

1. AU BOULOT - AN DIE ARBEIT (Cat. 3)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique : gestion de relation d'ordre et de conditions, sériation, formulation d'hypothèses et vérifications

Analyse de la tâche

- Comprendre, de la première et de la troisième information que Happy est le premier de la file (parce que le dernier est Chef).
- Comprendre, de la quatrième et de la dernière information que le cinquième est Seppel et que Brummbär est le sixième.
- Déduire que Schlafmütz peut se trouver en deuxième ou troisième position (selon la cinquième information, il n'est pas quatrième).
- Conclure que Schlappi doit se trouver en troisième position (la deuxième information le place entre Schlafmütz et Hatschi) et que par conséquent Schlafmütz est le deuxième de la file, alors qu'Hatschi occupe la position centrale.
- Écrire la liste des nains du premier au dernier : Happy, Schlafmütz, Schlappi, Hatschi, Seppel, Brummbär, Chef.

Ou Après avoir placé les deux nains qui sont aux extrémités (J et P), procéder par essai pour les autres en contrôlant que les conditions sont vérifiées et ajuster les positions

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Happy, Schlafmütz, Schlappi, Hatschi, Seppel, Brummbär, Chef) avec explication qui met en évidence la manière dont toutes les informations ont été prises en compte
 - 3 Réponse correcte, avec explications incomplètes dans lesquelles n'apparaît pas la prise en compte de toutes les conditions
ou liste des noms des nains en ordre inverse, avec explication montrant que toutes les autres conditions ont été prises en compte
 - 2 Réponse correcte sans explication
ou une inversion
 - 1 Deux inversions dans l'ordre
 - 0 Autres solutions ou incompréhension du problème
-

2. LES VERRES D'ALBERT - ALBERT UND SEINE GLÄSER (Cat. 3, 4)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, succession de nombres naturels

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit de trouver 7 nombres naturels consécutifs dont la somme est 42.

Procéder par essais :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 \quad \text{non}$$

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35 \quad \text{non}$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42 \quad \text{oui !}$$

Ou : dessiner la répartition sur 7 rangs jusqu'à pouvoir disposer les 42 verres.

Ou : partir de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$, soustraire 28 de 42, pour savoir combien qu'il reste 14 verres avec lesquels on peut encore former sept groupes de deux verres à ajouter sur chaque rayon.

Ou : diviser 42 par 7 pour trouver le nombre « moyen » et arriver à la solution par adaptations successives.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte avec la séquence des 7 nombres (9, 8, 7, 6, 5, 4, 3) ou dessin du rangement indiquant le nombre de verres par rang, avec explication de la procédure ou description des essais
ou : dessin du rangement avec indication du nombre de verres dans chaque rang et explication ou explicitation des essais
 - 3 Réponse correcte sans explication (avec, au moins, la vérification de la somme)
 - 2 Disposition des verres en rangs, avec une seule des conditions non respectée (il n'y a pas 7 rayons, ou il n'y a pas 42 verres, ou des écarts sont différents de 1)
ou une autre erreur de calcul
 - 1 Solution qui ne respecte qu'une des trois contraintes
 - 0 Incompréhension du problème ou solution ne respectant aucune des trois conditions
-

3. MARELLE À TROIS - HÜPFSPIEL ZU DRITT (Cat. 3, 4)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : déplacements sur un quadrillage en fonction de règles données

Analyse de la tâche

- Essayer ou imaginer tous les déplacements possibles en trois coups (voir, entre autres, qu'on peut revenir sur ses pas ou tourner deux fois de suite).
- Identifier pour chaque fillette toutes les cases qu'elle peut atteindre en 3 déplacements :

Anne : 2, 4, 8, 10, 14 et 20

Brigitte : 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17 et 21

Claire : 8, 12, 14, 16, 18, 20, 22 et 24

Et retenir celles qui sont communes à 2 enfants : l'une des trois cases : 8, 14 et 20, à la même « distance » des cases de départ de Anne et Claire.

Ou : pour chaque couple de fillettes, trouver un parcours qui les fait se rencontrer par essais successifs, mais sans être certain d'avoir trouvé toutes les cases possibles.

Ou : se rendre compte que Brigitte, qui part de la case 6, aboutit sur une case impaire et qu'elle ne pourra jamais rencontrer les deux autres qui n'aboutissent que sur des cases paires.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Anne et Claire peuvent se rencontrer sur les cases 8, 14 ou 20; Brigitte est la fillette éliminée)
 - 3 Deux cases possibles sont indiquées, avec indication du nom des gagnantes et de la fillette éliminée
 - 2 Une seule case possible est indiquée, avec indication du nom des gagnantes et de la fillette éliminée
 - 1 Une des cases possibles, au moins, est indiquée, avec d'autres cases incorrectes
 - 0 Aucun parcours n'est trouvé aboutissant à une des cases possibles ou incompréhension du problème
-

4. LES TRIANGLES - DIE DREIECKE

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de triangles dans une figure complexe
- Logique : organisation d'un dénombrement

Analyse de la tâche

- Identifier les triangles
- Se rendre compte qu'il n'y a pas que les 10 « petits » triangles juxtaposés qui composent le carré, mais qu'il y a aussi des triangles plus grands, formés de plusieurs « petits ».
- Déterminer une démarche de comptage des triangles, par « catégories ». Par exemple on peut dénombrer les triangles en fonction du nombre de « petits » triangles qu'ils contiennent : (Voir dessins page suivante)

nombre de petits triangles contenus :	1	2	3	4	5	
triangles dénombrés	10	4	8	0	2	total : 24

Ou : choisir un segment ; compter tous les triangles qui ont ce segment pour côté. Éliminer ce segment, en choisir un autre et recommencer. Ainsi de suite... en faisant attention de ne pas choisir deux fois le même triangle.

Ou : choisir un point d'intersection de segments. Compter tous les triangles qui ont ce point pour sommet. Éliminer ce point et recommencer avec un autre point...

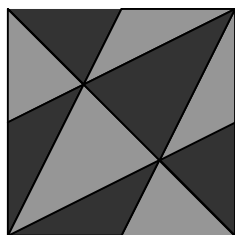
- Le comptage peut se faire en coloriant sur la figure reproduite en plusieurs exemplaires ou en nommant les points pour désigner les triangles. Une série de découpages sur plusieurs exemplaires de la figure est également envisageable.
- Observer une symétrie par rapport à la diagonale dessinée du carré permet de rendre le comptage plus économique.

Attribution des points

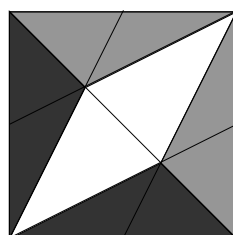
- 4 Réponse exacte « 24 triangles »* avec explications complètes du comptage (dessins des triangles de chaque « catégorie », descriptions et nombre de triangles par catégorie ...)
- 3 Réponse exacte « 24 triangles » avec explications imprécises ou incomplètes du comptage, sans répétitions et sans autres figures
 - ou de 20 à 23 triangles différents, sans répétitions, avec explications et sans autres figures que des triangles
- 2 Réponse exacte « 24 triangles » sans explications, sans répétitions ou sans autres figures que des triangles
 - ou réponse exacte, mais avec d'autres figures que des triangles ou avec répétitions
 - ou de 16 à 19 triangles différents avec explications et sans autres formes que des triangles
- 1 De 10 à 15 triangles corrects différents
- 0 Incompréhension du problème ou autres réponses

Les 24 triangles :

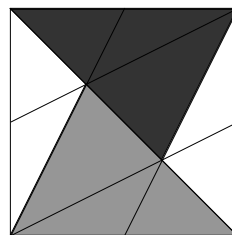
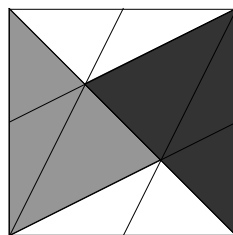
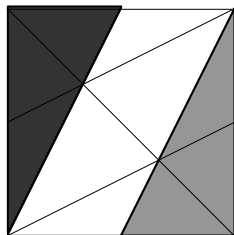
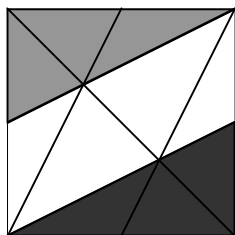
10 triangles formés de 1 petit triangle



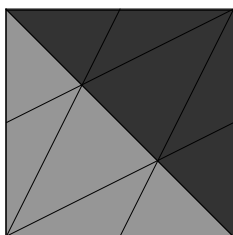
4 triangles formés de 2 petits triangles



8 (4 + 4) triangles formés de 3 petits triangles



2 triangles formés de 5 petits triangles



5. TOURS BICOLORES - ZWEIFARBIGE TÜRME (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, carrés des premiers nombres naturels
- Géométrie : représentation plane d'un objet en trois dimensions

Analyse de la tâche

- Comprendre que tous les cubes ne sont pas visibles sur la représentation.
- Comprendre les règles de construction des tours : alternance des couleurs ; chaque étage a la forme d'un carré dont le côté comporte un cube de plus que celui de l'étage immédiatement supérieur (à partir du haut de la tour, les côtés des carrés sont de 1, 2, 3, ... cubes).
- Déterminer le nombre de cubes de chaque tour et leur couleur, par construction effective à l'aide de matériel et comptage un à un, ou étage par étage par addition ou multiplication (carrés) puis par addition du nombre de cubes des différents étages, ...

Ou : calculer les nombres de cubes de la 4^e tour en ajoutant 16 blancs : 30 cubes ($14 + 16$) dont 10 gris et 20 ($4 + 16$) blancs ; puis de la 5^e tour : 55 cubes ($30 + 25$) dont 35 gris ($10 + 25$) et 20 blancs, puis de la 6^e tour : 91 cubes dont 35 gris et 56 ($20 + 36$) blancs (les résultats peuvent être organisés en tableaux).

Ou : remarquer que les nombres de cubes par étage sont donnés par la suite des carrés des nombres naturels et utiliser cette suite, (passage du géométrique au numérique), pour déterminer le nombre de cubes de chaque couleur : gris ($1 + 9 + 25 = 35$) et blancs ($4 + 16 + 36 = 56$).

Attribution des points

- 4 Solution correcte (35 gris et 56 blancs) avec explications
- 3 Solution correcte (35 gris et 56 blancs) sans explications ou avec explications insuffisantes
- 2 Démarche correcte mais avec réponse fausse due à une seule erreur dans le dénombrement ou le calcul ou démarche correcte avec, comme réponse, le nombre total de cubes (91) sans distinguer les couleurs
- 1 Comptage de cubes visibles uniquement (15 gris et 21 blancs)
- 0 Incompréhension du problème

6. ROMEO ET JULIETTE - ROMEO UND JULIA (Cat. 4, 5)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : déplacement sur un réseau, détermination de distances, mesure et comparaison de longueurs

Analyse de la tâche

- Constater qu'il y a de nombreux parcours de Roméo à Juliette passant par l'un des bouquets.
- Se rendre compte que, pour comparer les longueurs de deux parcours, il ne suffit pas de calculer le nombre de « tronçons » du schéma mais qu'il faut distinguer les deux types de tronçons en présence qui correspondent à deux unités de mesure non équivalentes : le côté et la diagonale d'un carré du quadrillage.
- Trouver les critères de comparaison de ces deux unités : une diagonale est plus longue qu'un côté mais deux côtés sont plus longs qu'une diagonale (par estimation visuelle, par déplacements réels ou imaginés pour comparer directement les longueurs, par mesure à l'aide d'une règle graduée, par reports, ... ou par des « théorèmes adultes » du genre « le chemin le plus court d'un point à un autre est celui qui suit une ligne droite » ...).
- Trouver le parcours le plus court pour chaque fleur, en tenant compte des critères précédents.
- Comparer les quatre parcours minimaux obtenus : « chemin des tulipes », « chemin des oeillets » ... (toujours à l'aide des critères précédents) en s'aidant éventuellement d'une disposition en tableau :

Fleurs	Nombre total de « tronçons »	Nombre de côtés	Nombre de diagonales
Tulipes	7	7	0
Oeillets	6	3	3
Lys	6	3	3
Roses	6	5	1

- Remarquer que parmi les trois chemins de 6 tronçons, la longueur des chemins des oeillets et des lys sont les mêmes alors que celui des roses n'emprunte qu'une diagonale au lieu de trois pour les deux autres. En déduire que le chemin des roses est le plus court de ces trois chemins.

Comparer finalement le chemin des roses et celui des tulipes et constater que, lorsqu'on retire à chacun les 5 côtés de carrés, il reste deux côtés pour les tulipes contre une diagonale pour les roses et que c'est donc le chemin des roses le plus court.

Ou : mesurer tous les parcours avec une règle et comparer les longueurs.

Ou : reporter les différentes longueurs de chaque parcours pour obtenir un segment de même longueur que le parcours total ; puis comparer directement ou indirectement les longueurs des segments obtenus.

Attribution des points

- 4 Solution correcte (roses) avec explications du raisonnement suivi ou détails de la comparaison des tracés
 - 3 Solution correcte avec explications incomplètes ou peu claires
 - 2 Solution correcte sans explications
 - ou l'un des quatre parcours n'est pas minimal (celui des roses par exemple) et entraîne une erreur dans la réponse finale, mais en conservant la cohérence du raisonnement
 - 1 Début de recherche cohérente avec différenciation entre la longueur d'une diagonale et celle d'un côté de carré
 - 0 Incompréhension du problème
-

7. LA CHAMBRE DE FABIO – FABIOS ZIMMER (Cat. 4, 5)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : suite numérique périodique, groupements par 5 et par 10, division avec reste

Analyse de la tâche

- Comprendre que la succession des dessins se répète avec régularité par groupes de 5 éléments et éventuellement, que deux groupes de 5 éléments forment un groupe de 10 étoiles.
- Trouver les liens entre la suite des étoiles et notre numération : en numérotant chaque étoile des premiers groupes (ou celles qui sont déjà dessinées, ou encore en dessinant de nouvelles étoiles à la suite), découvrir que les étoiles dont les derniers chiffres sont 1, 2, 6 et 7 sont pointillées et que celles dont les derniers chiffres sont 3, 4, 5, 8, 9 et 0 sont quadrillées, (c'est-à-dire que les étoiles des positions 11, 12, 16, 17 sont pointillées et celles des positions 13, 14, 15, 18, 19, 20 sont quadrillées, ...).

Comprendre que cette règle s'étend aux nombres suivants, au-delà des centaines et des milliers, (qu'elle correspond aux groupements de base 10 de notre numération) ; en déduire que l'étoile numéro 2008 sera donc quadrillée puisque son rang est un nombre qui se termine par 8.

Ou : grouper les étoiles constituant le motif répétitif par 5 et effectuer la division $2008 : 5 = 401$ reste 3. En conclure que la 2008^{ème} étoile est quadrillée.

Ou : effectuer une division $2008 : 10$ pour obtenir 200 groupes de 10 et un reste de 8, et en déduire que l'étoile 2008 est quadrillée.

Attribution des points

- 4 Solution correcte (l'étoile 2008 est quadrillée) avec explications ou dessins, schémas, ... montrant clairement le lien entre les motifs et le dernier chiffres du numéro de l'étoile
 - 3 Solution correcte avec explications incomplètes
 - 2 Solution correcte sans aucune explication ni justification
ou réponse sur la base d'une explication satisfaisante mais avec une faute d'inattention
 - 1 Essai de recherches non abouties (début de numérotation des étoiles ...)
 - 0 Incompréhension du problème
-

8. SOMMES ET PRODUITS - SUMMEN UND PRODUKTE (Cat. 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication (associativité et élément neutre « 1 »)
- Logique et raisonnement : conjecturer, déduire

Analyse de la tâche

- Lire les exemples et faire d'autres essais pour comprendre que le produit varie même si la somme des nombres choisis est toujours 25.
- Découvrir, après de nombreux essais plus ou moins organisés quelques propriétés dont, en particulier :
 - on ne peut choisir que 25 « 1 » au maximum pour les sommes, mais ces facteurs « 1 » ne modifient pas les produits (élément neutre de la multiplication) ; par conséquent, en choisissant exclusivement les « 1 », on obtiendra le plus petit produit possible : $1 \times 1 \times 1 \times \dots = 1^{25} = 1$, mais il faudra éviter au maximum ces « 1 » dans la recherche du plus grand produit ;
 - on ne peut choisir qu'un seul « 20 » ou deux « 10 » au maximum, ce qui limite sensiblement le nombre de facteurs et la grandeur des produits obtenus ;
 - ce sont les nombres « 2 » et « 5 » qui semblent les plus « intéressants » pour la recherche du plus grand produit.
- Rechercher la répartition optimale des facteurs « 2 » et « 5 » entre les sommes et les produits par des observations du genre :
 - les termes $5 = 2 + 2 + 1$ d'une somme deviennent, dans les produits correspondants : $5 > 2 \times 2 \times 1 = 4$ et il est alors préférable de choisir 5 ;
 - mais les termes $5 + 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ d'une somme de 10 deviennent $5 \times 5 = 25 < 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ et il est alors préférable de choisir les nombres « 2 » ;
 - ce genre d'observation peut aboutir au choix de dix « 2 » et de un « 5 » conduisant à $2^{10} \times 5 = 5120$ (solution optimale) alors que le choix de douze « 2 » et un « 1 » conduit à $2^{12} \times 1 = 4096$ (solution non optimale).

Attribution des points

- 4 Les deux réponses exactes (5120 et 1) avec explications
 - 3 Les deux réponses exactes sans explications
 - ou une réponse exacte et l'autre erronée (par exemple 4096 et 1) avec explications
 - 2 Une réponse exacte et l'autre erronée (avec une erreur due à un choix non optimal) sans explications,
 - 1 Aucune réponse exacte mais éléments de recherche corrects
 - 0 Incompréhension du problème
-

9. DRÔLE DE NOMBRE - EIGENARTIGE ZAHL (Cat. 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition (et élément neutre « 0 »), soustraction, multiplication
- Logique et raisonnement : organisation systématique d'un inventaire

Analyse de la tâche

- Considérer les trois conditions simultanées.
- Comprendre que le 0 ne sera jamais utilisé à cause de ses propriétés (il réapparaîtrait deux fois dans les trois premiers chiffres comme facteur et comme produit, ou entraînerait l'égalité du troisième chiffre et d'un des deux derniers chiffres dans l'addition).
- Comprendre que le chiffre central ne peut être ni 1 (dans l'addition on aurait $1 + 0$), ni 2 (dans l'addition on aurait $1 + 1$, ou $2 + 0$), ni 3 (on pourrait faire l'addition, mais pas la multiplication sans répéter des chiffres), ni 4 (comme pour le 3), ni 5 et 7 (on pourrait faire l'addition, mais pas la multiplication sans répéter des chiffres, puisque comme le 3, ce sont des nombres premiers). Il ne peut pas être 9 parce que les chiffres de la multiplication peuvent être seulement 1 et 9 ou bien 3 et 3.
- Comprendre que les chiffres au centre peuvent être seulement 6 ou 8.
- Voir que les seuls produits $2 \times 3 = 6$, $3 \times 2 = 6$, $2 \times 4 = 8$, $4 \times 2 = 8$ peuvent entrer en ligne de compte pour fabriquer le début des nombres candidats, et donner ensuite naissance aux additions respectives suivantes :

$$6 = 5 + 1 ; 6 = 1 + 5 ; 8 = 7 + 1 ; 8 = 1 + 7 ; 8 = 5 + 3 ; 8 = 3 + 5$$

En déduire les autres 11 nombres qui satisfont aux conditions imposées, sans compter l'exemple :

23615, 24817, 24835, 24853, 24871, 32615, 32651, 42817, 42835, 42853, 42871.

Ou : une démarche analogue est possible en partant des sommes pour aboutir aux produits.

Attribution des points

- 4 Détermination de tous les nombres (donc 11 réponses ou 12 réponses selon que l'exemple est inclus ou non), avec explication générale de la démarche pour un nombre au moins
 - 3 9 ou 10 nombres trouvés (sans compter l'exemple), avec explication ou les 11 nombres nouveaux sans explication
 - 2 7 ou 8 nouveaux nombres trouvés, avec explication
 - 1 Le début de la démarche est correct, avec au moins 3 nombres corrects
 - 0 1 ou 2 exemples corrects ou incompréhension du problème
-

10. DES ŒUFS EN CHOCOLAT TROP LÉGERS - ZU LEICHTE SCHOKO-EIER (Cat. 5, 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, ...
- Logique et raisonnement : déductions

Analyse de la tâche

- Faire une hypothèse sur le numéro de la machine qui est mal réglée ; calculer le poids de l'ensemble des œufs pesés dans ce cas ; le comparer à 1942 grammes. Si les deux poids sont les mêmes, valider l'hypothèse. Sinon, formuler une autre hypothèse cohérente avec le résultat obtenu (augmenter le numéro de la machine si le poids obtenu est supérieur à 1942, le diminuer sinon).

Ou : se rendre compte que la différence entre le poids total trouvé (1942) et le poids total des œufs si tous étaient bien calibrés (c'est-à-dire le nombre de grammes qui manquent) correspond au nombre d'œufs qui ont un gramme de moins et, au vu du mode d'échantillonnage choisi par Madame Michel, au numéro de la machine qui les a fabriqués.

Trouver alors le nombre d'œufs pesés $1 + 2 + \dots + 12 = 78$ (à la main, à la calculatrice, ou par associativité et multiplication $(12 + 1) \times 12 / 2 = 78$) et calculer que ces 78 œufs devraient peser $78 \times 25 = 1950$ g. (On peut aussi directement faire la somme de $25 \times 1 + 25 \times 2 + 25 \times 3 \dots$ et trouver un poids total de 1950 g)

Constater qu'il manque $1950 - 1942 = 8$ g ; en déduire que 8 œufs pèsent 1 g de moins que prévu et qu'ils proviennent de la machine n° 8, puisqu'il n'y en a qu'une de mal réglée.

Ou : diviser le poids total par le nombre d'œufs ($1942 : 78$ donne 24 reste 70); constater qu'il manque 8 grammes pour que chaque œuf soit de 25 grammes et déduire que la machine défectueuse est la machine no 8.

Ou : procéder par essais en excluant à chaque fois les œufs d'une machine, supposée défectueuse) et en calculant le poids des œufs (supposés de 25 grammes) de toutes les autres, pour vérifier si le poids total est un multiple de 25 : $1942 - (1 \times 24) = 1918$; $1942 - (2 \times 24) = 1884$; ... ; $1942 - (8 \times 24) = 1750$!!

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (machine n° 8) avec explications claires
 - 3 Réponse correcte, avec explications incomplètes
 - 2 Réponse correcte sans aucune explication
ou réponse erronée (erreur de calcul) avec explications
 - 1 Début de recherche cohérente
 - 0 Incompréhension du problème
-

11. JEU DES MULTIPLES ET DIVISEURS - VIELFACHE UND TEILER (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiples et diviseurs, nombres premiers
- Logique et raisonnement : conjecturer et déduire

Analyse de la tâche

- Jouer quelques parties pour repérer les contraintes du jeu. Savoir ce qu'est un diviseur et un multiple, comprendre qu'on n'est pas obligé d'alterner multiples et diviseurs mais qu'on peut passer par plusieurs multiples ou diviseurs successifs, repérer les nombres qui ont beaucoup de diviseurs et de multiples et ceux qui en ont peu.
- Comprendre que dès qu'on a pu choisir un nombre n'ayant plus de diviseurs ou de multiples libres, on gagne immédiatement.
- Par conséquent il faut éviter de laisser à l'adversaire la possibilité de choisir un nombre dont tous les multiples et diviseurs ont déjà été barrés. Dans l'exemple donné le joueur A a mal joué l'avant-dernier coup en choisissant « 1 » car depuis là, le joueur B pouvait prendre le « 37 » qui termine le parcours.
- Lorsqu'on a compris que le « 1 » est à éviter pour soi, car il conduit à une impasse comme le « 37 », il faut tenter de forcer son adversaire à biffer ce « 1 ». Il faut alors remarquer que le joueur qui commence par l'un des quatre nombres 23, 29, 31 ou 37 qui n'ont pas de multiples dans la table de 1 à 40 et qui n'ont que 1 comme diviseur) contraint son adversaire à biffer « 1 » à son premier coup et permet au premier joueur de revenir sur l'un des trois autres nombres, qui n'aura plus alors ni multiple ni diviseur libre.

Remarque : les quatre nombres : 23 ; 29 ; 31 ; 37 sont premiers et supérieurs à 20. En choisissant un nombre premier inférieur à 20, on laisse la possibilité à l'adversaire de biffer un de ses multiples et de gagner par une succession de coups obligés.

Par exemple :

Premier joueur : 19 2 13 3 11 1
Deuxième joueur : 38 26 39 33 22

Attribution des points

- 4 Les quatre nombres (23, 29, 31, 37), avec explications
 - 3 Les quatre nombres (23, 29, 31, 37), sans explications
ou trois de ces nombres avec explications
ou les quatre nombres (23, 29, 31, 37), accompagnés d'un ou deux autres nombres
 - 2 Deux des nombres corrects seulement, avec explications
ou trois nombres, mais soit sans justification, soit accompagnés d'autres nombres premiers inférieurs à 20
 - 1 Un nombre correct avec explications
ou deux nombres, soit sans explication, soit accompagnés d'autres nombres premiers inférieurs à 20
ou trois ou quatre nombres corrects, mais accompagnés d'autres nombres parmi lesquels des nombres non premiers
 - 0 Incompréhension du problème
-

12. LA STATION D'ESSENCE – DIE TANKSTELLE (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Combinatoire
- Arithmétique : chiffres et nombres, opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre que si le pompiste a en main un panneau « 8 » les nouveaux prix possibles doivent respecter les conditions suivantes :
 - Quand on substitue un panneau par un nouveau, l'ancien peut encore être utilisé pour former un nouveau prix ;
 - Le « 1 » ne peut être remplacé par le nouveau panneau « 8 » ni par un des anciens « 2 », « 5 » ou « 7 » car l'augmentation serait beaucoup plus importante que ce qui a été annoncé ;
 - Le « 2 » ne peut pas non plus être remplacé par « 8 », « 5 » ou « 7 » car l'augmentation serait supérieure à 30 centimes par litres ou 12 € pour 40 litres.
 - Donc le « 8 » ne peut remplacer que le « 5 » ou le « 7 » et il faut envisager les arrangements sans répétitions de ces trois panneaux pris deux à deux pour les deuxième et troisième chiffres après la virgule.
- On peut établir, par exemple un tableau du genre :

Nouveau prix	Ancien prix	Différence / litre	pour 40 litres
1,258	1,257	0,001	$0,001 \times 40 = 0,04$
1,285	1,257	0,028	$0,028 \times 40 = 1,12$
1,278	1,257	0,021	$0,021 \times 40 = 0,84$
1,287	1,257	0,03	$0,03 \times 40 = 1,2$

Ou : établir un tableau analogue mais partant des prix totaux : calculer le coût de 40 litres à l'ancien prix ($1,257 \times 40 = 50,28$) y ajouter la fourchette d'augmentation (de 51,28 à 51,58) et calculer le nouveau prix du litre qui se situera entre $51,28 : 40 = 1,282$ et $51,58 : 40 = 1,289$. En conclure que le prix pourrait être, avec les chiffres à disposition et selon les informations de la radio 1,287 ou 1,285€

Ou : calculer la fourchette d'augmentation par litre : entre $1€ : 40 = 0,025€$ et $1,30€ : 40 = 0,0325€$ Le nouveau prix du litre se situera donc entre 1,285€ et 1,2895. Les deux seules possibilités en ne retirant qu'un chiffre pour le remplacer par 8 sont 1,285€ et 1,287€

Attribution des points

- 4 Les deux solutions (1,287 et 1,285) avec explications claires et détaillées montrant qu'il n'y en a pas d'autres
- 3 Les deux solutions avec explications incomplètes ou avec un tableau qui ne mentionne pas pourquoi les autres positions du « 8 » sont exclues
- 2 Une des deux solutions avec explication claires et/ou ou exclusion d'une de deux solutions à cause d'une erreur de calcul
- 1 Début de recherche cohérente ou une seule solution sans explication
- 0 Incompréhension du problème

13. QUI VA LENTEMENT ... – WER LANGSAM FÄHRT ... (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication, division, proportionnalité
- Mesure de durées

Analyse de la tâche

- Comprendre que la grand-mère a accumulé un retard de 15 minutes par rapport au temps prévu entre Issy (Hierstadt) et Labat (Drübandorf) (1h au lieu de 45 minutes)
- Considérer que 45 minutes représentent trois quarts d'heure et en déduire qu'elle accumule un retard de 5 minutes chaque 15 minutes.
- Déterminer le temps mis par Matthieu pour les étapes suivantes (45 minutes de Labat (Drübandorf) à Pluloin (Weitersheim) et 60 minutes de Pluloin (Weitersheim) à Bellemer (Schönblick))
- Les retards correspondants seront respectivement de $15 = 45 : 15 \times 5$ minutes et de $20 = 60 : 15 \times 5$ minutes.
- Ajouter les retards aux temps précédents pour trouver les heures demandées : 11h10 et 12h30

Ou organiser les données dans un tableau et utiliser l'égalité des écarts entre 8h et 8h45 d'une part et 8h45 et 9h30 d'autre part pour en déduire que Grand-mère met le même temps pour aller de Issy (Hierstadt) à Labat (Drübandorf) que de Labat (Drübandorf) à Pluloin (Weitersheim). Comme l'écart entre 9h30 et 10h30 (60 minutes) est $\frac{4}{3}$ de l'écart entre 8h45 et 9h30 (45 minutes), on peut utiliser la même relation pour calculer le temps que mettra la grand-mère pour aller de Pluloin (Weitersheim) à Bellemer (Schönblick): $\frac{4}{3}$ de 60 minutes, c'est-à-dire 80 minutes.

	Issy Hierstadt		Labat Drübandorf		Pluloin Weitersheim		Bellemer Schönblick
Matthieu	8h	+45 min	8h45	+45 min	9h30	+60 min	10h30 h
Grand-mère	9h10	+60 min	10h10	+60 min	11h10	+80 min	12h30 h

Attribution des points

- 4 Réponse correcte [passe à 11h10 à Pluloin (Weitersheim) et arrive à Bellemer (Schönblick) à 12h30], avec explications claires
- 3 Réponse correcte mais avec explications incomplètes
- 2 Réponse correcte sans explication
ou procédure correcte mais avec une erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement cohérent
- 0 Incompréhension du problème

14. LES TRIANGLES (II) – DIE DREIECKE (II) (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : reconnaissance de triangles dans une figure complexe
- Logique : organisation d'un dénombrement

Analyse de la tâche

- Identifier les triangles
- Se rendre compte qu'il n'y a pas que les 12 « petits » triangles juxtaposés qui composent le carré, mais qu'il y a aussi des triangles plus grands, formés de plusieurs « petits ». (Voir dessins page suivante)
- Déterminer une démarche de comptage des triangles, par « catégories ». Par exemple on peut dénombrer les triangles en fonction du nombre de « petits » triangles qu'ils contiennent :

nombre de petits triangles contenus :	1	2	3	4	5	6	
triangles dénombrés	12	8	12	4	0	4	total : 40

Ou : choisir un segment ; compter tous les triangles qui ont ce segment pour côté. Éliminer ce segment, en choisir un autre et recommencer. Ainsi de suite... en faisant attention de ne pas choisir deux fois le même triangle.

Ou: choisir un point d'intersection de deux segments compter tous les triangles qui ont ce point pour sommet; éliminer ce point et recommencer avec un autre ...

- Le comptage peut se faire en coloriant sur la figure reproduite en plusieurs exemplaires ou en nommant les points pour désigner les triangles.
- Observer une symétrie par rapport à la diagonale dessinée du carré, ce qui permet de rendre le comptage plus économique.

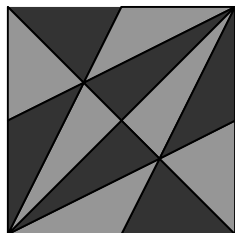
Attribution des points

- 4 Réponse exacte « 40 triangles* » avec explications complètes du comptage (dessins des triangles de chaque « catégorie », descriptions et nombre de triangles par catégorie, etc.).
- 3 Réponse exacte « 40 triangles » avec explications imprécises ou incomplètes du comptage, sans répétitions et sans autres figures
ou de 35 à 39 triangles sans répétitions avec explications sans autres figures que des triangles
- 2 Réponse exacte « 40 triangles » sans explications sans doublons et sans autres figures que des triangles
ou réponse exacte « 40 triangles » mais accompagnées d'autres figures que des triangles
ou de 30 à 34 triangles différents avec explications et sans autres figures que des triangles
- 1 De 20 à 29 triangles différents
- 0 Incompréhension du problème ou autres réponses

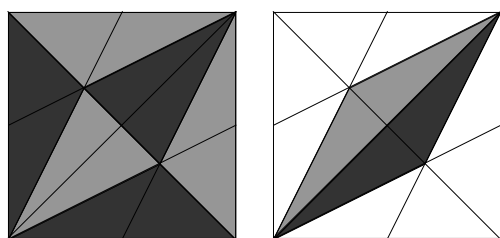
* voir solutions page suivante

Les 40 triangles

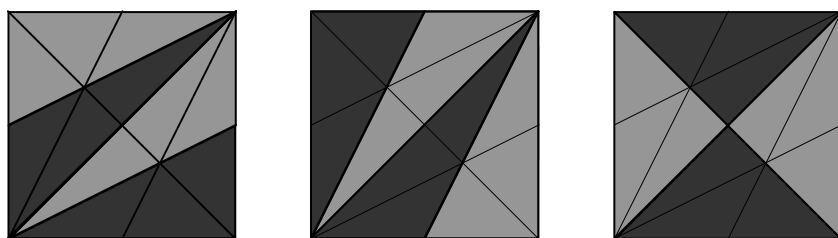
12 triangles formés de 1 petit triangle



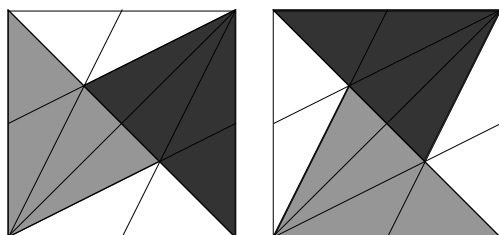
8 (6 + 2) triangles formés de 2 petits triangles



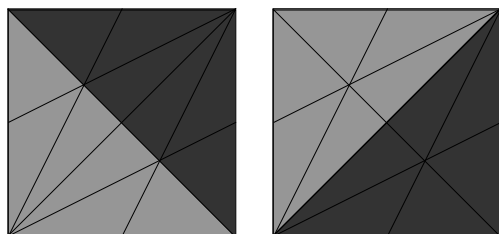
12 (4+4+4) triangles formés de 3 petits triangles



4 (2 + 2) triangles formés de 4 petits triangles



4 (2 + 2) triangles formés de 6 petits triangles



15. DISTRIBUTEUR DE MONNAIE – DER GELDAUTOMAT (Cat. 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : décomposition de 1 en produit de nombres décimaux

Analyse de la tâche

- Vérifier les exemples donnés
- Comprendre qu'il s'agit de trouver comment 1 peut se décomposer en nombres décimaux proposés et identifier les trois décompositions en facteurs : $1 = 5 \times 2 \times 0,1 = 5 \times 0,2 = 2 \times 0,5$ et trouver les trois sommes correspondantes : $5 + 2 + 0,1 = 7,1$; $5 + 0,2 = 5,2$ et $2 + 0,5 = 2,5$.
- Cherchez les décompositions additives de 20 avec des termes 2,5 ; 5,2 ; 7,1 et 1. Se rendre compte que l'unique décomposition additive de 20 qui fait intervenir les termes 5,2 et 7,1 est : $20 = 2,5 + 5,2 + 5,2 + 7,1$ (avec 9 pièces en tout). Comprendre alors que toutes les autres décompositions additives de 20 ne contiennent que les termes 2,5 et/ou 1,
- Dresser l'inventaire des décompositions de 20 des pièces de 0,5, 1 et/ou 2, dont le produit est 1.

pièces de (en FT)	0,5	1	2	produit	somme	nb. total de pièces
	0	20	0	1	20	20
	1	imp	1	1	2,5 + ??	
	2	15	2	1	20	19
	3	imp	3	1	7,5 + ??	
	4	10	4	1	20	18
	6	5	6	1	20	17
	8	0	8	1	20	16

En confrontant toutes les décompositions de 20FT, se rendre compte que les deux seules qui diffèrent de 4 pièces sont celles qui utilisent 20 et celle qui en utilise 16. Graziella a donc reçu 16 pièces : 8 de 0,5FT et 8 de 1 FT.

Ou procéder par essais pour voir que les seuls couples possibles sont les pièces de 0,5 FT et 2 FT à compléter par des pièces de 1 FT

Attribution des points

- 4 Solution exacte (Graziella reçoit 16 pièces : 8 de 0,5 et 8 de 1 FT) et explications (inventaire détaillé de toutes les décompositions possible) qui montre bien l'unicité de la solution
- 3 Solution exacte, avec explications partielles (manque l'unicité)
- 2 Solution exacte sans explication, (trouvée seulement par essais)
- 1 Recherche faisant état de la compréhension du produit 1
- 0 Incompréhension du problème

16. LA CALCULATRICE DE PASCAL (Cat. 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : chiffre, nombre et notation positionnelle ; idée de composition d'opérateurs
- Logique : combinatoire (arrangements avec répétition); raisonnement hypothético-déductif

Analyse de la tâche

Remarquer d'abord que le nombre écrit par Pascal, de deux chiffres et multiple de 7, est l'un des suivants :

14 21 28 35 42 49 56 63 70 77 84 91 98

- Considérer ensuite successivement les deux possibilités pour la première touche pressée : U ou R

a) La touche U appliquée à chacun des nombres de la suite qui précède donnerait :

1 2 2 3 4 4 5 6 7 7 8 9 9

Pour atteindre 24, il faut appuyer deux fois sur R, c'est-à-dire multiplier par 4. Seul le 6 le permet.

D'où une première solution : Pascal est parti de 63 et a fait U-R-R.

b) La touche R donne d'abord les multiples de 14 suivants :

28 42 56 70 84 98 112 126 140 154 168 182 196

Pour atteindre 24 il faudra utiliser la touche U (puisque tous ces nombres sont plus grands que 24), mais une seule fois (car tous les nombres deviendraient 0 ou 1 si on l'utilisait deux fois).

Avec U suivi de R, seul 126 donne 12 puis 24. D'où une deuxième solution : Pascal est parti de 63 et a fait R-U-R.

Avec R suivi de U, pour atteindre 24, il faudrait que R donne un nombre entre 240 et 249, ce qui n'est pas possible à partir des nombres de la liste précédente (112 donnerait 224 et 126 donnerait 252). La combinaison R-R-U ne peut pas donner 24.

Ou : Comprendre que, puisque les touches R et U, sont utilisées 3 fois, l'ordre dans lequel elles peuvent se succéder est l'une des huit séquences suivantes: RRR – RRU – RUR – URR – RUU – URU – UUR – UUU.

Parmi les multiples de 7 de deux chiffres (voir liste ci-dessus), chercher ceux qui permettent d'arriver à 24 selon l'une des huit séquences précédentes :

- La séquence RRR (qui revient à multiplier par 8) ne convient pas (le 3 n'est pas dans la liste).
- Aucune séquence où la touche U apparaît 2 ou 3 fois ne peut être prise en compte, car le plus grand nombre possible avec une touche R est 196 et 2 touches U donnent 1 au plus. Il ne reste que les séquences RRU, RUR, URR. à examiner.
- RRU (multiplier par 4 et retirer le chiffre des unités) permet de s'approcher de 24, mais sans l'atteindre : $56 \times 4 = 224 \rightarrow 22$ ou $63 \times 4 = 252 \rightarrow 25$.
- RUR ne fonctionne qu'avec 63 : $63 \times 2 = 126 \rightarrow 12 \rightarrow 2 \times 12 = 24$.
- URR, fonctionne aussi avec 63 : $63 \rightarrow 6 \rightarrow 6 \times 2 \times 2 = 24$.

Ou: partir de 24, remonter au nombre de départ en inversant les opérations, par une recherche analogue:

RRR ne convient pas car il faudrait partir de 3 et multiplier par 8, non multiple de 7.

Comme précédemment on élimine les séquences avec deux ou trois touches U et il reste RRU, RUR et URR.

RRU ne convient pas : de 24, il faudrait passer par 240, 244, 248 (les seuls divisibles par 4) pour arriver à 60, 61 ou 62, non multiples de 7.

RUR, convient : de 24, on passe à 12 puis à 120, 122, 124, 126 ou 128 puis à 60, 61, 62, 63, 64 dont l'un, 63 est multiple de 7.

URR convient : de 24 on passe à 6 puis à un nombre compris entre 60 et 69 multiple de 7, c'est-à-dire 63.

- Conclure que le nombre écrit par Pascal est 63 et que celui-ci peut avoir obtenu 24 de deux manières, en utilisant les séquences de touches spéciales RUR ou URR.

Attribution des points

- 4 Solution correcte et complète (63, deux possibilités : RUR ou URR) avec justifications complètes
- 3 Solution correcte et complète, avec explications incomplètes ou qui ne montrent pas l'exhaustivité de la recherche ou : le nombre 63 est trouvé mais avec une seule séquence de touches et les explications correspondantes
- 2 Le nombre 63 est trouvé mais avec une seule séquence de touches et sans explications claires
- 1 Début de raisonnement cohérent
- 0 Incompréhension du problème

17. LA RÉCOLTE DES OLIVES - DIE OLIVENERNTE (Cat. 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : fractions, proportionnalité
- Algèbre : équations du premier degré

Analyse de la tâche

- Pour la première question, il faut mettre en relation les parties récoltées : $1/6$ et $1/4$ avec les nombres d'élèves : 12 et le nombre inconnu d'élèves de la classe B ; puis se rendre compte qu'on est en présence de grandeurs proportionnelles, vu que chaque élève récolte la même quantité d'olives pendant les 4 heures. (par des réflexions du genre : « plus on est nombreux, plus la partie récoltée est grande » ou « si on double le nombre d'élèves, la partie récoltée double »,....).
- Effectuer les calculs correspondants en utilisant l'une ou l'autre des propriétés de la proportionnalité, par exemple : après avoir transformé $1/6$ et $1/4$ en fractions de mêmes dénominateurs $2/12$ et $3/12$, voir que les parties d'olivieraie récoltées passent de 2 à 3 par une multiplication par $3/2$ et que le nombre d'élèves de la classe B est $3/2 \times 12 = 18$; ou effectuer le calcul de la « quatrième proportionnelle » : $12 : 1/6 = n : 1/4$. D'où $n = 18$.
- Pour répondre à la seconde question il y a plusieurs procédures utilisant les fractions ou une équation :
- Avec les fractions, on peut partir du calcul $1/4 + 1/6 = 5/12$, et considérer qu'il reste alors $7/12$ de l'olivieraie à cueillir pour le mercredi. Si les deux classes ensemble ont récolté $5/12$ en 4 heures (240 minutes), pour terminer il leur faudrait $240 \times 7/5 = 336$ minutes, ce qui fait 5 heures et 36 minutes.
- Avec une équation, si on désigne par x le temps nécessaire à l'ensemble des deux classes A et B pour récolter toutes les olives, on peut écrire : $(1/4 + 1/6)x = 4$, car les élèves ont mis ensemble 4 heures pour récolter $1/4 + 1/6$ de la totalité de l'olivieraie. Cela donne $x = 4 \times 12/5 = 48/5$ d'heure, ce qui fait 9 h et 36 minutes. En retirant les 4 heures déjà effectuées, on trouve qu'il reste 5 heures et 36 minutes pour terminer la récolte le mercredi. Les élèves auront donc fini leur cueillette à 13 h 36.

Ou: après avoir observé que les 30 élèves des deux classes récoltent en 4 heures $1/6 + 1/4 = 5/12$ des olives, poser la proportion $5/12 : 4 = 7/12 : x$, où x indique le temps nécessaire pour récolter toutes les olives, exprimé en heures, pour obtenir $x = 28/5$ ce qui représente 5h et 36min.

Attribution des points

- 4 Réponses correctes aux 2 questions (18 élèves ; 5h 36 min) avec explications claires et détaillées
- 3 Réponses correctes aux 2 questions sans explication
- 2 Réponse correcte à une question avec explications claires et détaillées
- 1 Réponse correcte à une question sans explication
ou réponse 11 h 12 min due à l'erreur considérant 8 h de travail au lieu de 4h des deux premiers jours
- 0 Incompréhension du problème