 Cinq blasons corrects différents (avec tous les dessins correctement coloriés), avec ou sans répétition
- 2 Quatre blasons corrects différents (avec tous les dessins correctement coloriés), avec ou sans répétition
- 1 Deux ou trois blasons différents correctement dessinés, avec ou sans répétition
- 0 Incompréhension du problème

**5. QUI DIT MIEUX? - WER KANN ES AM BESTEN? (Cat. 3, 4, 5)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication ; système décimal de position ; distinguer chiffre, nombre

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que changer la position des chiffres dans un nombre modifie ce nombre.
- Remarquer (par exemple en effectuant quelques essais) que les quatre cases importantes pour obtenir un total élevé sont les deux cases du produit et les deux cases des dizaines et que le « 1 » doit être le deuxième terme de la soustraction, ce qui est le moins « pénalisant ». Il vaut donc mieux garder les « petits chiffres » en position de chiffres des unités dans l'addition et la soustraction.
- Déterminer la position des « grands » chiffres par organisation de la recherche :  
dans la multiplication, « 8 » et « 7 » donnent un produit de 56, qu'il faudrait ajouter à 60 et 50 en plaçant le « 6 » et le « 5 » dans les dizaines, ce qui assurerait déjà un total de  $56 + 60 + 50 = 166$ ,  
« 8 » et « 7 » placés dans les dizaines donneraient 80 et 70 et le plus grand produit serait  $6 \times 5 = 30$ , ce qui assurerait déjà un total de  $80 + 70 + 30 = 180$   
« 8 » et « 6 » placés dans les dizaines donneraient 80 et 60 et le plus grand produit serait  $7 \times 5 = 35$  ce qui conduirait à 175, total inférieur à 180, de même pour « 8 » et « 5 », « 7 » et « 6 » ou « 7 » et « 5 ».
- Utiliser les « 4 », « 3 » et « 2 » comme chiffres en position des unités pour l'addition et le premier terme de la soustraction (où ils sont interchangeables) et obtenir ainsi :  $(6 \times 5) + 84 + 3 + 72 - 1 = 188$ . (Remarquer éventuellement qu'il existe plusieurs dispositions des chiffres pour obtenir ce plus grand total - permutation de 6 et 5 dans le produit, de 8 et 7 dans les dizaines, de 4, 3 et 2 dans les unités - pour obtenir ce total le plus grand.)
- Ou travailler pas essais successifs non organisés et indiquer le plus grand total trouvé.
- Vérifier les opérations, vérifier que le même chiffre n'a pas été utilisé plusieurs fois.  
Le travail peut être facilité par la construction effective des cartes.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (188), avec l'écriture d'une des possibilités qui justifie ce total (par exemple  $188 = (6 \times 5) + 84 + 3 + 72 - 1$ )
  - 3 Réponse différente de 188 due à une seule erreur de calcul mais avec une disposition correcte des chiffres
  - 2 Une des 5 réponses 174, 176, 178, 180, 183 qui correspondent aux 5 autres permutations des chiffres 8, 7, 6, et 5 avec écriture du calcul correspondant
  - 1 Autre réponse avec placement des huit chiffres (de genre des réponses données en exemple)
  - 0 Incompréhension du problème
-

**6. TRIANGLE MAGIQUE - MAGISCHES DREIECK** (Cat. 4, 5)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition
- Logique : organisation d'une recherche

**Analyse de la tâche**

- Comprendre, à partir de l'exemple, les propriétés du triangle magique construit avec les nombres de 1 à 6.
- Découper éventuellement des jetons de papier avec les nombres de 1 à 6 ; puis commencer la recherche du triangle de somme 11, par essais non organisés et ensuite par adaptations successives en découvrant certaines règles du genre :  
sur un côté, en permutant le nombre central et celui d'un des sommets, la somme de ce côté reste constante mais celle du côté adjacent concerné est modifiée,  
en plaçant 6 sur un sommet, on aura certainement une somme supérieure à 10,
- Trouver ainsi le triangle de somme 11 par essais ou en comparant avec le triangle de somme 10, en échangeant les nombres 1, 3, et 5 des sommets par 2, 4 et 6 :  $11 = 6 + 1 + 4 = 4 + 5 + 2 = 2 + 3 + 6$

Ou : pour un nombre somme donné, par exemple 11, écrire toutes les décompositions en sommes des 3 nombres de 1 à 6 :

$$6 + 4 + 1 \qquad 6 + 3 + 2 \qquad 5 + 4 + 2$$

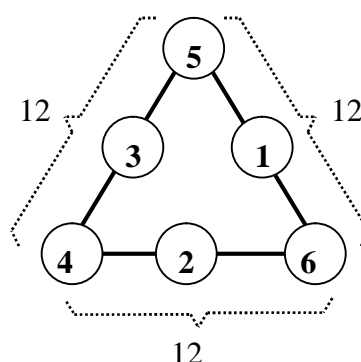
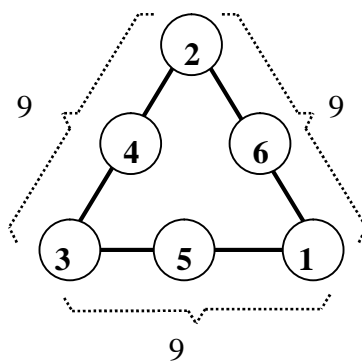
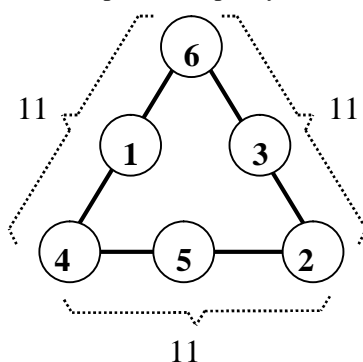
et remarquer que seuls les nombres 6, 4 et 2 figurent à deux reprises et sont donc à placer aux sommets du triangle. Placer les 3 autres nombres en tenant compte des décompositions.

Ou : constater que les nombres placés sur les sommets interviennent dans deux sommes alors que ceux des milieux n'interviennent que dans une somme et en déduire que, en plaçant les trois plus grands nombres (4, 5, 6) sur les sommets, on aura des sommes plus grandes que lorsque ces nombres sont sur les milieux des côtés.

- Découvrir ainsi le triangle magique de somme 12 =  $6 + 1 + 5 = 5 + 3 + 4 = 4 + 2 + 6$
- Pour trouver d'autres sommes, se rendre compte qu'elles sont forcément supérieures à 6 ( $1 + 2 + 3$ ) et inférieures à 15 ( $4 + 5 + 6$ ) et par un raisonnement analogue, en plaçant les trois petits nombres (1, 2, 3) sur les sommets, découvrir le triangle magique de somme 9 =  $1 + 6 + 2 = 2 + 4 + 3 = 3 + 5 + 1$

**Attribution des points**

- 4 Les trois triangles de sommes 11, 9 et 12 complétés correctement, sans erreur (d'autres dispositions de ces solutions sont possibles, par symétrie ou rotation)



- 3 Deux des trois triangles de sommes 11, 9 et 12 complétés correctement, (on tient compte des triangles magiques différents mais pas des répétitions ou des triangles non magiques, ce)
- 2 Un des trois triangles de sommes 11, 9 et 12 complétés correctement,
- 1 Un triangle (non magique) mais avec deux côtés de même somme
- 0 Incompréhension du problème.

**7. LA LIBRAIRIE - IN DER BUCHHANDLUNG** (Cat. 4, 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : sommes et produits
- Géométrie : parallélépipède, vue dans l'espace, idée intuitive de volume

**Analyse de la tâche**

- Dédurre des indications que le nombre initial des cartons est:  $3 \times 4 \times 6 = 72$  et compter directement à partir du dessin le nombre de cartons restants (par exemple, procéder en comptant les cartons de chaque étage: 1<sup>er</sup> étage: 12 ; 2<sup>ème</sup> étage : 5 ; 3<sup>ème</sup> étage : 5 ; 4<sup>ème</sup> étage : 2 ; 5<sup>ème</sup> étage : 1, et trouver leur total : 25)
- Obtenir par soustraction le nombre de cartons manquants:  $72 - 25 = 47$ .

Ou : déduire du dessin le nombre de cartons manquants (47) en imaginant le parallélépipède complet et se souvenir qu'un étage complet, le sixième, est manquant. Par exemple, procéder en comptant les cartons manquants de chaque étage: 1<sup>er</sup> étage : 0; 2<sup>ème</sup> étage : 7 ; 3<sup>ème</sup> étage : 7 ; 4<sup>ème</sup> étage : 10 ; 5<sup>ème</sup> étage : 11 ; 6<sup>ème</sup> étage : 12 : et trouver leur total: 47.

Conclure dans chaque cas que le nombre d'exemplaires du livre vendus est de  $47 \times 25 = 1\ 175$ .

Ou calculant à chaque étape le nombre de livres, plutôt que les nombres de cartons :

calcul du nombre initial de livres : il y avait 72 cartons, donc 1 800 livres ( $72 \times 25 = 1\ 800$ ),

calcul du nombre de livres restants : il reste 25 cartons, donc 625 livres ( $25 \times 25 = 625$ )

Calcul du nombre de livres vendus : 1 175 livres ( $1\ 800 - 625 = 1\ 175$ )

**Attribution des points:**

- 4 Réponse correcte (1175) avec explications
  - 3 Réponse correcte avec explications peu claires
  - 2 Réponse correcte sans explications
    - ou réponse incorrecte due à une erreur de calcul, mais avec explications claires (l'oubli d'un étage n'est pas considéré comme erreur de calcul mais comme erreur de raisonnement)
    - ou réponse portant sur le nombre d'exemplaires restants et non sur celui d'exemplaires vendus
  - 1 Début de recherche correcte (par exemple oubli d'un étage)
  - 0 Incompréhension du problème
-

**8. LES BLASONS (II) - DIE SCHILDER (II)** (Cat 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique : combinatoire
- Géométrie : aspects topologiques

**Analyse de la tâche**

- Comprendre toutes les contraintes (pas de rectangle non colorié, trois couleurs à disposition qui doivent figurer sur chaque blason, une par rectangle, contiguïté, coloriages différents).
- Comprendre que si les 3 couleurs doivent être utilisées sur chaque blason, l'une apparaîtra 2 fois puisqu'il y a 4 rectangles à colorer. Les deux rectangles de cette couleur (n'ayant pas de côté commun) n'auront qu'un sommet commun et se situeront sur l'une des deux diagonales du blason.

Comme il y a 3 couleurs, cela donne  $2 \times 3$  possibilités de placer la couleur utilisée 2 fois.

Pour chacune de ces 6 possibilités, il y a ensuite 2 façons de placer les 2 autres couleurs, ce qui fait un total de  $2 \times 3 \times 2 = 12$  possibilités.

- Dessiner tous les blasons possibles.

R	J
B	R

R	B
J	R

B	R
J	B

B	J
R	B

J	B
R	J

J	R
B	J

B	R										
R	J										

J	R
R	B

J	B
B	R

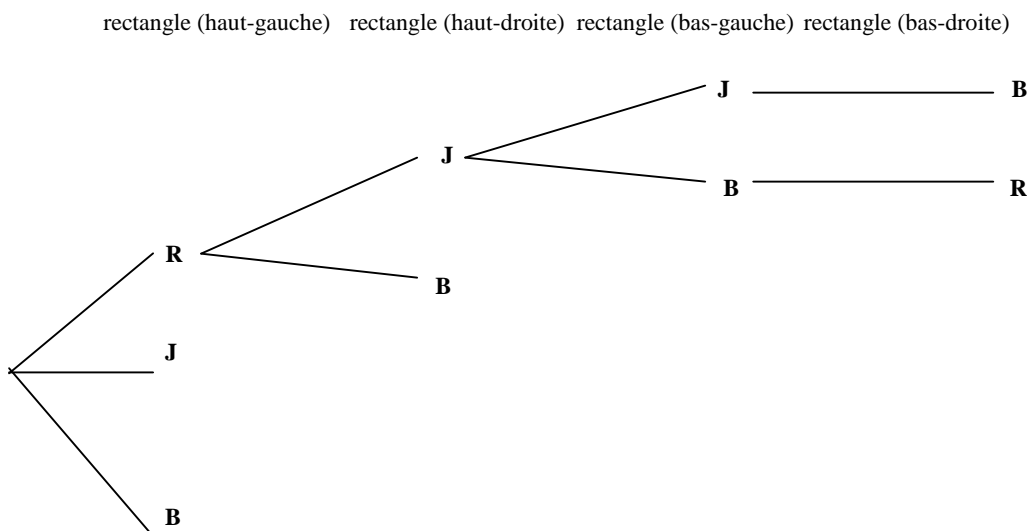
R	B
B	J

R	J
J	B

B	J
J	R

et donner la réponse : il n'est pas possible d'avoir 20 blasons différents pour les 20 classes, mais seulement 12.  
Ou Procéder de façon aléatoire, avec le risque d'oublier des blasons.

Ou : Utiliser un raisonnement qui correspond à l'arbre suivant :



Donc, au total, 12 blasons ( $3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ ).

**Attribution des points:**

- 4 Réponse correcte (non, il n'y a que douze blasons possibles, avec tous les dessins correctement coloriés)
- 3 Onze ou dix blasons corrects différents (avec tous les dessins correctement coloriés) avec ou sans répétition
- 2 Neuf, huit, ou sept blasons corrects différents (avec tous les dessins correctement coloriés) avec ou sans répétition
- 1 De 3 à 6 blasons corrects différents
- 0 Incompréhension du problème

**9. LA MACHINE A FRITES - POMMES FRITES** (Cat. 5, 6, 7)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : proportionnalité, linéarité

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il y a trois grandeurs en jeu dans le problème, la durée de travail (en heures), le nombre de machines et les quantités de frites (en kg), et que la troisième dépend des deux autres.
- Dissocier les deux variations : durée → quantité de frites et nb. machines → quantité de frites. (C'est là que se situe l'obstacle à la résolution du problème car il faut comprendre qu'on est dans un cas de « double linéarité » : la quantité étant fonction des deux autres grandeurs, chacune des fonctions étant linéaire).
- Appliquer une propriété – encore intuitive – de la linéarité entre la durée et la quantité après avoir constaté que la durée a doublé du premier au second jour et que, par conséquent la quantité devra doubler aussi si l'autre grandeur (le nombre de machines) reste constante.
- Appliquer la même propriété de linéarité entre le nombre de machines et la quantité de frites après avoir constaté que le nombre de machines a aussi doublé du premier au second jour et que, par conséquent la quantité de frites devra doubler aussi si l'autre grandeur (la durée) reste constante.
- Combiner les deux variations (« doubler » pour l'une et pour l'autre) pour en conclure que la quantité de frites sera multipliée par 4 du premier au second jour :  $300 \times 4 = 1\,200$ . (Et éviter donc la simple multiplication par 2 qui conduirait à la réponse  $300 \times 2 = 600$ ).

Un tableau de ce genre illustre une procédure « experte » d'une dissociation du problème en deux étapes en maintenant à chaque fois l'une des grandeurs constante et en doublant l'autre :

Nombre de machines	3	6	6
Nombre d'heures	2	2	4
Nombre de kg	300	600	1 200

Ou, calculer la production à l'heure de chaque machine (ce qui correspond au passage à l'unité en linéarité simple) :

si 3 machines produisent 300 kg de frites en 2 heures, 1 machine en produit 100 kg en 2 heures et 1 machine en produit 50 kg en 1 heure

ou si 3 machines produisent 300 kg de frites en 2 heures, 3 machines en produisent 150 kg en 1 heure et 1 machine en produit 50 kg en 1 heure

puis remonter à la production de 6 machines en 4 heures par une multiplication par 4 puis par 6 ( $50 \times 4 \times 6 = 1200$ )

- Dans un cas comme dans l'autre, additionner les productions des deux jours pour répondre à la question :  $300 + 1200 = 1500$  (en kg)

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (1 500 kg) avec explications claires
  - 3 Réponse correcte (1 500 kg) avec explications peu claires  
ou réponse incomplète (1 200 kg pour le 2<sup>e</sup> jour) avec explications claires
  - 2 Réponse incomplète (1 200 kg pour le 2<sup>e</sup> jour) avec explications peu claires  
ou réponse correcte sans explications
  - 1 Début de raisonnement correct, par exemple en fixant l'une des variables ou en cherchant la quantité produite en 1 heure ou par 1 machine  
ou réponse 900 kg. (avec erreur sur le deuxième jour, par prise en compte d'une « linéarité globale » qui ne dissocie pas les deux variables et par conséquent, conduit à une seule multiplication par 2)
  - 0 Incompréhension du problème ou raisonnement incorrect (réponse 600 kg pour le 2<sup>e</sup> jour)
-



**10. LE FESTIVAL DE ROCK - ROCKFESTIVAL (Cat. 5, 6, 7)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication, multiples
- Algèbre : traduction de conditions en langage algébrique

**Analyse de la tâche**

- Traduire la situation dans le cadre numérique : décomposer 149 en une somme de 22 termes 8 ou 5, ou décomposer 149 en une somme de deux termes dont l'un est un produit de 8 par un nombre (de chambres à 8 lits) et l'autre est un produit de 5 par un autre nombre (de chambres à 5 lits), tels que la somme des deux nombres de chambres est 22.
- On peut constater par exemple, par estimation, que si toutes les chambres étaient à 8 lits, il y aurait trop de places (car  $8 \times 22 = 176 > 149$ ) ou qu'il en manquerait si toutes les chambres étaient à 5 lits (car  $5 \times 22 = 110 < 149$ ) et s'engager alors dans une résolution proche de la méthode de « fausse position » : par exemple, il manque 39 places ( $149 - 110$ ) dans l'hypothèse des chambres à 5 lits ; chaque fois qu'on remplace une chambre à 5 lits par une chambre à 8 lits on gagne 3 places ; il faudrait remplacer 13 ( $39 : 3$ ) (procédures effectivement relevées dans tous les anciens problèmes du RMT reposant sur un système de deux équations linéaires à deux variables dont les solutions sont des couples de nombres naturels)
- Traduire la situation dans le cadre numérique : décomposer 149 en une somme de 22 termes 8 ou 5, ou décomposer 149 en une somme de deux termes dont l'un est un produit de 8 par un nombre (de chambres à 8 lits) et l'autre est un produit de 5 par un autre nombre (de chambres à 5 lits), tels que la somme des deux nombres de chambres est 22.
- On peut constater par exemple, par estimation, que si toutes les chambres étaient à 8 lits, il y aurait trop de places (car  $8 \times 22 = 176 > 149$ ) ou qu'il en manquerait si toutes les chambres étaient à 5 lits (car  $5 \times 22 = 110 < 149$ ) et s'engager alors dans une résolution proche de la méthode de « fausse position » : par exemple, il manque 39 places ( $149 - 110$ ) dans l'hypothèse des chambres à 5 lits ; chaque fois qu'on remplace une chambre à 5 lits par une chambre à 8 lits on gagne 3 places ; il faudrait remplacer 13 ( $39 : 3$ ) chambres à 5 lits par des chambres à 8 lits pour arriver à 149 places ; il resterait alors 9 ( $22 - 13$ ) chambres à 5 lits (Le même raisonnement est valable à partir de l'hypothèse des chambres à 8 lits : ( $176 - 149 = 27$  places en trop ;  $27 : 3 = 9$  chambres à 8 lits à remplacer par des chambres à 5 lits,  $22 - 9 = 13$  chambres à 8 lits).

Ou : essayer avec une répartition arbitraire des chambres, (souvent en nombres égaux). Par exemple, s'il y avait 11 chambres de chaque type, il y aurait  $(11 \times 5) + (11 \times 8) = 143$  places et il en manquerait 6 ( $149 - 143$ ). Il suffirait alors de remplacer deux chambres à 5 lits par 2 chambres à 8 lits et on arriverait à une répartition de 13 chambres à 8 lits et 9 chambres à 5 lits.

Ou, à l'aide d'un tableau ou d'une disposition en lignes et colonnes, dresser l'inventaire de toutes les possibilités :

ch. à 5 lits	0	1	...	8	9	10	11	12	13	14	...	21	22
places	0	5	...	40	45	50	55	60	65	70		105	110
ch à 8 lits	22	21	...	14	13	12	11	10	9	8	...	1	0
places	176	168	...	112	104	96	88	80	72	64	...	8	0
total des places	176	173	...	162	159	156	153	152	<b>149</b>	146		113	110

Ou : faire un tableau à partir de la décomposition de 149 en multiples de 5 et de 8 :

Dortoirs à 8 lits	...	<b>8</b>	9	10	11	12	<b>13</b>	14	15	16	17	<b>18</b>
Adolescents	...	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144
Adolescents	...	85	77	69	61	53	45	37	29	21	13	5
Dortoirs à 5 lits	...	<b>17</b>					<b>9</b>					<b>1</b>

La solution 8 dortoirs à 8 lits, 17 dortoirs à 5 lits n'est pas à retenir, car elle correspondrait à 25 dortoirs ; la solution 18 dortoirs à 8 lits, 1 dortoir à 5 lits non plus, car elle correspondrait à 19 dortoirs.

La solution 13 dortoirs à 8 lits, 9 dortoirs à 5 lits est la seule qui convient, car  $13 + 9 = 22$  !

Il y a 13 dortoirs à 8 lits et 9 dortoirs à 5 lits.

- Ce problème peut évidemment se résoudre par une mise en équation (selon le degré scolaire et les programmes nationaux).

Si, par exemple,  $x$  représente le nombre de dortoirs à 8 lits, on doit résoudre l'équation :  $8x + 5(22 - x) = 149$ .

La solution  $x = 13$  conduit à la même conclusion que ci-dessus.

**Attribution des points (LE FESTIVAL DE ROCK)**

- 4 Réponse correcte (13 chambres à 8 lits et 9 chambres à 5 lits) avec justifications claires et complètes
- 3 Réponse correcte (13 et 9) avec explications peu claires ou seulement la vérification ( $13 \times 8 + 9 \times 5 = 149$ ) ou raisonnement correct et bien argumenté avec une seule erreur de calcul
- 2 La bonne solution sans justification valable ou raisonnement bien argumenté mais qui ne tient pas compte d'une des conditions (par exemple du total des chambres ou du total des enfants)
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

**11. L'ÉTOILE ET LES DOMINOS - DOMINOS MIT STERN (Cat. 5, 6, 7, 8)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : pavage d'un carré quadrillé à l'aide de rectangles et carrés

**Analyse de la tâche**

- Construire les pièces et mener des essais ou trouver une manière « légère » de noter les dominos (un trait) et de les déplacer (effacer)
  - Essayer, case par case, de trouver une disposition, la noter et dessiner les dominos.
- Ou : à partir de l'exemple donné, retirer l'étoile de la case centrale, retirer un domino voisin puis le replacer sur la case centrale et sur une de ses voisines libérées. Il reste une case libre pour l'étoile qui peut être G, I, Q ou S. Répéter le processus à partir de la nouvelle position de l'étoile : la retirer, placer un des dominos voisins sur la case libérée et une autre ...
- Déterminer que lorsqu'une case est trouvée (par exemple coin du carré ou case « milieu d'un côté »), 3 autres sont également trouvées (par rotation ou symétrie). En dehors de la case centrale, il y a donc 3 groupes de 4 cases, soit 12 cases possibles.
  - Faire l'hypothèse, après quelques essais, que les cases possibles se situent sur les diagonales de la grille ou au milieu des côtés.
  - Par essais, vérifier qu'en plaçant l'étoile sur une autre case, comme dans le deuxième exemple (en H), il est impossible de recouvrir la grille avec les 12 dominos.
  - Donner les 13 cases possibles : A, C, E, G, I, K, M, O, Q, S, U, W, Z avec la disposition des dominos.

**Attribution des points**

- 4 Les 12 autres cases trouvées (autres que M) : A, C, E, G, I, K, O, Q, S, U, W, Z sans intrus et avec
  - soit tous les dessins avec les dominos,
  - soit quelques dessins et des explications qui évoquent implicitement ou explicitement les rotations, les symétries ou les diagonales
- 3 Les 12 autres cases trouvées (autres que M) et 1 ou 2 dessins manquants ou incomplets ou explications insuffisantes
- 2 Les 12 autres cases trouvées (autres que M) sans dessins ni explications ou au moins 8 cases, sans intrus, avec dessins ou explications satisfaisantes
- 1 8 autres cases trouvées et dessins incomplets ou explications insuffisantes ou au moins 4 cases, sans intrus, avec dessins ou explications satisfaisantes
- 0 Incompréhension du problème ou moins de 4 autres cases correctes

**12. LE MOT DE PASSE - DER GEHEIMCODE** (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : nombres et chiffres, opérations
- Logique: relations entre les nombres, déductions, organisations des données.

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que, puisque les six chiffres du code sont tous différents et qu'on connaît leur somme, on peut envisager de rechercher toutes les décompositions de 23 en sommes de 6 nombres différents et constater que - vu que  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$  - qu'il n'y en a que deux  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8$  et  $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7$  aux permutations près.
- Comprendre aussi que la seule décomposition multiplicative de 28 en produit de deux nombres d'un seul chiffre est  $4 \times 7$  ou  $7 \times 4$ . De ces deux premières constatations, on sait que les six chiffres du nombre sont 1, 2, 3, 4, 6 et 7.
- De l'information disant que le nombre est inférieur à 420 000, déduire que le premier chiffre est 4, le deuxième est 1, le sixième est 7 et chercher un nombre formé de trois chiffres restants, 2, 3 et 6 dans la liste des multiples de : 59, 118, 177, **236**, 295, 354, 413, 472, 531, 590, 649, 708, ...  
Comme 236 est le seul multiple de 59 qui convient, en déduire que les six chiffres du code sont, dans l'ordre : 412367
- Le code complet est donc 412367RMT

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (412367RMT) avec explications précises des étapes par lesquelles on est arrivé à la solution, et vérification de l'unicité de la solution (décomposition additive de 23, liste des multiples de 59 inférieurs à 700 ...)
  - 3 Réponse correcte avec explications précises mais qui ne font pas apparaître l'unicité de la solution ou le code numérique correct (412367) et bien expliqué, sans tenir compte des lettres
  - 2 Réponse correcte, mais sans explications ni vérification de l'unicité de la solution ou le code numérique correct (412367) avec explications imprécises, sans tenir compte des lettres ou solution ne tenant pas compte d'une seule des conditions de l'énoncé
  - 1 Début de recherche, mais sans tenir compte de deux des conditions de l'énoncé
  - 0 Incompréhension du problème
-

**13. MONTÉE AU REFUGE - AUFSTIEG ZUR BERGHÜTTE** (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations sur les grandeurs finies (distance, durée, vitesse), proportionnalité

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'André met 40 minutes pour parcourir la première partie et donc 20 minutes pour la seconde partie
- Dédurre que la distance sur la seconde partie est la moitié de celle de la première et que Marc mettra 15 minutes pour la parcourir. Si on inclut 20 minutes de pause et 30 minutes pour la première partie, Marc met en tout 65 minutes ainsi il arrive 5 minutes après André.

Ou, comme André et Marc mettent respectivement 40 minutes et 30 minutes pour effectuer un même trajet, cela signifie que le rapport de leurs vitesses est  $\frac{4}{3}$ , donc Marc effectuera le second trajet dans un temps qui est les  $\frac{3}{4}$  de celui mis par André. Comme André effectue le second trajet en 20 minutes, Marc en mettra 15 (+ 20 minutes de pause)

Ou, en raisonnant de même sur le rapport des vitesses, Marc effectuera le trajet entier en un temps qui est les  $\frac{3}{4}$  de celui mis par André. Comme André met 60 minutes pour ce trajet, Marc marche durant 45 minutes. Avec 20 minutes de pause, cela fait 65 minutes pour arriver au refuge.

Ou, comprendre qu'un écart de 10 minutes sur le premier trajet correspond à un écart de 5 minutes sur le second qui est deux fois moins long. Ce raisonnement peut être favorisé par une représentation graphique.

**Attribution des points :**

- 4 Réponse correcte (André arrive 5 minutes avant Marc) avec explication complète et convaincante
  - 3 Réponse correcte avec explication incomplète ou peu claire, ou bien raisonnement correct et bien argumenté avec une erreur de calcul
  - 2 Réponse correcte sans explication
  - 1 Début de raisonnement correct (par exemple calcul du rapport des vitesses ou du temps mis par Marc pour effectuer le second trajet)  
ou procédure correcte avec interprétation erronée relative à la pause avec une réponse du type « Marc arrive 5 minutes avant ».
  - 0 Incompréhension du problème
-

**14. LE MANTEAU DE MARTIN - MARTINS MANTEL (Cat. 7, 8)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : Reconnaissance de triangles. Décomposition d'une figure
- Grandeurs et mesures : propriétés de la formule d'aire d'un triangle, proportionnalité

**Analyse de la tâche :**

- Se rendre compte et que la solution est indépendante des mesures des côtés du triangle, vu l'absence d'indications de longueurs dans l'énoncé et que la seule donnée se rapporte aux trois « triangles », de « même aire », qui est, par déduction, le tiers de celle du grand triangle.
- Constater que les deux triangles inférieurs de la figure, équivalents selon la consigne ( $1/3$  et  $1/3$ ), ont la même hauteur par rapport à leur sommet commun,  $\delta$ , et qu'ils ont donc des bases isométriques. En déduire que le repère  $\delta$  est au milieu du côté inférieur.
- Observer les deux triangles : le triangle supérieur de la figure et le triangle constitué des deux triangles inférieurs. Constater que l'aire du second ( $2/3$ ) est le double de celle du premier ( $1/3$ ), qu'ils ont la même hauteur par rapport au sommet de gauche et que, par conséquent, la base du second doit être le double de celle du premier. En déduire, par proportionnalité, que le repère  $\delta$  se situe au tiers du côté de droite depuis le haut et au deux tiers depuis le bas.

Ou attribuer des longueurs aux côtés et hauteurs (arbitraires ou selon les mesures prises sur le dessin) des mesures inconnues ( $x$ ,  $y$ , ...) aux distances cherchées et résoudre le problème algébriquement.

**Attribution des points**

- 4 Les réponses correctes ( $1/3$  ou  $2/3$  du côté de droite et  $1/2$  du côté inférieur) avec des explications détaillées et précises.
  - 3 Réponse correcte avec explications confuses  
ou réponse correcte mais relative à des mesures choisies arbitrairement
  - 2 Réponse correcte sans explications  
ou une des réponses correcte et bien expliquée
  - 1 Une des réponses correctes sans explications  
ou début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème
-

**15. DES PRIX QUI MONTENT - STEIGENDE PREISE** (Cat. 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : pourcentages
- Algèbre

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que, pour l'objet A, l'augmentation est constante, de 2 euros par année.
- Comprendre que par contre, le prix de l'objet B n'augmente pas de façon constante.
- Procéder année après année avec éventuellement un tableau :

année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Prix A (€)	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
Prix B (€)	4	4,4	5,2	6,4	8	10	12,4	15,2	18,4	22	26	30,4	35,2	40,4

et observer que le prix de l'objet B devient plus élevé que celui de A en 2021

Ou bien (niveau expert) :

- Chercher des lois générales permettant d'exprimer le prix p des objets en fonction de n (nombre d'années à partir de 2009). Pour l'objet A on a la fonction linéaire  $p=2n+10$ ; pour l'objet B, à l'année n, le prix initial augmente de  $(1+2+3+\dots+n) \times 0,4$ ; soit en utilisant la formule de la somme des n premiers nombres :  $p=4+(n+1)n \times 0,2$ ; ceci correspond à une fonction du second degré dont la représentation graphique est une parabole. La solution du problème s'obtient en résolvant le système des deux équations.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (1 janvier 2021) avec justification (tableau ou graphique, ...)
  - 3 Réponse correcte avec justification peu claire ou incomplète
  - 2 Réponse correcte sans justification ou raisonnement correct avec erreur de calcul
  - 1 Début de raisonnement correct (par exemple calcul du prix B les premières années)  
ou calcul du prix de B en ne comptant que les augmentations à partir du prix initial
  - 0 Incompréhension du problème
-

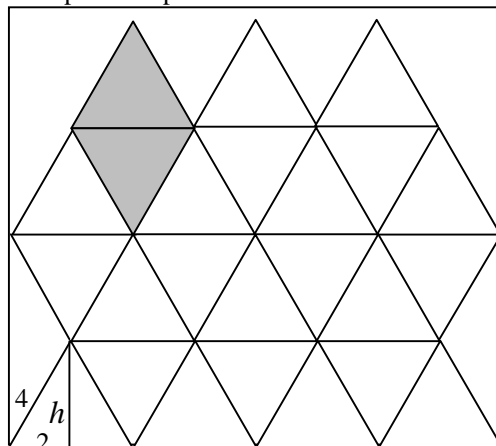
**16. ÉTOILE DE NOËL - WEIHNACHTSSTERN (Cat. 8)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie du solide : tétraèdre régulier)
- Géométrie plane : triangle équilatéral, droite des milieux dans un triangle, pavage
- Arithmétique et mesures : propriété de Pythagore

**Analyse de la tâche**

- Se rappeler qu'un tétraèdre régulier est une pyramide à 4 faces formées de triangles équilatéraux.
- Remarquer que les droites passant par les milieux des côtés d'une face du grand tétraèdre partagent celle-ci en 4 triangles équilatéraux égaux de côtés 4 cm.
- Comprendre que pour chacune des faces du grand tétraèdre, le collage d'un petit tétraèdre laisse apparents 3 petits triangles équilatéraux de 4 cm de côtés.
- Remarquer également que les faces restant visibles des petits tétraèdres collés sont formées de 3 triangles équilatéraux de mêmes dimensions.
- Dénombrer les petits triangles équilatéraux apparents : 6 pour chacune des faces du grand tétraèdre, d'où 24 en tout.
- Il s'agit de découper dans la feuille de papier décoratif donnée en 24 triangles équilatéraux de 4 cm de côté. Un pavage astucieux de cette feuille le permet, avec un plan comme le suivant par exemple :
- Pour être sûr que les 24 triangles entrent bien dans la feuille de 16 cm × 14 cm, effectuer une vérification numérique : calculer la hauteur  $h$  d'un triangle équilatéral à partir du théorème de Pythagore  

$$h^2 = 4^2 - 2^2, \text{ d'où } h = \sqrt{12} \approx 3,464, \text{ et } 4h \approx 13,856 < 14 \text{ cm.}$$

**Attribution des points**

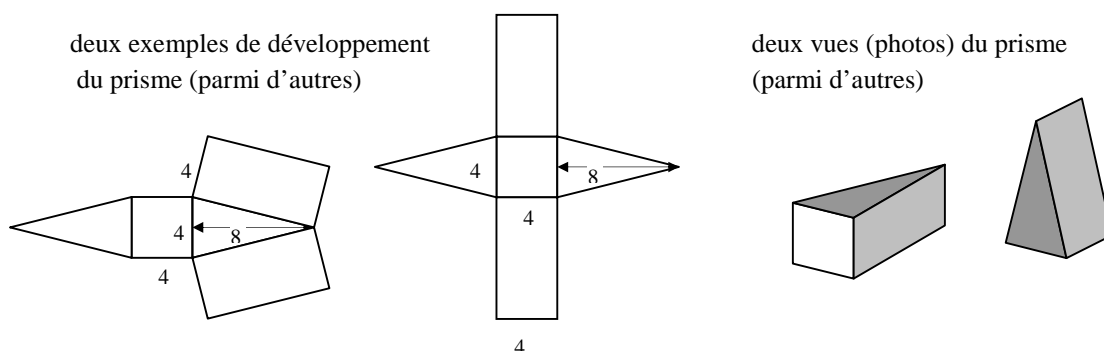
- 4 Solution correcte : un dessin de la disposition des 24 triangles avec une vérification numérique
- 3 Solution correcte : un dessin des 24 triangles avec une vérification numérique incomplète
- 2 Solution correcte : un dessin des 24 triangles sans vérification numérique
- 1 Solution basée seulement sur une confrontation des aires des 24 triangles avec l'aire de la feuille ( $24 \times 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3} < 224 = 14 \times 16$ ) sans vérification par le dessin
- 0 Incompréhension du problème.

**17. JEU D'ENCASTREMENT - EINFÜGSPIEL** (Cat. 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : polyèdres et développements, carré rectangle et triangle

**Analyse de la tâche**

- Concevoir un polyèdre passant exactement par chacun des trous et penser par exemple au cube de 4 cm d'arête, à un parallélépipède dont une face est le rectangle donné et à un prisme droit dont la base est le triangle donné
- Imaginer ensuite un polyèdre passant par deux des trous, par exemple un prisme droit de base carrée de 8 cm de hauteur pour le carré et le rectangle, une pyramide régulière à base carrée de 8 cm de hauteur pour le carré et le triangle, ...
- Adapter mentalement un polyèdre passant par deux trous pour qu'il passe par le troisième. Par exemple, le prisme droit précédent peu être taillé sur deux faces rectangulaires opposées pour que les deux autres faces rectangulaires deviennent des triangles afin d'obtenir un prisme droit à base triangulaire, de hauteur 4 cm ; ou la pyramide précédente peut être complétée sur deux faces opposées pour devenir le prisme droit à base triangulaire, de hauteur 4 cm.
- Dessiner le développement, et construire éventuellement le polyèdre, dont une face est un carré de 4 cm, deux faces sont des triangles isocèles de 8 cm de hauteur et les deux autres faces des rectangles de 4 cm et dont la largeur correspond à l'un des côtés isométriques du triangle ( $\sqrt{68} \approx 8,2$  cm dont l'indication n'est pas nécessaire)

**Attribution des points**

- 4 Dessin correct du développement montrant l'isométrie des longueurs des rectangles et des côtés du triangle isocèle (on n'exige pas la vraie grandeur, un dessin à l'échelle convient aussi)
  - 3 Le polyèdre est reconnu mais le développement n'est pas correct (par exemple : les côtés des rectangles et des côtés du triangle ne sont pas isométriques)  
ou le polyèdre est reconnu mais il est dessiné par une vue (photo) reconnaissable ou désigné par son nom précis et complet : prisme droit dont la base est le triangle isocèle et de hauteur 4 cm
  - 2 Le polyèdre est reconnu mais avec un développement incomplet (faces manquantes ou se superposant) ou dessiné par une vue (photo)  
ou dessin correct d'un développement de polyèdre qui ne bouche que deux trous (parallélépipède- ou prisme droit - de  $4 \times 4 \times 8$ , ou pyramide régulière de base carrée et de 8 cm de hauteur, etc.)
  - 1 Dessin correct du développement d'un polyèdre qui ne bouche qu'un seul trou
  - 0 Incompréhension du problème
-