

**1. AUTOCOLLANTS - KLEBEBILDER (Cat. 3)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication, numération décimale (échanges centaines, dizaines et unités)

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les différentes équivalences : une enveloppe vaut 10 feuilles, une feuille vaut 10 autocollants et, surtout, une enveloppe vaut 100 autocollants.
- Établir les comptes de chacun, en feuilles :  
Julie : 4 enveloppes = 40 feuilles, 24 feuilles, et 12 autocollants qui valent 1 feuille et 2 autocollants, au total : 65 feuilles et 2 autocollants,  
Oscar : 6 enveloppes = 60 feuilles, 3 feuilles et 31 autocollants qui valent 3 feuilles et 1 autocollant, au total 66 feuilles et 1 autocollant ;  
ou : établir les comptes correspondants, en autocollants, pour obtenir : Julie 652 et Oscar 661  
ou : faire les comptes en enveloppes et feuilles pour constater qu'ils ont chacun 6 enveloppes, qu'Oscar a 6 feuilles alors que Julie n'en a que 5, sans indiquer les autocollants isolés (information qui n'est plus nécessaire),  
ou : construire un tableau avec, pour chaque enfant, le détail des enveloppes, feuilles et autocollants et les échanges correspondants,  
ou : utiliser les connaissances sur les centaines et dizaines pour passer directement aux additions :  
Julie :  $400 + 240 + 12 = 652$  et Oscar :  $600 + 30 + 31 = 661$ .
- Exprimer la conclusion en disant que c'est Oscar qui a le plus d'autocollants.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (Oscar) avec explications détaillées permettant de dire qui a le plus d'autocollants (somme des autocollants de chacun avec additions, nombres d'enveloppes et de feuilles, dessins précis, ...)
- 3 Réponse correcte (Oscar) avec des explications peu claires  
ou sommes de chacun avec explications complètes, mais sans dire qui en a le plus
- 2 Réponse correcte avec explications incomplètes (par exemple sans avoir effectué tous les échanges nécessaires par exemple)  
ou une erreur de calcul avec une réponse cohérente
- 1 Début de recherche ou réponse « Oscar » sans aucune explication, (qui pourrait se baser par exemple sur le nombre des enveloppes seulement)
- 0 Incompréhension du problème, réponse "la même chose" à partir de la somme des objets

**2. RMT 2005 (Cat. 3, 4)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : approche de la notion d'aire, détermination de l'aire de figures par recouvrement et comptage d'unités

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte que la quantité de peinture dépend de la grandeur des surfaces à recouvrir et qu'il faut trouver une (ou plusieurs) unités d'aire pour les comparer.
- Choisir, parmi les unités les plus évidentes : la « brique » (rectangle), la « demi-brique » (carré), le triangle ou demi-carré (qui permet d'avoir des nombres entiers d'unités).
- L'unité (ou les unités) choisie(s), organiser les comptages après avoir éventuellement dessiné le pavage complet en triangles ou en triangles et carrés.
- Se rendre compte qu'il est inutile de calculer l'aire des « 0 » et qu'il suffit de comparer celles du « 2 » et du « 5 ».
- Trouver les aires par comptage et conclure que c'est Marc qui utilisera le plus de peinture, en donnant par exemple, avec le carré comme unité : aire du « 2 » = 34 et aire du « 5 » = 36

**Attribution des points**

- 4 La réponse juste (Marc) avec l'aire des lettres « 2 » et « 5 » et les explications sur la manière de les obtenir (si les aires des « 0 » sont aussi indiquées, 42 carrés, sans erreur, on les accepte)
- 3 La réponse juste, avec les aires, mais sans indication sur la manière dont elles ont été obtenues  
ou la réponse juste et expliquée, avec une erreur dans le calcul de l'aire de « 0 »
- 2 Une seule erreur dans le comptage des unités d'aire du « 2 » ou du « 5 », avec explications et réponse cohérente
- 1 La réponse juste (Marc), sans explications sur la détermination de l'aire (« on a vu que ... »), début de recherche

0 Incompréhension du problème ou prise en compte des périmètres, estimations visuelles

**3. BOUQUETS DE FLEURS - BUNTE BLUMENSTRÄUßE** (Cat. 3, 4)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique et raisonnement : affirmation, négation et complémentaire, conjonction

**Analyse de la tâche**

- Travailler par essais non organisés.
- Tenir compte des renseignements donnés, dans un ordre libre, et en tenant compte des informations qu'elles contiennent :  
Exemple de raisonnement :
  - Mme Andrea aura les œillets rouges ou les tulipes rouges (« uniquement rouge » entraîne « ni jaune, ni blanc »),
  - Mme Caro et Mme Dario auront les œillets jaunes et les tulipes jaunes,
  - Mme Caro ne veut que des œillets, elle aura donc les œillets jaunes
  - Mme Dario recevra donc les tulipes jaunes (les fleurs qui restent parmi les « jaunes »),
  - Mme Lamar veut des œillets, elle aura les rouges (puisque les jaunes sont attribués à Mme Caro),
  - Mme Andrea recevra les tulipes rouges (les œillets rouges sont déjà attribués),
  - et enfin, Madame Basset recevra les roses blanches (tous les autres sont déjà attribués).
- Ou, construction d'un tableau ou d'un graphique où les élèves procèdent par éliminations et où, par exemple, après la prise en compte des quatre consignes, on s'aperçoit que Mme Caro devra avoir les œillets jaunes, ce qui conduira à trois autres « non » dans cette colonne et à déterminer que Mme Dario aura les tulipes jaunes, etc.

personne fleurs	œillets rouges	œillets jaunes	tulipes rouges	tulipes jaunes	roses blanches
Andrea		non		non	non
Blum					
Caro	non	oui	non	non	non
Dario	non		non		non
Lamar			non	non	non

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte : (A ; tulipes rouges), (B ; roses blanches), (C ; œillets jaunes) ; (D ; tulipes jaunes), (L ; œillets rouges), avec enchaînement logique explicite et compréhensible, ou justification fondées sur un tableau ou un schéma
- 3 Solution correcte mais avec des explications difficiles à comprendre ou incomplètes
- 2 Solution juste, sans explications
- 1 Solution partiellement juste (inversion de deux personnes), début de recherche
- 0 Incompréhension du problème

**4. POTEAUX DE NOMBRES - ZAHLENZAUN** (Cat. 3, 4, 5)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, décomposition d'un nombre en somme de trois termes
- Logique : raisonnement

**Analyse de la tâche**

- Trouver les décompositions possibles pour chaque colonne et s'apercevoir, au vu des contraintes de l'énoncé qu'il n'y en a qu'une seule par colonne : 3 et 5 pour la 1<sup>e</sup> et la 3<sup>e</sup> colonnes ; 1 et 2 pour la 2<sup>e</sup> colonne ; 2, 4 et 5 pour la 4<sup>e</sup> ; 2 et 3 pour la 5<sup>e</sup>.
- Placer ensuite les nombres d'une ligne ou d'une colonne en respectant les contraintes (« pas deux mêmes nombres dans une même ligne/même colonne » et « somme ») et en déduire la position des autres par déductions successives, par exemple : les trois cases de la 2<sup>e</sup> colonne doivent contenir, depuis le bas, les nombres : 4, 1 et 2 ; par conséquent le 5 de la 4<sup>e</sup> colonne doit être au troisième étage, ce qui entraîne la présence du 3 à cet étage dans la première colonne, etc.
- Ou : travailler par hypothèses lorsque plusieurs dispositions sont possibles, par exemple, placer les nombres 2, 3, 5 dans cet ordre, dans la première ligne, intervertir le 2 et le 3 en voyant que le 2 ne convient pas en première colonne et ainsi « tomber » sur la solution.
- Se rendre compte qu'il n'y a qu'une seule solution :

3	2	4	5	1
5	1	3	4	2
1	4	5	2	3

**Attribution des points**

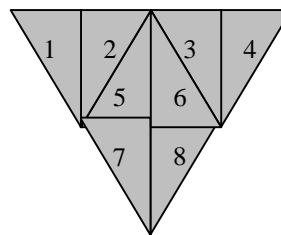
- 4 La solution correcte, avec explications des raisonnements suivis qui permettent d'être certain que la solution est unique (description des essais, détermination des nombres possibles pour quelques colonnes, ...), ou en disant dans quel ordre les nombres ont été placés, et pourquoi
  - 3 La solution correcte, sans explications ou avec des explications incompréhensibles  
ou de 1 à 2 erreurs\* (nombres différents de ceux de la solution, ou inversion de deux nombres d'une même ligne ou d'une même colonne), avec explications
  - 2 De 1 à 2 erreurs sans explications  
ou 3 à 4 erreurs avec explications incomplètes
  - 1 5 ou 6 erreurs
  - 0 Plus de 6 erreurs ou incompréhension du problème
- \* Il n'est pas envisageable de distinguer différents types d'erreurs en fonction du nombre de violation des consignes. Par exemple : un « 4 » à la place du « 3 » en bas de la dernière colonne viole 2 consignes, un « 1 » à la place du 3 » en viole 3, un « 6 » à la place du « 3 » en viole 4. L'inversion du « 2 » et du « 3 » dans la dernière colonne viole 2 fois la même consigne, mais si elle se produit dans la ligne du bas, elle viole 3 consignes.

**5. LE FOULARD DE GRAND-MERE - GROßMUTTERS KOPFTUCH (Cat. 3, 4, 5)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : identification de triangles dans une figure complexe
- Logique et raisonnement : organisation d'un comptage systématique

**Analyse de la tâche**

- Se rendre compte qu'on peut voir d'autres triangles que les 8 « petits » triangles rectangles qui composent le pavage de la figure.
- Identifier et dénombrer les triangles composés de deux « petits » triangles. Il y en a 6 en tout, de deux sortes :  
4 triangles équilatéraux (3 aux sommets de la figure, un - retourné - au centre),  
2 triangles isocèles au centre (placés symétriquement, avec leur long côté vertical)
- Identifier les deux triangles rectangles formés de 4 « petits » triangles.
- Prendre en compte le « grand triangle » qui fait le pourtour de la figure.
- Effectuer le total  $8 + 6 + 2 + 1 = 17$ .
- Désigner les 17 triangles : par des couleurs sur des figures différentes (par ce procédé, il n'est pas possible de les distinguer sur une même figure), par des lettres placées aux sommets, par des numéros, etc. ) Par exemple : les 8 « petits » : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,  
les 6 triangles de deux « petits » : 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, puis 5-7, 6-8  
les 2 triangles de quatre « petits » : 1-2-5-7, 3-4-6-8,  
le « grand » triangle : 1-2-3-4-5-6-7-8

**Attribution des points**

- 4 Les 17 triangles trouvés et désignés clairement
- 3 Les 17 triangles trouvés mais mal désignés ou décrits  
ou absence d'une seule catégorie (« 16 » oublié du grand, « 15 » oublié des deux triangles rectangles formés de 4 « petits », « 13 » oublié des quatre triangles équilatéraux, etc.) avec désignation claire des autres
- 2 Réponse « 17 » sans désignation ou dessins  
ou absence d'une seule catégorie, mal désignés ou décrits (trois catégories mal présentées)  
ou absence de deux catégories, avec désignation claire des autres
- 1 Oubli de plus de deux catégories (seulement les 8 petits triangles par exemple)
- 0 Incompréhension du problème

**6. LES TROIS LAPINS - DREI KANINCHEN** (Cat. 4, 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : soustraction et, éventuellement, division

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les 5 premiers jours, les nombres des légumes diminueront de 1 chaque jour. Puis, dès le 6<sup>e</sup> jour, le nombre de carottes diminuera de 1 par jour, mais celui des navets diminuera de 4 par jour (pour les lapins brun et noir). Enfin, lorsqu'il n'y aura plus de navets, les lapins mangeront, à eux trois, 9 carottes par jour.

Effectuer les opérations correspondantes : alternance de soustraction et de division pour chaque légume.

- La démarche la plus probable et la plus efficace est de faire un inventaire jour après jour, ou par tranches de temps jusqu'à épuisement d'un des légumes, en tableau ou du genre :

carottes	45	44	...	40	39	38	37	36	27	18	9	0
navets	21	20	...	16	12	8	4	0	0	0	0	0
choux1	5	4	...	0	0	0	0	0	0	0	0	0
jours	0	1	...	5	6	7	8	9	10	11	12	13

La réponse attendue est donc 13 jours.

**Attribution des points**

- 4 Réponse 13, avec explications sous forme d'un texte et/ou d'un tableau
- 3 Réponse 13, avec explications peu claires ou tableau difficile à interpréter  
ou réponse 12 ou 14, avec tableau et/ou texte témoignant d'une réflexion par ailleurs correcte
- 2 Démarche correcte avec l'état du stock jusqu'au 9<sup>e</sup> jour, suivie d'erreurs dans la suite  
ou réponse 13 sans explications
- 1 Début de résolution correct, avec l'état du stock jusqu'au 5<sup>e</sup> jour
- 0 Incompréhension du problème

**7. LA PLAQUE DE VOITURE - DAS NUMMERNSCHILD** (Cat. 4, 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition
- Logique : combinatoire

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la somme des trois chiffres centraux doit être  $5 = 22 - (9 + 8)$ . Chercher les décompositions possibles de 5 en somme de 3 termes différents et trouver les 12 combinaisons réalisables avec ces décompositions.
- Noter les 12 numéros de plaque possibles :  
9 014 8, 9 041 8, 9 104 8, 9 140 8, 9 401 8, 9 410 8, 9 023 8, 9 032 8, 9 203 8, 9 230 8, 9 302 8, 9 320 8.

**Attribution des points**

- 4 Les 12 numéros possibles (90148, 90418, 91048, 91408, 94018, 94108, 90238, 90328, 92038, 92308, 93028, 93208), avec explications ou tableaux
- 3 Les 12 numéros possibles, sans explications  
ou les 12 combinaisons possibles des trois chiffres centraux (014, 041, 104, 140, 401, 410, 023, 032, 203, 302, 230, 320) mais oubli de remettre le 9 au début et le 8 à la fin de chaque numéro, avec explications,  
ou oubli de 1 ou 2 numéros ou 12 à 13 réponses dont 1 à 2 sont répétées, avec explications  
ou non-respect de la contrainte des chiffres tous différents, avec les 9 solutions nouvelles qui en découlent logiquement : 005, 050, 500, 311, 131, 113, 221, 212, 122, avec explications
- 2 Oubli de 3 à 5 numéros ou 12 réponses et plus dont 3 à 5 sont fausses ou répétées  
ou non-respect de la contrainte des chiffres tous différents, avec les 9 solutions nouvelles qui en découlent logiquement : 005, 050, 500, 311, 131, 113, 221, 212, 122, avec ou sans explications
- 1 Moins de 7 numéros trouvés seulement, avec ou sans explications
- 0 Incompréhension du problème

**8. POUR QUI SONNE L'HORLOGE - WEM DIE STUNDE SCHLÄGT** (Cat. 5, 6)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition et multiplication

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il se passe 24 heures avant que Pierre ne remonte l'horloge.
  - Faire la liste complète de toutes les sonneries, avec le nombre de coups correspondants, puis additionner ou compter ou travailler pour toutes les heures et pour les demi-heures séparément.
- ou
- Comprendre que l'horloge sonnera 24 fois 1 coup pour les demi-heures, et, effectuer les calculs  $2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) = 2 \times 78 = 156$  pour les heures et calculer finalement le nombre total de sonneries :  $180 = 156 + 24$ .  
ou, éventuellement, calculer  $(1+2+3+4+5+\dots+12) = 13 \times 6 = 78$ ,  $78 \times 2 = 156$ ,  $156 + 24 = 180$ , par associativité et commutativité.
- ou
- Travailler sur 12 heures, et compter les coups par tranches d'une heure :  $2 \times (2 + 3 + 4 + \dots + 13) = 2 \times 90 = 180$ .

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte : 180 coups, avec explications détaillées
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires
- 2 Raisonnement correct mais réponse fautive due à une erreur de calcul, avec explications  
ou réponse correcte sans aucune explication
- 1 Début de raisonnement cohérent
- 0 Incompréhension du problème.

**9. GRILLES D'ALLUMETTES - STREICHHOLZ-GITTER** (Cat. 5, 6, 7)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition et multiplication, éventuellement notion de fonction numérique

**Analyse de la tâche**

- Continuer éventuellement la suite de figures et compter pour chacune d'elles les allumettes, constituer une liste de nombres associée à celle des figures pour la compléter ensuite,
- Constater que dans la suite 12, 17, 22, 27, 32, ... on passe d'un terme au suivant en ajoutant 5.
- Ajouter 99 fois 5 à 12 pour obtenir  $12 + 99 \times 5 = 507$ .

Ou / et : présenter les résultats sous forme de tableau :

figure no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	20	...	30	...	40	...	80	...	100
allumettes	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	...	107	...	157	...	207	...	407...	...	507

et observer les séquences des chiffres 2 et 7 pour les unités, et des chiffres des dizaines pour sauter des étapes en travaillant de 10 en 10, de 20 en 20, etc.

Ou : Trouver la loi de passage qui permet ensuite de déterminer l'image de 100.

Ou : Utiliser la relation « multiplier par 5 et ajouter 7 » (l'écriture algébrique  $f(x) = 5x+7$  n'est pas attendue en catégorie 5 et 6) pour trouver la réponse attendue (507).

Ou : Sans construire la suite, ni passer par une procédure fonctionnelle, se rendre compte que la 100<sup>e</sup> figure aura une longueur de 101 et calculer les segments horizontaux :  $3 \times 101$  et les verticaux  $2 \times 102$ .

**Attribution des points**

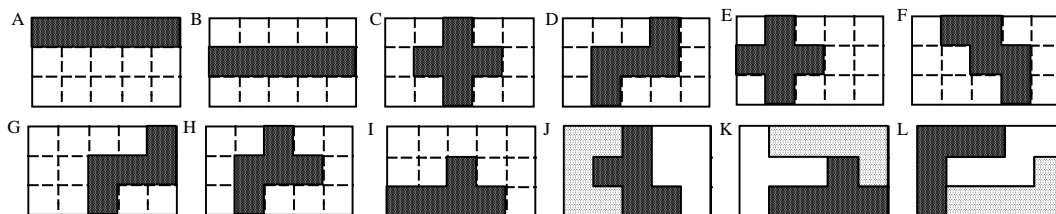
- 4 Réponse correcte (507) avec explication correcte de la démarche ( $12 + 99 \times 5$  ou  $3 \times 101 + 2 \times 102$ , etc.)
- 3 Réponse correcte (507) avec explication peu claire ou incomplète
- 2 Valeur proche de 507, avec explications mais erreur sur le nombre de « pas » (réponse comme 502 ou 512), ou réponse correcte sans explication  
ou procédure correcte mais avec une (seule) erreur de calcul conduisant à une réponse plus éloignée de 507
- 1 Suite définie jusqu'à 10, puis erreur en « linéarisant » et en multipliant l'image de 10 par 10 pour avoir celle de 100 (réponse 570)
- 0 Incompréhension du problème

**10. PENTAMINOS (Cat. 5, 6, 7)****ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique et raisonnement : organisation systématique
- Géométrie : observation de formes

**Analyse de la tâche**

- Observer que certaines pièces occupent 3 couches de carrés dans la grille, d'autres seulement 2, ou 1 couche (A, B).
- Constaté que la « barre » (A), ne laisse que deux couches qui ne pourraient être complétées que par deux pièces égales.
- Constaté qu'une position centrale pour certaines pièces symétriques impliquerait qu'on devrait utiliser deux fois le même pentamino pour compléter le rectangle « 3 x 5 ». (B, C, D)
- Observer que certains pentaminos, selon leur disposition, partagent la grille en fragments qui ne comptent pas exactement 5 carrés et rendent donc toute solution impossible. (E, F, G, H)
- À la suite de ces constatations, vérifier pièce par pièce s'il est possible de compléter la grille « 3x5 » avec deux autres pentaminos différents. Par exemple en modifiant la disposition du pentamino de (H) en (J), on trouve une solution, de même pour le changement de (I) en (K).
- Constaté que seuls, la « barre » (A, B), la « croix » (C, E), le « Z » (D, G) et le « W » (F) ne peuvent être utilisés. On trouve des configurations de trois pentaminos différents pour les huit autres (par exemple J, K, L)

**Attribution des points**

- 4 Les 4 pièces impossibles (la « barre », la « croix », le « Z » et le « W » avec justifications (vérification pièce par pièce, des 12 pentaminos : une solution suffit pour les pièces « possibles », toutes les positions doivent être examinées pour les pièces « impossibles »)
- 3 Les 4 pièces impossibles avec justifications incomplètes (manquent plusieurs vérifications)  
ou 1 erreur (pièce « impossible » manquante ou pièce « possible » jugée « impossible ») avec justifications correspondantes
- 2 3 pièces impossibles trouvées, avec justifications incomplètes ou 2 erreurs, avec justifications correspondantes
- 1 2 pièces impossibles trouvées, avec justifications incomplètes ou 3 erreurs, avec justifications correspondantes
- 0 1 seule pièce trouvée ou plus de 3 erreurs ou incompréhension du problème

**11. LES CHAMPIGNONS - DIE PILZE** (Cat. 6, 7, 8, 9)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, multiplication
- Logique : gestion de plusieurs conditions simultanées
- Algèbre : résolution d'un système d'équations et inéquations du premier degré à 5 inconnues

**Analyse de la tâche**

- Chercher les répartitions possibles des champignons dans les paniers d'Anna et de Céline et trouver les 5 possibilités respectant les contraintes de l'énoncé. 4 et 3 ; 5 et 2 ; 4 et 2 ; 3 et 2, 3 et 3 à ce moment de la recherche.
- Calculer le nombre correspondant de champignons de Bruno dans les cinq cas puis la différence entre le nombre total de champignons et la somme des champignons récoltés par Anna, Céline et Bruno, c'est-à-dire ceux de mon oncle et Daniel ensemble
- Calculer enfin les deux derniers nombres, à partir de la somme connue :  $D + O$  et de la relation donnée par l'énoncé :  $D = O + A$ . On peut procéder par essais successifs ou par un raisonnement arithmétique avec substitution, correspondant à une procédure algébrique. (Par exemple, en substituant  $O+A$  à  $D$  dans l'expression connue  $D + O$ , on obtient  $2xO + A$ , puis en enlevant  $A$  on arrive à  $2xO$ ).

Les résultats peuvent être organisés en tableau, par exemple :

Anna	Céline	Bruno	A+B+C	D + O	Daniel	Oncle
<b>5</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	13	17	<b>11</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	16	14	<b>9</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	12	18	<b>11</b>	<b>6</b>
3	3	9	15	15	9	6
<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	11	19	<b>11</b>	<b>8</b>

- Le contrôle de la condition « Ce n'est pas Anna qui a récolté le moins de champignons » élimine la 4<sup>e</sup> hypothèse et il ne reste que les solutions, remises dans l'ordre A, B, C, D, O : (5, 6, 2, 11, 6) ; (4, 9, 3, 9, 5) ; (4, 6, 2, 11, 6) ; (3, 6, 2, 11, 8)

**Attribution des points**

- 4 Les 4 réponses correctes ( 3 6 2 11 8 / 4 6 2 11 7 / 5 6 2 11 6 / 4 9 3 9 5 ), avec justifications
- 3 3 réponses correctes avec justifications ou 4 réponses sans justifications
- 2 2 ou 3 réponses correctes sans justifications
- 1 1 seule réponse correcte, avec ou sans justifications
- 0 Incompréhension du problème

**12. LES BISCUITS DE NORA - NORA UND IHRE KEKSE** (Cat. 6, 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiples, multiples communs, addition

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que, pour chacune des conditions, il y a une infinité de nombres possibles, obtenus à partir des multiples respectifs de 9, 8, 12, et 16 par addition de, respectivement, 5, 7, 11 et 15.
- Établir les quatre listes de nombres et éventuellement, faire ressortir les éléments communs à une ou plusieurs listes (en couleur, par des marques, etc.) :  
multiples de 8 augmentés de 7 : 7, 15, **23**, 31, 39, **47**, 55, 63, 71, 79, 87, **95**, 103, 111, 119, 127, 135, **143**, 151, 159, **167**, ...  
multiples de 9 augmentés de 5 : 5, 14, **23**, 32, 41, 50, 59, 68, 77, 86, **95**, 104, 113, 122, 131, 140, 149, 158, **167**, 176, ...  
multiples de 12 augmentés de 11 : 11, **23**, 35, **47**, 59, 71, 83, **95**, 107, 119, 131, **143**, 155, **167**, 179, ...  
multiples de 16 augmentés de 15 : 15, 31, **47**, 63, 79, **95**, 111, 127, **143**, 159, 175, 191, ...
- Constat que 95 est la première occurrence commune dans les quatre suites et voir d'autres régularités comme les éléments communs aux trois premières suites qui apparaissent en 23, 95, 167, ..., de 72 en 72, (ppmc de 8, 9, 12), ou comme les éléments communs aux trois suites "8", "12" et "16" qui apparaissent en 47, 95, 143, ... de 48 en 48 (ppmc de 8, 12 et 16), etc.  
et poursuivre par des raisonnements du même genre jusqu'à 383.  
ou, selon une méthode experte, chercher directement le ppmc de 8, 9, 12, 16, qui est 144, puis établir la liste des multiples de 144 auxquels on ajoute 95 : 95, 239, 383, 527 et choisir le 383, qui se situe entre 300 et 500.  
ou se rendre compte que  $x+1$  est multiple de 8, 12 et 16, c'est-à-dire de 48. Chercher, parmi les multiples de 48 compris entre 300 et 500 (336, 384, 432, 480) celui qui, lorsqu'on lui enlève 1, donne un reste de 5 par une division par 9 ( $335:9 = 37 \text{ } r=2$ ,  $383:9 = 42 \text{ } r=5$ ,  $431:9 = 47 \text{ } r=8$ ,  $479:9 = 53 \text{ } r=2$ ) et trouver ainsi 383.

**Attribution des points**

- 4 Réponse 383 biscuits, avec explications détaillées montrant une méthode rigoureuse (experte ou par listes)
- 3 Réponse 383 biscuits, avec explications moins fouillées ou pas très claires
- 2 Réponse 383 biscuits sans explications  
ou démarche correcte avec une erreur de calcul dans la recherche des multiples
- 1 Autre réponse, mais avec des listes partiellement justes ou explications témoignant d'une partie de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

**13. LES « BIPALINDROMES » - « DOPPEL-PALINDROME »** (Cat. 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Nombres entiers naturels, dénombrement, organisation systématique

**Analyse de la tâche**

- Tenir compte des toutes les contraintes du problème : palindrome, bipalindrome, absence du 0
- Pour dénombrer toutes les plaques, il est nécessaire de passer par une organisation dans la recherche :  
Exemple : partir de 111 111, en continuant avec 111 121, 111 131, 111 141 ... 111 191, (9 plaques), puis 111 212, 111 222, ... jusqu'à 111 292 (à nouveau 9 plaques), puis jusqu'à 111 999, ce qui conduit donc à un total de 81 plaques commençant par 111.
- Comprendre que, comme chacun des palindromes de la 2e partie du nombre peut figurer également comme première partie du nombre, on a comme solution au problème posé :  $81 \times 81 = 6561$  plaques différentes.  
ou utiliser des dispositions graphiques ou des modèles comme, par exemple, des « compteurs » :



le 1 est fixe dans la case centrale du premier compteur et les chiffres varient de 1 à 9 dans les autres cases, ce qui donne 81 possibilités, ou le 1 est fixe dans les cases « extérieures » du second et les chiffres varient de 1 à 9 dans la case centrale, ce qui donne aussi 81 possibilités, ce qui conduit à  $81 \times 81 = 6561$  combinaisons des deux compteurs.

**Attribution des points**

- 4 Réponse juste (6561) avec explication correcte de la démarche
- 3 Réponse juste (6561) avec calcul seul ( $81 \times 81$  ou « 81 au carré », ...) avec explication incomplète
- 2 Réponse juste (6561) sans explications ou réponse  $6480 = 81 \times 81 - 81$  ou recherche organisée mais erreur de dénombrement
- 1 Début de démarche correct (par exemple  $81$  ou  $2 \times 81, \dots$ )
- 0 Incompréhension du problème



---

**14. DRÔLE DE PANNEAU - EIGENARTIGES VERKEHRSSCHILD** (Cat. 7, 8)**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations dans l'ensemble des nombres entiers
- Algèbre : recherche de fonctions, égalité de fonctions, éventuellement résolution d'équation

**Analyse de la tâche**

- Comprendre ce qu'on entend par « bordure » et « triangle intérieur » en vérifiant les données : 16 et 33 triangles.
- Dessiner d'autres figures, constater, au passage, que la mesure du côté du triangle intérieur vaut toujours 3 de moins que celle du triangle extérieur.
- Relever les dimensions et aires correspondantes des deux triangles et de la bordure, par exemple :
 

mesure du côté du triangle extérieur :	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
mesure du côté du triangle intérieur :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
aire du grand triangle :	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
aire du triangle intérieur (I):	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
aire de la bordure (B):	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63

 et éventuellement ajouter une ligne pour la différence entre l'aire de la bordure et celle du triangle intérieur :
 

différence B – I	9	14	17	18	17	14	9	2	-7	-18
------------------	---	----	----	----	----	----	---	---	----	-----
- L'observation des dernières lignes mène à la conclusion qui s'impose : il n'y a pas de valeur qui permette d'obtenir un panneau répondant à la condition fixée. C'est pour un triangle intérieur de côté 7 que I et B sont les plus proches (49 et 51), au-delà, c'est I qui l'emporte (fonction « élever au carré ») sur B (fonction « multiplier par 6 et ajouter 9 »).

Ou : par un raisonnement algébrique, montrer que, si les aires I et B étaient égales, du fait que les aires des triangles exprimées en petits triangles sont des carrés, on aurait une équation du type  $2n^2 = m^2$ , ou  $m = n\sqrt{2}$ . On serait alors en présence d'une contradiction puisque  $\sqrt{2}$  est irrationnel et m et n devraient être des nombres naturels. Ce raisonnement permet d'affirmer qu'il n'y a pas de solution, même pour des bordures plus larges.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (impossible) avec une des justifications ci-dessus ou une autre, rigoureuse et détaillée
  - 3 Réponse correcte avec tentative d'explication, par exemple à partir de plus de deux essais, sans erreur de calcul ou réponse avec justification complète mais avec une erreur de calcul
  - 2 Réponse correcte, donnée à partir d'un ou deux essais seulement
  - 1 Erreurs de calculs menant à l'affirmation qu'il y a une solution ou début de recherche (un ou deux panneaux dessinés) mais sans conclusion ou réponse correcte sans explication
  - 0 Incompréhension du problème
-

## 15. LA SOURIS - DIE MAUS (Cat. 7, 8)

### ANALYSE A PRIORI :

## Domaine de connaissances

- Logique

## Analyse de la tâche

- Dresser une liste des différentes possibilités :
  - A) Claude dit la vérité (a<sub>1</sub>) Marco ou Pedro est coupable  
 Marco ment (a<sub>2</sub>) Pedro n'est pas coupable  
 Pedro ment (a<sub>3</sub>) Claude n'est pas coupable  
 Marco serait le coupable
  - B) Claude ment (b<sub>1</sub>) Claude est coupable  
 Marco dit la vérité (b<sub>2</sub>) Pedro est coupable  
 Pedro ment (b<sub>3</sub>) Claude n'est pas coupable  
 Cette possibilité est à exclure puisque b<sub>1</sub> contredit b<sub>2</sub> et b<sub>1</sub> contredit b<sub>3</sub>
  - C) Claude ment (c<sub>1</sub>) Claude est coupable  
 Marco ment (c<sub>2</sub>) Claude ou Marco est coupable  
 Pedro dit la vérité (c<sub>3</sub>) Claude est coupable  
 Claude serait le coupable
- En déduire que les seules certitudes sont que Marco ment et que Pedro ne peut être coupable.  
 Sans information supplémentaire, on ne peut pas savoir si c'est Claude ou Marco qui a joué le mauvais tour.

**Attribution des points :**

- 4 La réponse complète (Marco ment , le coupable est Claude ou Marco, mais pas Pedro) avec explications cohérentes  
3 La réponse complète avec explications peu claires  
2 Réponse incomplète, (sans toutes les déductions comme, par exemple seulement *Marco ment*), avec explications correspondantes  
1 Début de raisonnement correct ou réponse complète pour un seul coupable : « Marco car c'est Claude qui dit la vérité » ou « Claude car c'est Pedro qui dit la vérité »  
0 Incompréhension du problème

## 16. EXCURSION À LA MER - AUSFLUG ANS MEER (Cat. 8)

## ANALYSE A PRIORI

### Domaine de connaissances

- Arithmétique : fractions
- Algèbre : équations

## Analyse de la tâche

- Comprendre que le parcours effectué par Aldo en 50 minutes sera couvert par l'autobus dans les 10 minutes qui restent de la première heure, ce qui revient à dire que la vitesse de l'autobus vaut 5 fois celle d'Aldo ou que, pour une même durée, il réussit à parcourir  $\frac{1}{5}$  de ce que parcourt l'autobus.

On peut aussi résoudre l'équation  $50(v + a) = 60a$  où  $v$  et  $a$  sont les vitesses respectives d'Aldo et de l'autobus pour trouver que  $a = 5v$ .

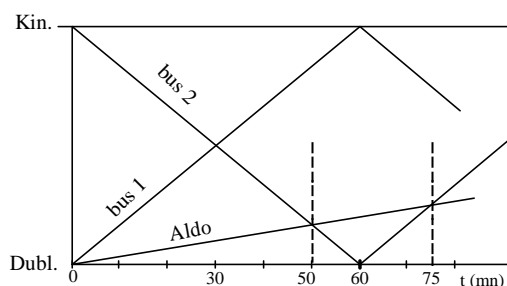
- Voici une solution s'appuyant sur un schéma, par essais successifs:

D                      E    F   G H I                      J                      K

|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|—|.....|—|

Après 50 minutes de marche, Aldo rencontre l'autobus provenant de Kinsale (qui a aussi roulé 50 minutes) au point E et quand ce dernier arrive à Dublin (point D) Aldo est au point F, ayant parcouru  $\frac{1}{5}$  de DE, qui correspond à EF et à une durée de 10 minutes. Puis quand l'autobus repartant de Dublin arrive au point E, Aldo se trouve en G, ayant parcouru de nouveau  $\frac{1}{5}$  de DE en 10 (nouvelles) minutes. Si Aldo marchait encore 10 minutes, il serait en I et l'autobus en J, après l'avoir dépassé. Mais si on fait l'hypothèse que Aldo marche encore 5 minutes après G, il se trouvera en H, à la moitié du trajet GI, et l'autobus se trouvera aussi en H, à la moitié du trajet EJ. Ce dernier essai conduit à la solution : c'est le moment où l'autobus rejoint Aldo, 25 minutes après le premier croisement.

- Voici une résolution graphique avec les déplacements des autobus et de Aldo et la détermination des points d'intersection (Aldo – bus 2) par un dessin précis. (Cette procédure demande une maîtrise des représentations de la fonction  $t \rightarrow d$  et en particulier la connaissance que les vitesses correspondent à la pente des droites).



- Une solution algébrique nécessite un choix judicieux de l'inconnue et la maîtrise, même à un niveau intuitif de la relation entre vitesse, distance et durée,  $v = d/t$  :

Aldo, après  $x$  minutes, de son départ de Dublin, aura parcouru, à la vitesse  $v$ , une distance de  $xv$  km ;

durant la même durée  $x$ , l'autobus, à la vitesse  $5v$ , aura parcouru depuis son départ de Kinsale la distance  $5vx$ , qui comprend le parcours Kinsale-Dublin (60 minutes à la vitesse  $5v$ , c'est-à-dire  $60(5v)$ ) et le parcours d'Aldo ;

on en tire la relation : distance parcourue par l'autobus = distance K-D + distance parcourue par Aldo, traduite par l'équation  $5vx = 60(5v) + xv$ , après une simplification par  $v$ , l'équation devient :  $5x = 300 + x$  dont la solution est 75. Il faut retrancher les 50 minutes jusqu'au premier croisement pour obtenir le durée demandée :  $25 = 75 - 50$ .

- Voici encore une solution mixte avec tableau et considérations algébriques :

Une fois qu'on a déterminé que la vitesse d'Aldo est le 1/5 de celle de l'autobus, on peut dire qu'Aldo met 300 minutes pour parcourir le trajet. En divisant le trajet en 300 unités  $u$ , on peut dire que, en 1 minute, Aldo parcourt 1  $u$ , et que l'autobus en parcourt 5. Ainsi, quand l'autobus repart de Dublin, Aldo se trouve au point 60  $u$ . Le problème peut alors se résoudre par essais successifs, ou à l'aide d'un tableau de ce genre :

	distance de Dublin en $u$	
	Aldo	l'autobus
après 60 minutes	60	0
après 70 minutes	70	50
après 71 minutes	71	55
après 72 minutes	72	60
après 73 minutes	73	65
après 74 minutes	74	70
après 75 minutes	75	75

et on arrive à la solution : 25 minutes ( $75 - 50$ )

ou, par équations, on exprime l'égalité des deux distances de Dublin à partir du tableau : la distance parcourue par Aldo depuis Dublin après que l'autobus soit reparti de Dublin est  $60 + x$  et la distance correspondante de l'autobus est  $5x$ , d'où  $60 + x = 5x$  et enfin  $x = 15$ ,

mais aussi, sans passer par le tableau, si on désigne par  $d$  la distance de Dublin à Kinsale, l'autobus parcourt en une minute une distance pari de  $d/60$ , alors qu'Aldo en parcourt  $d/300$ . Si  $x$  est le nombre de minutes du déplacement, ils se retrouvent lorsque  $(d/60)x = d + (d/300)x$ , ce qui conduit à  $x = 75$ .

#### Attribution des points

- 4 Solution correcte (25 minutes) avec explications claires et détaillées du raisonnement
- 3 Solution correcte avec explications incomplètes ou peu claires
- 2 Solution correcte sans aucune explication  
ou réponse fausse due à une erreur de calcul (ou solution « 75 minutes ») mais avec un raisonnement correct
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

---

## 17. LE VÉLO DE COURSE - DAS RENN RAD (Cat. 8)

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : fractions, rapports
- Mesures : vitesse, distance

#### Analyse de la tâche

- Considérer que  $55/11 = 5$  et que  $42/14 = 3$  et par conséquent, qu'en un tour de pédale, Louis effectue au retour les  $3/5$  du parcours correspondant de l'aller. Alors, avec le même nombre de tours de pédale qu'il a faits à l'aller, il effectue au retour les  $3/5$  de la distance totale. Les 400 constituent donc les  $2/5$  de la distance, qui vaut ainsi **1 km**. (Cette solution ne fait pas intervenir le nombre 100, qui est superflu pour ce type de raisonnement.)

Ou :

- Considérer qu'en 100 tours de pédale, à l'aller, la roue de la bicyclette effectue  $(55/11) \times 100 = 500$  tours qui permettent d'accomplir la distance totale. En 100 tours de pédale, dans le rapport du retour, la roue effectue  $(42/14) \times 100 = 300$  tours. Les 400 mètres qui manquent correspondent à 200 tours de roue, ce qui revient à 2 m par tour de roue. La distance totale, couverte en 500 tours est donc de  $2 \times 500 = \mathbf{1000 \text{ mètres.}}$

#### Attribution des points

- 4 La réponse correcte: 1 km, avec explications
  - 3 Réponse correcte avec des explications peu claires ou incomplètes
  - 2 Raisonnement correct, mais avec une erreur de calcul
  - 1 Début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème
-