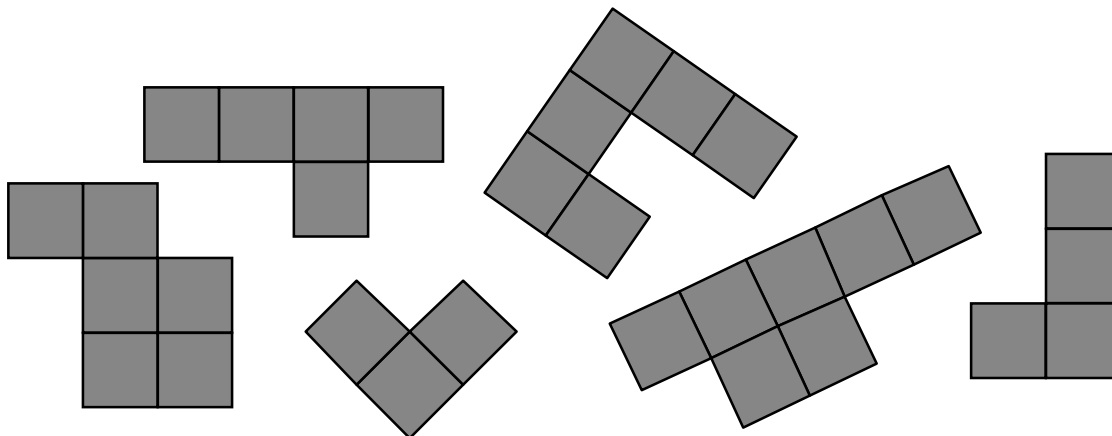


**1. Pièce en trop** (Cat. 3, 4)

Aurélie a formé un carré avec les cinq pièces de son puzzle.

Malheureusement, son petit frère Théo a mélangé certaines pièces et il a encore ajouté une sixième pièce, venant d'un autre puzzle.

Voici les cinq pièces du puzzle et la pièce ajoutée :



**Indiquez la pièce que Théo a ajoutée et reconstituez le puzzle carré d'Aurélie avec les cinq autres pièces.**

**Comment avez-vous fait pour trouver la pièce en trop ?**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : reconnaissance de figures, translations et rotations
- Arithmétique

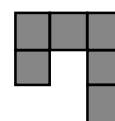
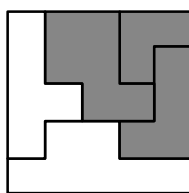
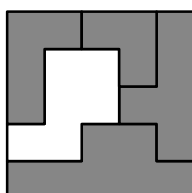
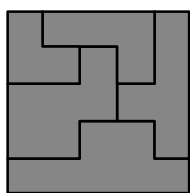
**Analyse de la tâche**

- Faire connaissance avec les pièces, en les découpant, les manipulant ou les reproduisant pour arriver à la conviction que les dimensions du puzzle ne peuvent être autres que  $5 \times 5$
- Chercher à reconstituer le puzzle par essais, au hasard, puis arriver à la certitude que c'est une des pièces de 6 carrés qui est en trop, par la pratique ou par un comptage de tous les carrés contenus dans les six pièces : 31, qui vaut 6 de plus que  $5 \times 5 = 25$ .
- Reconstituer le puzzle en laissant de côté l'une des deux pièces de six carrés et, en cas d'insuccès, recommencer en changeant de pièce supplémentaire. Solutions (on accepte celles où une ou plusieurs pièces sont retournées) :

sans retourner de pièce ;

avec une ou deux pièces retournées :

pièce supplémentaire

**Attribution des points**

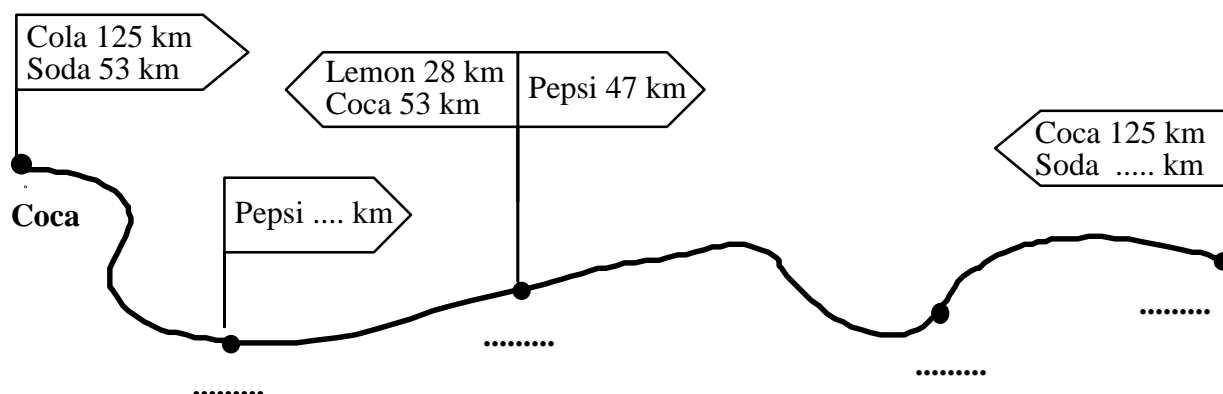
- 4 Le puzzle reconstitué (dessin ou collage) et la pièce supplémentaire indiquée avec une argumentation (par exemple calcul qui montre qu'il faut retirer une pièce de 6 carrés)
- 3 Le puzzle reconstitué, ou sans explications
- 2 Le puzzle non reconstitué mais explications concernant le choix d'éliminer une des pièces de 6 carrés
- 1 Traces d'essais
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 3 - 4

**Origine :** Suisse romande, d'après une idée du « Kangourou, écoliers »

## 2. Les cinq villes (Cat. 3, 4)

Sur la carte du Pays de la Soif, voici la route qui relie les cinq villes du pays, Coca, Cola, Lemon, Pepsi et Soda :



On a aussi copié quelques panneaux qui indiquent les distances entre certaines villes.  
(Par exemple, le panneau de gauche, planté à **Coca**, indique qu'il y a 125 km de Coca à Cola et 53 km de Coca à Soda).

Le nom de Coca est déjà noté à sa place.

**Ecrivez à leur place les noms des quatre autres villes.**

**Écrivez les distances qui manquent sur deux des panneaux.**

**Indiquez comment vous avez trouvé les distances cherchées.**

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition et soustraction
- Géométrie et mesure: repérage et orientation

#### Analyse de la tâche

- Retrouver la disposition des villes selon les indications des panneaux (l'invariance des distances permet selon le sens de parcours de trouver les emplacements de Cola, à droite, et de Soda, en troisième position. Lemon, en deuxième position et Pepsi, en quatrième position sont déterminées par l'orientation des panneaux. Cette disposition peut aussi se faire par essais successifs.
- Déterminer la distance de Cola à Soda (panneau de droite) à partir des informations pertinentes : 125 de Coca à Cola et 53 de Coca à Soda , c'est à dire 72 (  $53 + \dots = 125$  ou  $125 - 53 = 72$  ).
- Déterminer la distance de Lemon à Pepsi (deuxième panneau) à partir des informations : Soda-Pepsi 47, Soda-Lemon 28 c'est à dire 75 (  $47 + 28 = 75$  ).

#### Attribution des points

- 4 Réponse complète (les quatre villes bien placées : Lemon, Soda, Pepsi et Cola), les deux distances 72 et 75 avec les opérations correspondantes
- 3 Comme précédemment, sans les opérations, ou une distance manque mais l'opération est indiquée pour l'autre
- 2 Les quatre villes bien placées et une distance, sans opérations ou avec opérations mais faute de calcul
- 1 Les quatre villes bien placées seulement, ou erreurs dues au mauvais placement des villes dans le calcul des distances, ou réponses partielles
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 3 - 4

Origine : Suisse romande

**3. Bonbons aux fruits** (Cat. 3, 4)

Il y a trois sortes de bonbons dans le paquet de Grand-mère : à l'orange, au citron et à la fraise.

- Il y a un nombre impair de bonbons dans le paquet.
- Les bonbons à la fraise sont les plus nombreux.
- Le nombre des bonbons à l'orange est le même que celui des bonbons au citron.
- Le produit des trois nombres est 36.

**Combien y a-t-il de bonbons de chaque sorte dans le paquet de Grand-mère ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition et multiplication
- Combinatoire : organisation des données

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il s'agit de rechercher trois nombres, dont deux sont égaux et l'un supérieur aux deux autres.
- Comprendre que le fait que la somme soit un nombre impair donne peu d'information (même si on en déduit que le plus grand nombre est impair, il reste une infinité de possibilités).
- Comprendre finalement que la clé réside dans la recherche de tous les produits de trois nombres, dont deux sont égaux, qui valent 36, et dresser cet inventaire :  $1 \times 1 \times 36$ ,  $2 \times 2 \times 9$ ,  $3 \times 3 \times 4$  et  $6 \times 6 \times 1$
- Eliminer les cas ne répondant pas aux contraintes de l'énoncé : 6, 6, 1 car un nombre doit être plus grand que les deux autres, 1, 1, 36 et 3, 3, 4 car les sommes (38 et 10) ne sont pas des nombres impairs et conserver la seule solution acceptable : 2, 2, 9.  
ou travailler à partir de la liste des diviseurs de 36

**Attribution des points**

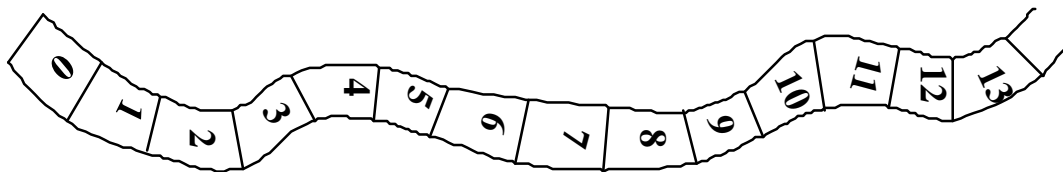
- 4 Solution correcte (2, 2, 9) avec justifications et détail des calculs ( $2 \times 2 \times 9 = 36$  et  $2 + 2 + 9 = 13$ )
- 3 Solution correcte avec justification incomplète (soit la multiplication ( $2 \times 2 \times 9 = 36$ , soit l'addition  $2 + 2 + 9 = 13$ ) (SR)
- 2 Solution correcte seule, sans autre explication  
et/ou une des solutions qui ne tient pas compte d'une condition (comme 6, 6, 1 ; 1, 1, 36 ; 3, 3, 4) avec des explications cohérentes
- 1 Début de procédure correcte
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau : 3 - 4**

**Origine : Parma**

**4. En sautant** (Cat. 3, 4, 5)

Une grenouille, un kangourou et un lièvre se déplacent sur la « piste » des nombres.



Ils partent tous de la case 0.

La grenouille fait toujours des sauts de trois cases, (elle arrive donc sur la case 3 après son premier saut), le Kangourou fait toujours des sauts de six cases et le lièvre des sauts de quatre cases.

A son dernier saut, chaque animal arrive sur la dernière case du parcours.

Chaque animal laisse ses traces sur les cases où il pose ses pattes.

A la fin du jeu, il y a 9 cases qui contiennent à la fois les traces des trois animaux.

**Indiquez le numéro de la dernière case de la piste.**

**Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiples, suites de nombres

**Analyse de la tâche**

- Remarquer que la grenouille, le lièvre et le kangourou aboutissent après chaque saut sur des cases notées par des multiples respectifs de 3, de 4 et de 6.
- Noter, sur un ruban numérique ou dans un tableau, les cases sur lesquelles chaque animal laisse ses traces (par des couleurs ou des lettres) et constater que celles qui portent les traces des trois animaux sont celles des multiples de 12. (ppmc de 3, 4 et 6). En déduire que, en comptant la case de départ, la dernière case du parcours sera la case 96 ( $8 \times 12$  ou  $12 + 12 + 12 + \dots$ ).
- Ou dessiner un ruban des nombres et y noter toutes les traces des animaux et, par comptage des 9 cases portant les trois traces, trouver que la dernière case est celle du nombre 96.

**Attribution des points**

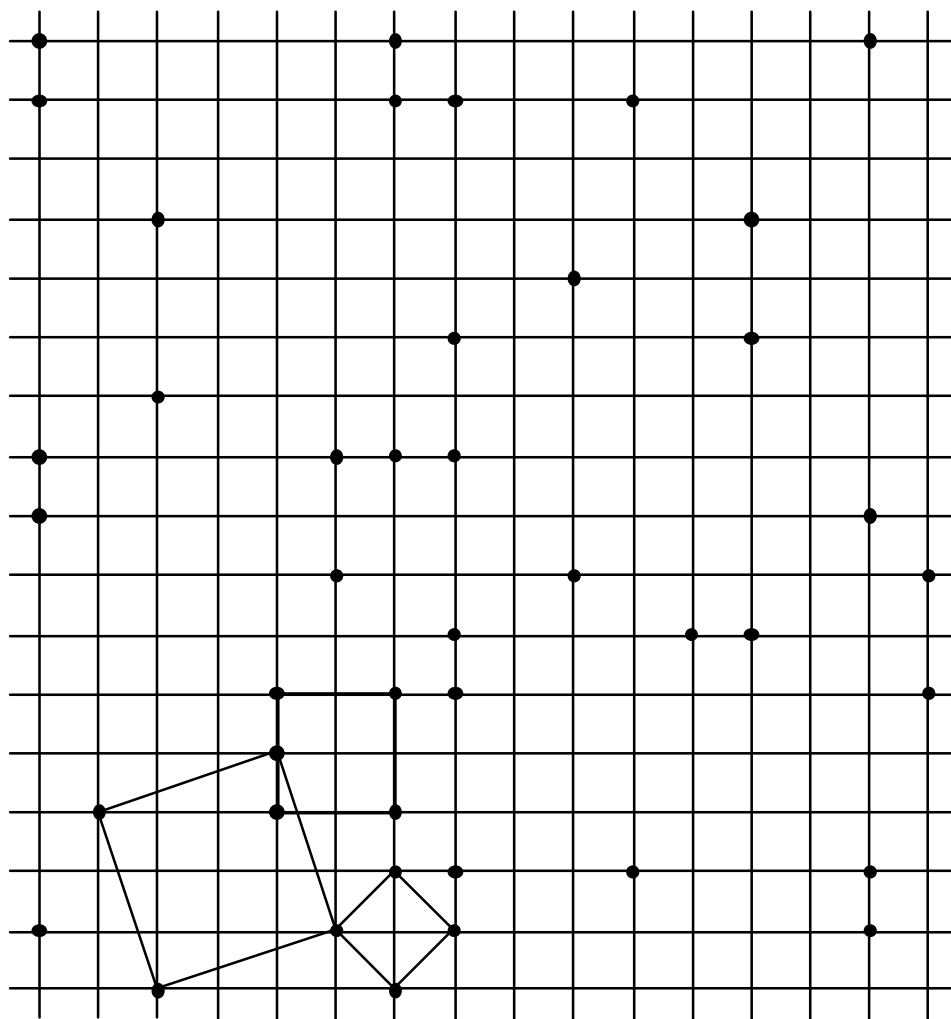
- 4 Réponse correcte (96) bien justifiée (avec des calculs ou par un dessin détaillé ou liste des multiples de 12, ...)
- 3 Réponse 108 (la case 0 n'est pas comptée) ou 120 (cases d'arrivée et de départ non comptées) mais bien justifiées
- 2 Réponse 96 sans aucune explication ni dessin,  
ou les neuf cases  
ou une ou deux erreurs dans le comptage ou le marquage des sauts
- 1 Plus de deux erreurs dans le comptage ou le marquage des sauts  
ou réponse 108 ou 120 sans explications
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 3 - 4 - 5

**Origine :** Siena et rencontre de Parma

**5. Carrés cachés I** (Cat. 3, 4, 5)

Trouvez tous les carrés dont les quatre sommets sont des points bien marqués sur cette grille.



On a déjà dessiné trois carrés, en bas à gauche.

**Combien y a-t-il d'autres carrés cachés dans cette grille ?**

**Dessinez-les, de couleurs différentes.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : propriétés du carré

**Analyse de la tâche**

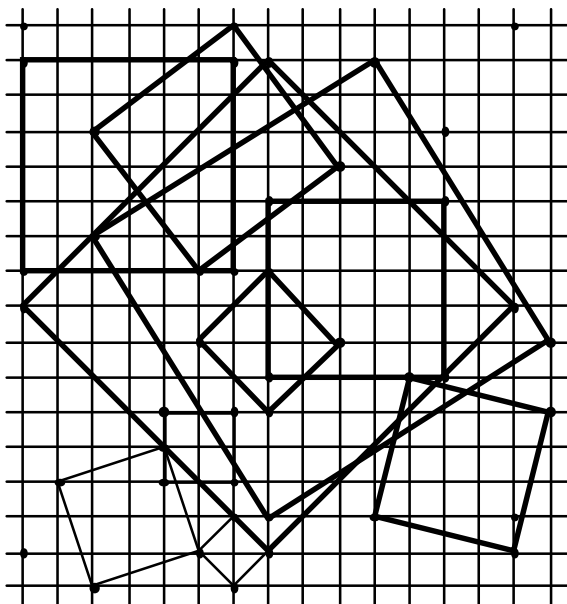
- Rechercher les carrés qu'on peut visualiser immédiatement (par exemple ceux dont les côtés, ou les diagonales, sont sur des droites de la grille, de petites dimensions).
- Se rendre compte que la recherche exige des moyens plus précis : des comptages ou des instruments comme la règle et l'équerre puis entreprendre un examen systématique, point par point ou couple de points par couple de points, ou travailler par essais, au hasard.
- Désigner les sept carrés (voir page suivante).

**Attribution des points** (Cat. 3, 4, 5)

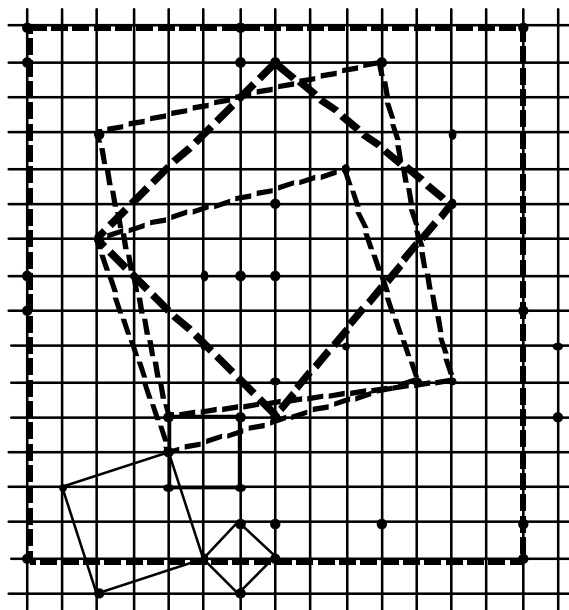
- 4 De 4 à 7 carrés dessinés, sans erreur (toutes les figures sont des carrés)
- 3 3 carrés dessinés, sans erreur, ou de 4 à 7 carrés, avec d'autres figures qui ne sont pas carrées
- 2 2 carrés dessinés, sans erreur, ou 3 carrés dessinés, avec des figures qui ne sont pas carrées
- 1 1 seul carré trouvé, avec ou sans autres figures
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 3 - 4 - 5**Origine :** Suisse romande

Les sept solutions :



Quelques quadrilatères qui peuvent être confondus avec des carrés :



**6. Sports d'hiver** (Cat. 4, 5, 6)

Voici les tarifs des 5 remontées mécaniques de la station de Transalpiski.

Télésiège du Lac	3 points
Télésiège des Marmottes	5 points
Téléphérique de la Gentiane	12 points
Méto des neiges	16 points
Télécabine du Chamois	7 points

Dan s'est acheté un abonnement de 60 points qu'il a entièrement utilisé en une journée.

Il se souvient qu'il a utilisé chacune des 5 remontées au moins une fois, mais il ne sait plus combien de fois exactement.

**Trouvez comment il a pu dépenser entièrement les 60 points de son abonnement.**

**Pour chaque solution, indiquez le nombre de fois qu'il a pris chacune des remontées et le détail des calculs.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition et multiplication
- Combinatoire

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que le problème revient à retrouver les décompositions de 60 en sommes de termes 3, 5, 7, 12, et 16, chacun étant pris au moins une fois.
- Constater que lorsqu'on a pris une fois chacun des 5 termes, on obtient déjà  $3 + 5 + 7 + 12 + 16 = 43$  et qu'il ne reste alors que  $17 = 60 - 43$  points à répartir.
- Rechercher les décompositions de 17 au hasard, ou de manière systématique : on ne peut pas utiliser 16 ; et on trouve 4 possibilités  $12 + 5$  ;  $(2 \times 7) + 3$  ;  $7 + (2 \times 5)$  ;  $5 + (4 \times 3)$
- Exprimer les quatre possibilités en tenant compte de toutes les montées :

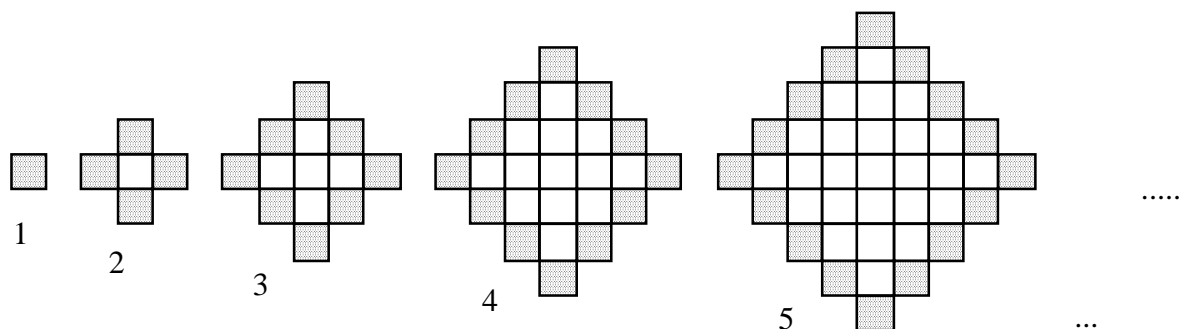
Lac (3)	Marmottes (5)	Gentiane (12)	Méto (16)	Chamois (7)
1	2	2	1	1
2	1	1	1	3
1	3	1	1	2
5	2	1	1	1

**Attribution des points**

- 4 Réponse complète (les quatre solutions détaillées ou tableau), avec les calculs correspondants
- 3 Réponse complète sans les calculs  
ou trois solutions détaillées avec les calculs
- 2 Trois solutions sans les calculs ou deux solutions détaillées avec les calculs  
ou 3 ou 4 solutions incomplètes où manquent les parcours obligatoires de chacune des 5 remontées (les 43 points de base)  
ou les 4 solutions justes parmi plusieurs possibilités fausses (plus de 5)
- 1 Deux solutions sans les calculs ou incomplètes  
ou une solution détaillée avec les calculs  
ou encore début de résolution organisée, avec fautes de calcul empêchant de donner une solution
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 4 – 5 - 6

**Origine :** Suisse romande

**7. Figures en évolution (I) (Cat. 5, 6)**

Cette suite de figures est construite selon les règles suivantes :

- la première figure est un carré gris,
- dans la deuxième, le carré précédent devient blanc et est entouré de nouveaux carrés gris,
- dans la troisième, les anciens carrés sont blancs et entourés entièrement de nouveaux carrés gris,
- et ainsi de suite, pour chaque figure suivante, de nouveaux carrés gris entourent les anciens qui deviennent blancs.

**Combien y aura-t-il de carrés gris et combien y aura-t-il de carrés blancs dans la quinzième figure ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique: addition et multiplication, suite
- Géométrie

**Analyse de la tâche**

- Comprendre la règle d'évolution.
- Dessiner toutes les figures suivantes ou trouver une règle permettant de passer d'un terme au suivant:  
par exemple  $1, 1 + 4 = 5, 5 + 8 = 13, 13 + 12 = 25, 25 + 16 = 41, 41 + 20 = 64 \dots$  en remarquant que les nombres de carrés gris sont les multiples successifs de 4.
- Compter les carrés de la quinzième figure ou déterminer leur nombre par la règle déterminée précédemment, jusqu'à  $313 + (13 \times 4) = 365$  pour la 14<sup>e</sup> figure et  $365 + (14 \times 4) = 365 + 56$  pour la 15<sup>e</sup> figure (56 gris et 365 blancs).
- Ou comprendre que le pourtour de la n<sup>e</sup> figure est formé de  $2n+2(n-2)$  carrés gris et son intérieur de  $(n-1)^2 + (n-2)^2$  carrés blancs.

**Attribution des points (Cat. 5, 6)**

- 4 Solution correcte (56 gris et 365 blancs) avec une explication de la règle (par exemple avec les dessins ou la suite des nombres)
- 3 Solution correcte sans justification ou 421 avec dessin ou justification correcte (sans distinction des gris et blancs)
- 2 Solution fausse due à une erreur de calcul ou de comptage, mais dessin ou procédure correcte ou calcul d'une seule sorte de carrés, avec explications
- 1 Début correct de construction de la suite, non aboutie
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 5 - 6

**Origine :** Suisse romande



**8. Quitte ou double** (Cat. 5, 6, 7)

Camille participe à un jeu-concours, de six questions.

Pour chaque question, la réponse juste rapporte un certain nombre de points :

- la réponse juste à la question n° 2 rapporte le double de points attribués à la question n° 1,
- la réponse juste à la question n° 3 rapporte le double de points attribués à la question n° 2,
- et ainsi de suite.

Si on ne répond pas correctement à une question, on est éliminé et on ne gagne rien.

Mais chaque candidat a un joker qui lui donne le droit de ne pas répondre à une question (bien sûr, il ne gagne pas les points correspondants à cette question).

Camille a utilisé son joker et a répondu correctement à cinq questions. Elle a obtenu 177 points.

**Retrouvez les points attribués à chaque question du concours et indiquez pour quelle question Camille a utilisé son joker.**

**Expliquez comment vous avez trouvé.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique
- Logique et raisonnement : gestion d'essais

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que chaque question rapporte le double de points de la précédente et qu'on ne connaît pas le nombre de points rapportés par la première question.
- Faire des essais, en faisant une hypothèse sur le nombre de points rapportés par la première question et en déduire que seule la valeur 3 convient. ( Avec 2, on obtient une somme inférieure à 177 :  $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 126$  ; ou il est impossible d'obtenir un nombre impair. Avec 4 tous les nombre de points attribués sont aussi des nombres pairs. Avec 5, la somme gagnée devrait se terminer par 5 ou 0. Avec 7, la somme des point attribués aux 5 premières questions est supérieure à 177 :  $7 + 14 + 28 + 56 + 112 = 217$ ).
- Chercher à obtenir le nombre 177 en additionnant cinq des nombres de la suite : 3, 6, 12, 24, 48, 96 soit  $177 = 96 + 48 + 24 + 6 + 3$ .
- En déduire le nombre de points rapportés par chaque question et le fait que Camille a utilisé son joker pour la question n° 3.  
ou, algébriquement, attribuer  $x$  points à la première question,  $2x$  à la 2<sup>e</sup> question , .... pour obtenir un total de  $63x$   
Si  $x = 1$  ou si  $x = 2$ , la somme est inférieure à 177, pour  $x = 3$ , la somme est 189 et vaut 12 de plus que 177 (ce qui correspond à la troisième question ( $4x$ ), et ainsi de suite, vérifier qu'il n'y a plus de valeurs qui conviennent.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte et complète (3, 6, 12, 24, 48, 96 et 3<sup>e</sup> question avec joker), éventuellement le « 12 » n'est pas mentionné parce qu'il est considéré comme inclus dans le « joker », avec justification claire
- 3 Réponse correcte et complète, sans justification, ou valeurs correctes (3, 6, 12, 24, 48, 96), (éventuellement le « 12 » n'est pas mentionné) mais sans réponse à la 2<sup>e</sup> partie de la question, avec justification
- 2 Valeurs correctes seulement, (avec ou sans le « 12 ») sans explications ni réponse à la 2<sup>e</sup> partie de la question ou erreur de calcul conduisant à l'impossibilité de trouver la solution, avec raisonnement correct et expliqué
- 1 Essais successifs tenant compte des contraintes, mais les valeurs correctes ne sont pas trouvées ou réponse correcte seulement à la deuxième partie (joker à la 3<sup>e</sup> question)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 5 - 6 - 7

**Origine :** Bourg-en-Bresse

**9. Etiquettes** (Cat. 5, 6, 7)

Anna, Bertrand, Charlotte, Daniel, Elise disposent chacun d'une feuille rectangulaire dont les côtés mesurent exactement 19 et 24 cm. Ils doivent y découper le plus grand nombre possible d'étiquettes rectangulaires, ou carrées, de mêmes dimensions.

Anna prétend qu'elle arrivera à découper au maximum 21 étiquettes de 7 cm sur 3 cm dans sa feuille.

Bertrand dit qu'il arrivera à en découper 13, de 7 cm sur 5 cm.

Charlotte, prétend qu'elle a pu faire 19 étiquettes de 8 cm sur 3 cm.

Daniel dit qu'il pourra en découper aussi 19, de 6 cm sur 4 cm.

Elise affirme qu'elle pourra découper 18 étiquettes carrées de 5 cm de côté.

**Que pensez-vous de chacune de ces affirmations ? Sont-elles toutes acceptables ?**

**Justifiez vos réponses.**

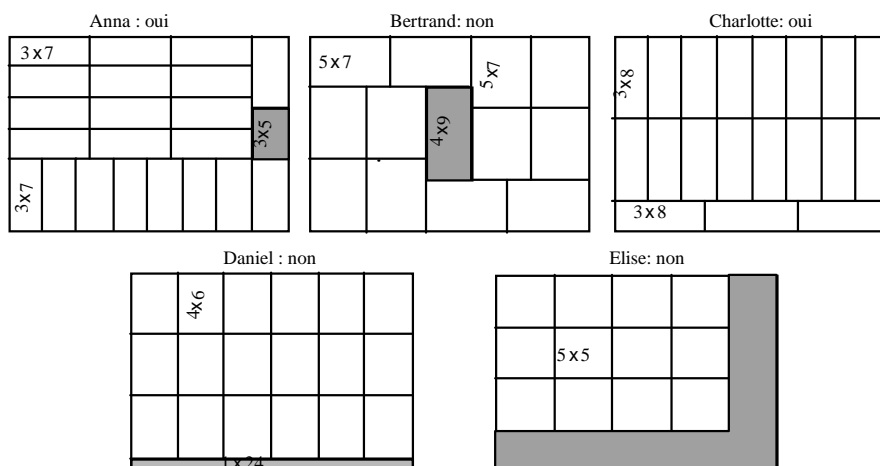
**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie, rectangles, pavages
- Mesures : calcul de l'aire de rectangles

**Analyse de la tâche**

- Considérer le problème comme une recherche optimale de pavages, par essais successifs, ou l'envisager du point de vue de la mesure d'aire, comme une division de contenance.
- Cette dernière approche permet de constater que, du point de vue numérique seulement, toutes les affirmations sont acceptables. En effet, l'aire de la feuille mesure, en cm<sup>2</sup>,  $19 \times 24 = 456$  et ce nombre est supérieur ou égal au produit des mesures des différentes propositions :  
 A :  $21 \times (3 \times 7) = 441$       B :  $13 \times (5 \times 7) = 455$   
 C :  $19 \times (3 \times 8) = 456$       D :  $19 \times (4 \times 6) = 456$       E :  $18 \times (5 \times 5) = 450$

- Vérifier si les découpages proposés sont réalisables et optimaux, compte tenu des dimensions de la feuille et des étiquettes.

**Attribution des points**

- 4 Les 5 réponses justes, avec explications (dessins et/ou opérations)
- 3 4 réponses justes, avec dessins et explications ou les 5 réponses, sans dessin et sans explications
- 2 3 réponses justes, avec dessins et explications ou 4 réponses, sans dessin et sans explications
- 1 Une seule solution trouvée
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau : 5 - 6 - 7**

**Origine : Suisse romande**

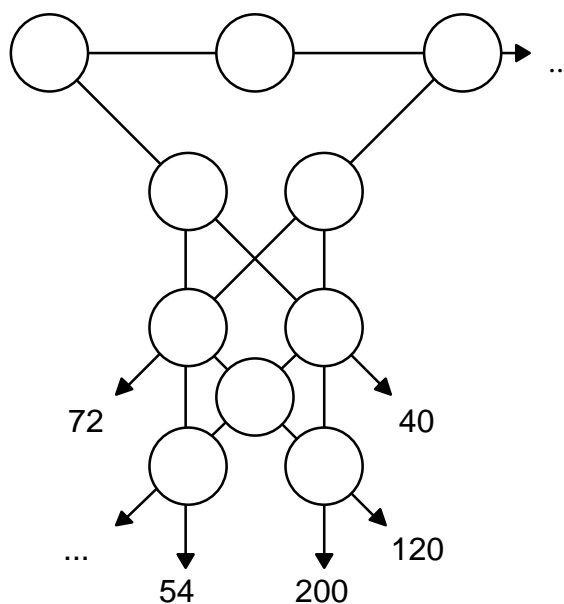
**10. Produits en ligne** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Disposez les dix nombres de 1 à 10 dans les cercles de cette figure, de telle manière que le produit de trois nombres alignés soit le nombre indiqué en fin de ligne.

**Calculez les deux produits manquants.**

**Combien y a-t-il de manières de disposer ces dix nombres ?**

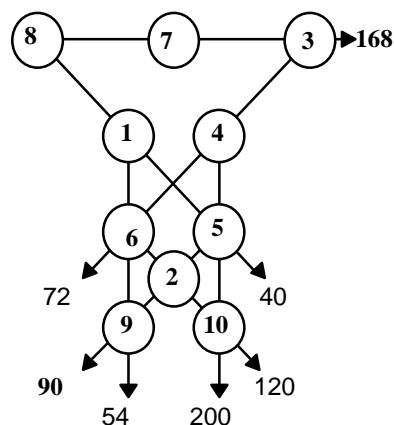
**Expliquez votre démarche.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : divisibilité
- Combinatoire

**Analyse de la tâche**

- Vérifier qu'il y a bien dix cercles, et que chaque produit indiqué ou manquant correspond à un alignement de trois cercles, constater que chaque produit donné peut être celui de trois nombres de 1 à 10, mais qu'il y a en général plusieurs solutions.
- Commencer à placer trois nombres d'un alignement et vérifier si le choix et les emplacements des trois nombres sont compatibles avec les autres alignements, puis continuer ainsi par essais successifs jusqu'à la disposition complète (ce qui ne permet pas de déterminer le nombre de solutions).
- Travailler par décomposition des nombres en facteurs et par déductions successives sur les emplacements de certains d'entre eux. Par exemple, comme aucun des nombres donnés ne contient 7 dans sa décomposition, celui-ci est obligatoirement dans la ligne « 54 » qui contient trois facteurs « 3 » (3 et 6 ne suffiraient pas) et, ne pouvant être dans la ligne « 120 » ni dans la ligne « 40 », il est obligatoirement dans le cercle du bas à gauche, ...

**Attribution des points**

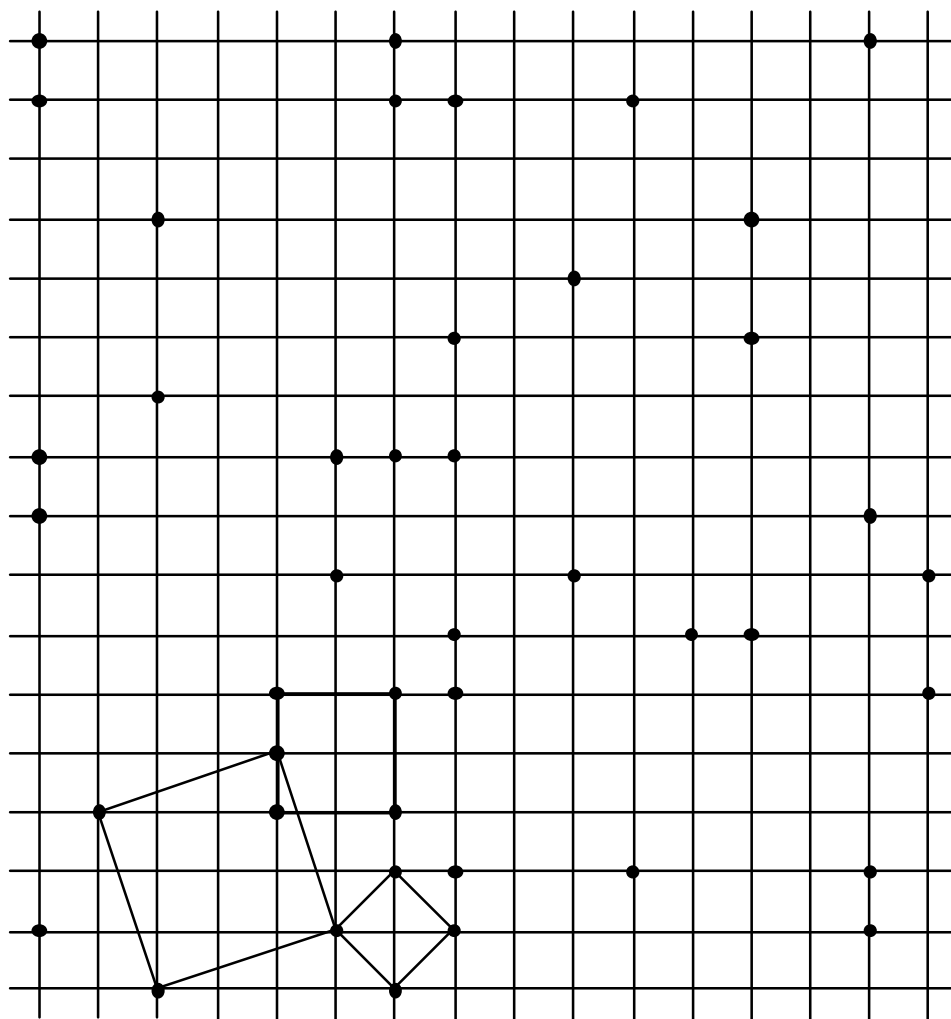
- 4 La disposition complète correcte et les deux produits manquants, avec présentation d'essais infructueux conduisant à la conclusion qu'il n'y a qu'une solution
- 3 La disposition complète correcte et les deux produits manquants, sans explications sur le nombre de solutions
- 2 La disposition complète correcte sans les deux produits notés
- 1 Une ou deux erreurs dans la disposition
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 5 - 6 - 7 - 8

**Origine :** Suisse romande

**11. Carrés cachés (II)** (Cat. 6, 7, 8)

Trouvez tous les carrés dont les quatre sommets sont des points bien marqués sur cette grille.



On a déjà dessiné trois carrés, en bas à gauche.

**Combien y a-t-il d'autres carrés cachés dans cette grille ?**

**Dessinez-les, de couleurs différentes.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : propriétés du carré

**Analyse de la tâche**

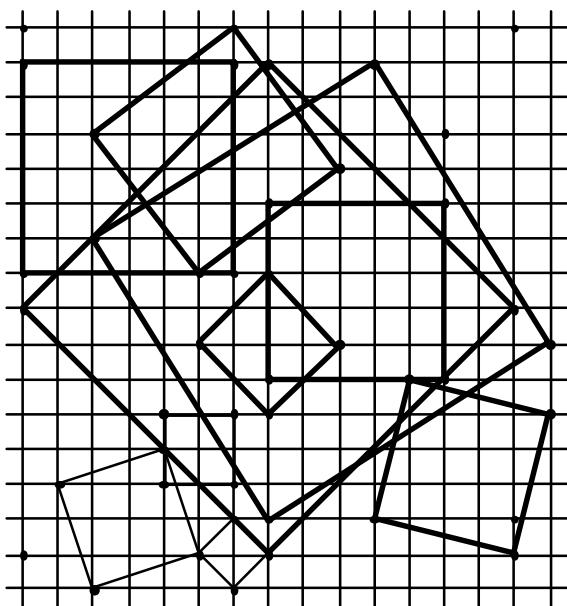
- Rechercher les carrés qu'on peut visualiser immédiatement (par exemple ceux dont les côtés, ou les diagonales, sont sur des droites de la grille, de petites dimensions).
- Se rendre compte que la recherche exige des moyens plus précis : des comptages ou des instruments comme la règle et l'équerre et entreprendre un examen systématique, point par point ou couple de point par couple de points, ou travailler par essais, au hasard.
- Désigner les sept carrés (voir page suivante).

**Attribution des points** (Cat. 6, 7, 8)

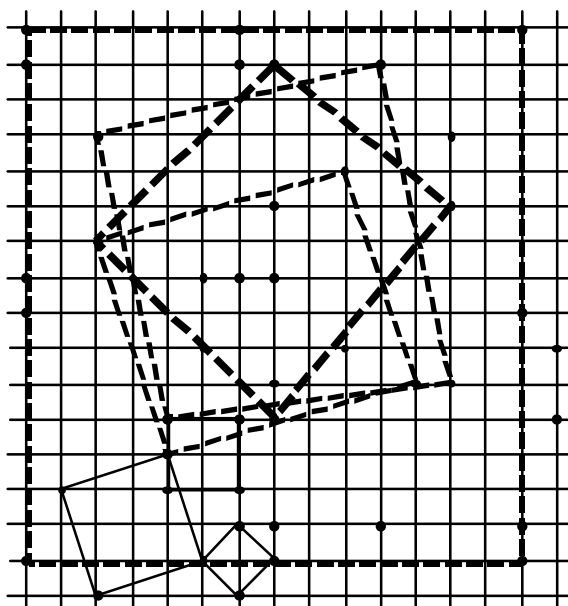
- 4 Les 7 carrés dessinés, sans erreur (toutes les figures sont des carrés)
- 3 6 carrés dessinés, sans erreur, ou 7 carrés dessinés, avec une ou deux figures qui ne sont pas carrées
- 2 4 ou 5 carrés dessinés, sans erreur, ou 7 carrés dessinés, avec plus de deux figures qui ne sont pas carrées ou 6 carrés dessinés avec une ou deux figures non carrées
- 1 De 1 à 3 carrés dessinés, avec ou sans autres figures
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 6 - 7 - 8**Origine :** Suisse romande

Les sept solutions :



Quelques quadrilatères qui peuvent être confondus avec des carrés :



**12. Rallye Mathématique Transalpin 2001** (Cat. 6, 7, 8)

Les classes (italiennes et suisses) qui ont participé à la finale des finales du 9<sup>e</sup> Rallye mathématique transalpin venaient des régions de Aoste, Belluno, Cagliari, Gênes, Foggia, Lodi, Milan, Parme, Riva, Sienne, Suisse Romande, Tessin. (Pour cette finale des finales, chaque région envoyait les feuilles réponses des vainqueurs de sa finale régionale, une classe par catégorie, sauf dans un cas).

Voici un tableau encore incomplet du classement des quatre premiers rangs :

Catégorie	Premier rang	Deuxième rang	Troisième rang	Quatrième rang
3				Sienne
4			Suisse romande.	
5		Suisse romande.		
6	Belluno			
7		Belluno		
8			Sienne	

Indications pour compléter ce tableau :

- Les classes de Riva, Lodi, Tessin, Cagliari et Gênes ne figurent qu'une seule fois dans le tableau.
- La classe de Lodi se place au deuxième rang, comme celle de Riva, et précède une classe d'Aoste.
- ☐ La classe de Gênes gagne dans une catégorie devant une classe de Belluno.
- ☐ Les classes d'Aoste se placent deux fois dans les catégories 6 à 8 : une fois au troisième rang et l'autre au quatrième rang, derrière une classe de Parma.
- Les deux classes de Milan qui figurent dans ce tableau sont les seules d'une même région à être de la même catégorie ; l'une d'entre elles a gagné, l'autre est arrivée derrière la classe de Cagliari.
- ☐ Sienne est représentée par trois classes dans le tableau; l'une d'elles est première, devant une classe de Parma.
- ☐ Belluno gagne une fois et figure trois autres fois dans le tableau, dont deux fois en catégories 3 à 5, l'une devant et l'autre derrière Suisse romande.
- ☐ La Suisse romande figure dans toutes les catégories de ce tableau. Elle gagne dans deux des catégories 6 à 8 et arrive une seule fois au quatrième rang.

**Analysez les informations reçues et complétez le tableau.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Logique

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les régions qui figurent le plus fréquemment dans le tableau offrent des informations plus riches qui permettent de faire démarrer la recherche.
- Analyser ainsi les différentes combinaisons possibles et éliminer progressivement celles qui ne respectent pas les informations données. Par exemple, voici une manière de compléter le tableau en différentes étapes de **(1)** à **(6)** :

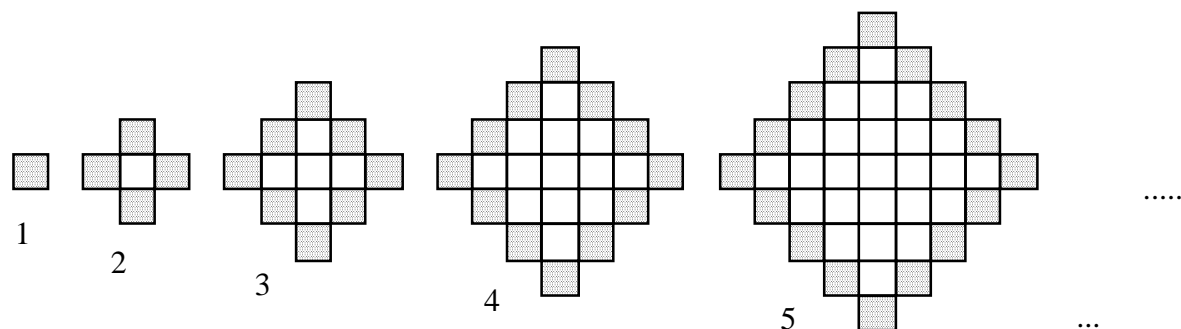
Catégorie	1 <sup>er</sup> rang	2 <sup>e</sup> rang	3 <sup>e</sup> rang	4 <sup>e</sup> rang
3	<b>Gênes (4)</b>	<b>Belluno (3)</b>	<b>SR (3)</b>	Sienna
4	<b>Sienna (2)</b>	<b>Parma (2)</b>	S R.	<b>Belluno (5)</b>
5	<b>Milan (5)</b>	S R	<b>Cagliari (5)</b>	<b>Milan (5)</b>
6	Belluno	<b>Riva (4)</b>	<b>Aoste (2)</b>	<b>SR (1)</b>
7	<b>SR (1)</b>	Belluno	<b>Parma (2)</b>	<b>Aoste (2)</b>
8	<b>SR (1)</b>	<b>Lodi (4)</b>	Sienna	<b>Tessin (6)</b>

**Attribution des points**

- 4 Réponse complète et correcte (les 18 cases complétées correctement)
- 3 Reconstruction partielle et correcte de 16 ou 17 cases
- 2 Reconstruction partielle et correcte de 10 à 15 cases,
- 1 Reconstruction partielle et correcte de 4 à 9 cases
- 0 Incompréhension de problème ou seulement 1 à 3 cases correctes

**Niveau:** 6 - 7 - 8

**Origine:** Riva del Garda

**13. Figures en évolution (II) (Cat. 7, 8)**

Cette suite de figures est construite selon les règles suivantes :

- la première figure est un carré gris,
- dans la deuxième, le carré précédent devient blanc et est entouré de nouveaux carrés gris,
- dans la troisième, les anciens carrés sont blancs et entourés entièrement de nouveaux carrés gris,
- et ainsi de suite, pour chaque figure suivante, de nouveaux carrés gris entourent les anciens qui deviennent blancs.

**Quelle sera la première figure de la suite qui sera composée de plus de 1000 carrés en tout ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition et multiplication, suite
- Algèbre : idée de fonction
- Géométrie

**Analyse de la tâche (Cat. 7, 8)**

- Comprendre la règle d'évolution.
- Dessiner quelques figures et trouver une règle permettant de passer d'un terme au suivant:  
par exemple  $1, 1 + 4 = 5, 5 + 8 = 13, 13 + 12 = 25, 25 + 16 = 41, 41 + 20 = 61 \dots$  en remarquant que les nombres de carrés gris sont les multiples successifs de 4.
- Déterminer le nombre des carrés d'une figure, par la règle précédente, en écrivant la suite jusqu'à la 23<sup>e</sup> figure : ...  
 $20^e : 685 + (19 \times 4) = 761$  ;  $21^e : 761 + (20 \times 4) = 841$  ;  $22^e : 841 + (21 \times 4) = 925$  ;  $23^e : 925 + (22 \times 4) = 1013$   
ou déterminer la correspondance directe entre le numéro de la figure et le nombre total de ses carrés (fonction définie sur l'ensemble des nombres naturels non nuls :  $n \longrightarrow n^2 + (n-1)^2 = 2n^2 - 2n + 1$ ) et résolution par un tableau de correspondance. (La 23<sup>e</sup> figure a 1013 carrés, 925 blancs et 88 gris)

**Attribution des points (Cat. 7, 8)**

- 4 Solution correcte (23<sup>e</sup> figure) avec explications détaillées (suite, ou tableau de correspondance, ou encore dessin des dernières figures et indication du dénombrement des carrés)
- 3 Solution correcte (23<sup>e</sup> figure) avec explications incomplètes ou peu claires
- 2 Solution correcte (23<sup>e</sup> figure) sans aucune explications  
ou solution fautive due à une erreur de calcul ou de comptage, mais dessin ou procédure correcte
- 1 Début de construction de la suite, non aboutie
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau : 7 - 8**

**Origine : Suisse romande**



**14. La photo souvenir** (Cat.7, 8)

Le dernier jour d'école, le professeur de mathématiques décide de prendre une photo souvenir de ses élèves. Il les dispose en rangs parallèles contenant chacun le même nombre de personnes. Mais cette disposition se révèle trop large pour l'objectif de son appareil de photo.

Le professeur se rend compte alors qu'il suffit de retirer un élève par rang et de les placer sur un rang supplémentaire. Mais la nouvelle disposition ne le satisfait pas encore car le dernier rang qui vient de se former compte 4 élèves de moins que les autres rangs.

Il décide alors de retirer encore un élève de chaque rang. Il constate qu'il y a le même nombre d'élèves sur chaque rang. Il peut ainsi prendre sa photo.

**Combien il y a d'élèves dans la classe?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Algèbre: équations
- Arithmétique: décomposition en facteurs

**Analyse de la tâche**

- Noter que le nombre des élèves ne peut être premier et qu'il doit y avoir plus de 2 élèves par rang.
- Procéder par essais, à partir de 4 élèves en décomposant chaque nombre en facteurs et écartant successivement tous les nombres incompatibles avec les conditions de l'énoncé; ou à partir de 2 rangs, en augmentant le nombre d'élèves par rang et écartant successivement toutes les situations incompatibles avec l'énoncé.

Trouver ainsi 24 élèves sur 3 rangs de 8 au départ.

Ou, algébriquement, supposer qu'il y a  $n$  rangs dans la disposition originale et observer que, en retirant 2 étudiants par rang on obtient exactement un rang de la nouvelle disposition, ceux-ci sont donc de  $2n$  élèves et, par conséquent, les rangs de la première disposition avaient  $2n + 2$  élèves.

En déduire que le nombre d'étudiants est  $s = n \times (2n + 2)$  Exemples :  $n=2 \quad s=12$  ;  $n=3 \quad s=24$  ;  $n=4 \quad s=40$  ;  $n=5 \quad s=60$  ; etc. Vérifier que seule un des couples  $(n, s)$  est acceptable. En effet, la première condition exige que  $(n + 1) \times (2n + 1) - 4 = n \times (2n + 2)$ , et ainsi, on obtient  $n = 3$  et  $s = 24$ .

Ou utiliser une schématisation.

**Attribution des points**

- 4 La réponse correcte  $s = 24$ , avec un raisonnement du type de celui de l'analyse de la tâche ou avec des essais explicites et/ou bien organisés
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires (laissant supposer qu'il pourrait y avoir d'autres solutions)
- 2 Réponse correcte sans aucune explication (ou seulement la réponse « nous avons essayé ») ou raisonnement correct mais avec une erreur de calcul
- 1 Réponse qui ne tient compte que d'une condition (par exemple 12 élèves : 2 rangs de 6 qui deviennent 3 rangs de 4)
- 0 Incompréhension du problème

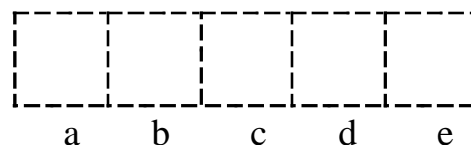
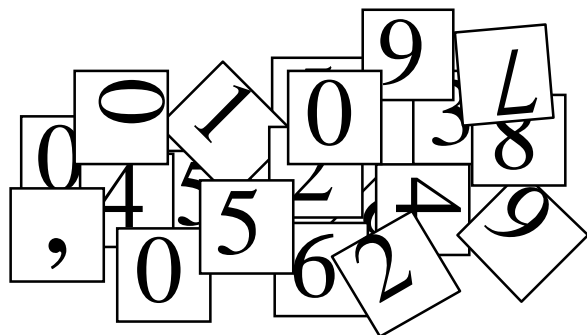
**Niveau : 7 - 8**

**Origine : Siena**

**15. Le nombre de Roger** (Cat. 8)

Roger a devant lui des cartons « chiffres » en grande quantité et un carton « virgule ».

Il utilise cinq de ces cartons : le carton « virgule » et quatre cartons « chiffres » pour afficher un nombre qui occupe les cinq cases a, b, c, d, e.



Le nombre qu'on lit dans les trois premières cases (abc) est un vingtième du nombre qui apparaît sur la dernière case (e).

Le nombre qu'on lit sur les deux dernières cases (de) est un multiple du nombre qu'on lit sur la troisième et la quatrième case (cd).

**Quel est le nombre affiché par Roger?**

**Donnez toutes les possibilités que vous avez trouvées et indiquez votre démarche et vos calculs.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition de nombres décimaux et compensations

**Analyse de la tâche**

- Imaginer le nombre et comprendre qu'il est décimal.
- Émettre des hypothèses sur la position de la virgule et constater que la virgule ne peut être qu'en deuxième position et que le premier chiffre est 0.
- Découvrir qu'il n'y a que quatre choix possibles pour le nombre de la dernière case : 2, 4, 6 et 8 correspondant respectivement, pour les trois premières cases, à 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4.  
Finalement il y a trois solutions lorsqu'on essaie de trouver le chiffre de la quatrième case, correspondant à 0,142 (42 est multiple de 14), 0,284 et 0,498.

**Attribution des points**

- 4 Les trois solutions (0,142, 0,284 et 0,498) avec explications sur la démarche et les calculs pour la vérification
- 3 Deux solutions, avec explications ou les trois solutions sans explications ni calculs
- 2 Une solution avec explications ou justifications ou deux solutions sans explications
- 1 Début de résolution ou une solution sans explications
- 0 Incompréhension du problème

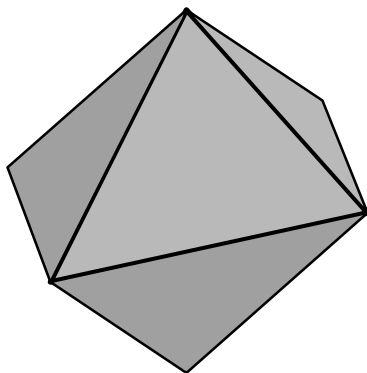
**Niveau : 8**

**Origine : Suisse romande et Parma**

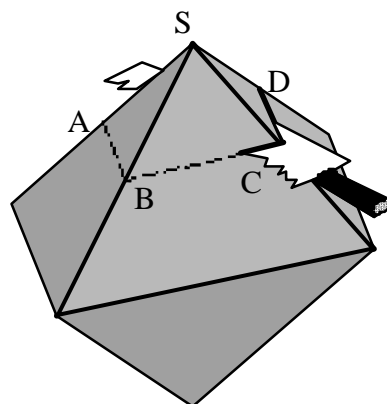
**16. Pauvre octaèdre (Cat. 8)**

Licia a un bel octaèdre régulier de bois massif sur sa cheminée.

Mais elle trouve qu'il prend trop de place et décide d'en scier une partie autour de chaque sommet.



l'octaèdre (les faces sont des triangles équilatéraux  
et les sommets sont à l'intersection de 4 faces)



premier découpage

Elle marque précisément les milieux de chaque arête.

Elle choisit ensuite un sommet (S sur le dessin) et scie selon le plan qui passe par les milieux (A, B, C, D) des quatre arêtes qui mènent à ce sommet.

Elle refait la même opération avec les autres sommets de l'octaèdre.

A la fin elle se retrouve avec des pyramides détachées et la partie centrale qui est un nouveau polyèdre tout à fait intéressant.

**Combien de sommets et combien d'arêtes a le nouveau polyèdre de Lucia ?**

**Combien a-t-il de faces, et de quelle forme ?**

**Faites un dessin de ce nouveau polyèdre.**

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie: polyèdres

**Analyse de la tâche**

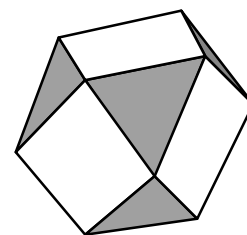
- Imaginer le découpage et la forme des pyramides détachées (à base carrée) ou se construire un tétraèdre et y dessiner les traits de scie sur les faces.
- Imaginer ou dessiner la forme des faces du nouveau polyèdre qui subsistent sur les faces de l'octaèdre (triangles équilatéraux).
- En déduire qu'il y a 14 faces (6 carrés et 8 triangles équilatéraux), 12 sommets (communs chacun à 2 carrés et 2 triangles, c'est à dire  $((8 \times 3) + (6 \times 4)) / 4$ ) et 24 arêtes (somme des cotés des faces divisé par 2).
- Ou dénombrer faces et sommets.

**Attribution des points**

- 4 Réponse juste aux 5 demandes (12 sommets, 24 arêtes, 14 faces, 6 carrés et 8 triangles, dessin qui permet de reconnaître le polyèdre : « cuboctaèdre », même approximatif)
- 3 Réponse à 4 demandes
- 2 Réponse à 3 demandes
- 1 Réponse à 1 ou 2 demandes
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau : 8**

**Origine : Suisse Romande et Parma**



**Plan des problèmes de la finale du 10<sup>e</sup> RMT**

<b>n°</b>	<b>titre :</b>	<b>domaine :</b>	<b>degrés :</b>
1	Pièce en trop	géométrie	3 4
2	Les cinq villes	repérage	3 4
3	Bonbons aux fruits	arithmétique, combinatoire	3 4
4	En sautant	arithmétiques, multiples	3 4 5
5	Carrés cachés (I)	géométrie	3 4 5
6	Sports d'hiver	arithmétique, combinatoire	4 5 6
7	Figures en évolution (I)	arithmétique, géométrie	5 6
8	Quitte ou double	arithmétique, logique et raisonnement	5 6 7
9	Etiquettes	géométrie, mesure	5 6 7
10	Produits en ligne	arithmétique, combinatoire	5 6 7 8
11	Carrés cachés (II)	géométrie	6 7 8
12	Rallye mathématique transalpin	logique	6 7 8
13	Figures en évolution (II)	arithmétique, géométrie	7 8
14	La photo souvenir	arithmétique, algèbre	7 8
15	Le nombre de Roger	arithmétique (décimaux), combinatoire	8
16	Pauvre octaèdre	géométrie, polyèdres	8