

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

1. POMPIERS - BEI DER FEUERWEHR (Cat. 3)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique et raisonnement : analyse et organisation de données
- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Procéder par essais organisés (additifs ou multiplicatifs) en vérifiant la longueur totale :
comprendre, par exemple, que si l'échelle courte mesurait 10 m, la longue aurait 40 m et le total des trois serait supérieur à 42 m, qu'il en irait de même avec 9 m, ou 8 m; montrer que, avec 7 m: $7 + 14 + 28 = 49$ c'est encore trop long et constater qu'on atteint les 42 m avec une échelle courte de 6 m: $6 + 12 + 24 = 42$;
ou diviser 42 par 3 (pour trouver une longueur d'échelle "moyenne" puis faire les vérifications et les ajustements nécessaires
ou se rendre compte qu'il y a en tout 7 ($1 + 2 + 4$) échelles courtes dans le total et effectuer une division par 7.
- Calculer ensuite les longueurs des autres échelles.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (6 m, 12 m, 24 m) avec procédure claire (qui fait office de justification)
 - 3 Réponse correcte mais avec une procédure peu claire ou mal explicitée
ou réponse incomplète (deux des longueurs justes) avec procédure claire
 - 2 Réponse correcte sans explication ou sans justification
ou réponse avec une erreur de calcul mais avec des explications claires
ou réponse incomplète (une seule des longueurs juste) et explications confuses
 - 1 Début de raisonnement correct ou réponse qui ne tient compte que de la dernière des informations (42 m)
 - 0 Incompréhension du problème
-

2. LA MAISON DE VIOLETTE - VIOLETTAS HAUS (Cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique
- Arithmétique, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Déduire de ...
... la deuxième information, que la maison de Noiraude est à l'une des extrémités,
... la troisième information, que Blanche ou Violette habitent à côté de Noiraude,
... la première et de la quatrième informations que seule Violette peut habiter à côté de Noiraude.
- En tirer l'ordre de la suite des maisons : Blanche (17), Rose (19), Blurette (21), Violette (23) et Noiraude (25).

Attribution des points

- 4 Réponse juste (Violette habite au numéro 23) et bien argumentée
 - 3 Réponse juste avec des explications peu claires ou réponse juste par le dessin des maisons avec numéros et noms, sans aucune explication par phrases
 - 2 Erreur, due au non respect d'une condition ou réponse juste sans aucune explication
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

3. FEUILLE DE TIMBRES - BRIEFMARKEN (Cat. 3, 4)

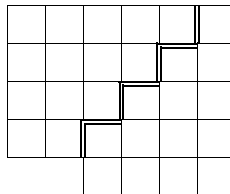
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie, orientation

Analyse de la tâche

- Constater que la feuille ne se partage pas par un simple pliage (elle est "irrégulière", elle n'a pas d'axes de symétrie, ...)
- Compter éventuellement les timbres pour trouver que chaque partie en aura 14
- Par essais successifs, arriver au partage suivant et remarquer qu'il faut retourner une des deux parties pour qu'elles se superposent exactement.



Attribution des points

- 4 Réponse correcte avec dessin ou collage précis
 - 3 Réponse correcte avec dessin ou collage imprécis
 - 2 Partage incorrect, avec des ressemblances entre les parties
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

4. UN APRES-MIDI A LA PISCINE - IM SCHWIMMBAD (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Soustraire 10 de 50 pour trouver le coût total des entrées ($50 - 10 = 40$).
- Décomposer 40 comme somme de multiples de 4 et de 8 ou comme somme de termes 4 et de 8 et en déduire la composition du groupe.
- S'assurer que toutes les solutions ont été envisagées :

Adultes	5	4	3	2	1	0
Enfants	0	2	4	6	8	10

Attribution des points

- 4 Réponse correcte complète (les six possibilités) avec le détail des calculs
 - 3 Réponse correcte complète sans le détail des calculs ou 4 ou 5 possibilité avec le détail des calculs
 - 2 4 possibilités sans le détail des calculs ou 3 avec le détail des calculs
 - 1 Deux ou une possibilité
 - 0 Incompréhension du problème
-

5. RENCONTRE DANS L'ESCALIER - BEGEGNUNG IM TREPPENHAUS (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre que pour monter les 8 premières marches par sauts irréguliers de 1 ou de 2 marches, Jean a trois possibilités : 3 sauts de 2 et 2 sauts de 1; 2 sauts de 2 et 4 sauts de 1; 1 saut de 2 et 6 sauts de 1 (et qu'il faut renoncer à 4 sauts de 2 comme à 8 sauts de 1)
- Compter le nombre de sauts pour chaque possibilité: 5 ($3 + 2$), 6 ($2 + 4$) et 7 ($1 + 6$), qui correspondent au nombre de sauts de Jacques.
- Multiplier 5, 6 et 7 par 3 (nombre des marches descendues par Jacques) et y ajouter 8 (nombre de marches montées par Jean).
- En déduire que l'escalier peut avoir 23, 26 ou 29 marches.

Attribution des points:

- 4 Les 3 possibilités (23, 26 ou 29 marches) avec explications complètes et claires
 - 3 2 possibilités avec explications claires
ou les 3 possibilités avec explications confuses
ou 5 possibilités (20, 23, 26, 29 ou 32 marches, avec les sauts réguliers) avec explications complètes et claires
 - 2 1 seule possibilité avec explications claires
ou 2 ou 5 possibilités avec explications confuses
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

6. POINTS A ISOLER - EINSAME PUNKTE (Cat. 4, 5, 6)

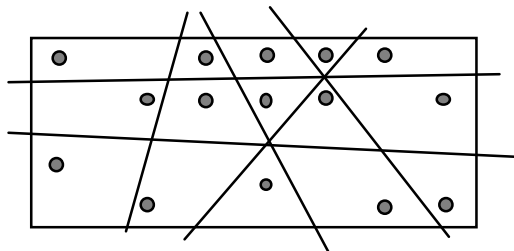
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : points, droites et parties de plan

Analyse de la tâche

- Constater que les points forment trois alignements de cinq.
- Découvrir que deux droites horizontales peuvent partager les points en trois groupes.
- Procéder par essais successifs pour placer les autres droites (obliques ou verticales), permettant d'isoler chaque point. 6 droites au minimum :



Attribution des points

- 4 Une solution correcte et complète, minimale avec 6 droites (y compris celle de la donnée)
 - 3 Une solution avec 7 droites
 - 2 Une solution avec 8 droites
 - 1 Une solution avec plus de 8 droites ou en 6 droites avec deux points dans une même partie
 - 0 Incompréhension du problème ou autres solutions
-

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

7. RÉPARTITION DES TÂCHES – ARBEITSTEILUNG (Cat. 4, 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation, et décrire le cheminement de résolution, par un tableau ou par une argumentation écrite.
La situation initiale est illustrée par le Tableau 1
- Au quatrième trimestre Paul doit avoir la responsabilité D, étant donné qu'il a déjà eu A et B, et que Gino a C.
- Alors Elise doit avoir la charge B au 4e trimestre, parce qu'elle a déjà eu A et que les autres ont C et D.
- Paul, au troisième trimestre, ne peut avoir que C: c'est l'unique responsabilité que lui manque.
- Au quatrième trimestre, Marthe doit avoir A, étant donné que les autres 3 charges sont déjà attribuées.
- Gino, au premier trimestre, doit avoir D, mais aura C au quatrième trimestre.
- Alors il ne reste que C à Marthe au premier trimestre. A ce point, la situation est représentée par le tableau 2.
- Les charges C et D manquent à Elise, qui ne peut avoir que C au deuxième trimestre et D au troisième, parce que Paul a C en troisième période.
- A Marthe manquent D et B: mais comme D est déjà attribué à Elise au troisième période, Marthe aura D au deuxième trimestre et B au troisième.
- A Gino reviennent B au deuxième trimestre et A au troisième. La solution est ainsi donnée par le tableau 3.

Tableau 1

	I	II	III	IV
Elise	A			
Marthe				
Paul	B	A		
Gino				C

Tableau 2

	I	II	III	IV
Elise	A			B
Marthe	C			A
Paul	B	A	C	D
Gino	D			C

Tableau 3

	I	II	III	IV
Elise	A	C	D	B
Marthe	C	D	B	A
Paul	B	A	C	D
Gino	D	B	A	C

Attribution des points

- 4 Réponse correcte avec explications (ou avec trois tableaux au moins) donnant l'ordre dans lesquelles les tâches ont été déterminées
 - 3 Réponse correcte sans explications (seulement un tableau ou une liste ou la simple répétition des données)
 - 2 Réponse partiellement correcte, avec une seule erreur (intersion, tâches répétées pour l'une des personnes, ..)
 - 1 Réponse avec plus d'une erreur
 - 0 Incompréhension du problème
-

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

8. LE DRAPEAU - DIE FAHNE (Cat. 5, 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance:

- Arithmétique (les quatre opérations)
- Géométrie (rectangle, dimensions, aires)

Analyse de la tâche:

- Comprendre la disposition des rectangles rouges sur le drapeau.
- Tenir compte des mesures données et déterminer le nombre de rectangles rouges disposés sur les bords, par exemple, trouver, par essais successifs, que dans le côté le plus court on peut mettre exactement 10 rectangles rouges, avec les 9 espaces ($10 \times 8 + 9 \times 2 = 98$).
ou effectuer les divisions $196 : 22 = 8$ reste 20 et $98 : 10 = 9$ reste 8 en tenant compte des intervalles de 2 cm séparant 2 petits rectangles rouges et en interprétant correctement les restes obtenus qui ne permettent pas de placer un nouveau petit rectangle rouge ni dans la largeur, ni dans la longueur
ou effectuer un dessin complet, à l'échelle, en plaçant les petits rectangles rouges sur les côtés du drapeau en respectant les mesures indiquées:.
- Dédire que 90 ($= 9 \times 10$) est le nombre de petits rectangles rouges sur une face du drapeau et que le nombre total cherché est 180.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte 180, avec le détail des opérations et la procédure suivie (ou dessin complet)
- 3 Réponse correcte 180, mais explications incomplète
- 2 Réponse 180 sans explications, ou 90 (une seule face) avec explications complètes, ou procédure de résolution engagée et correcte, mais sans réponse numérique ou bien avec une erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

9. MULTIPLICATION CODÉE - VERSCHLÜSSELTE MULTIPLIKATION (Cat. 5, 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : multiplication, addition

Analyse de la tâche :

- Constater que $A D E \times B = A D E$, en déduire que $B = 1$
- Constater que le double de D a pour chiffre des unités D, en déduire que la seule valeur possible de D est 0
- Voir que $F \times E$ et $F \times A$ se terminent par 0, en déduire que la seule valeur possible de F est 5
- $5 \times E = C0$ et $5 \times A = E0$, les valeurs possibles pour E et A sont 4, 6 et 8 car $C \neq 1$
- Tester les valeurs possibles pour E et A, contrôler que les autres contraintes sont respectées. A et C doivent également vérifier $A + C = 10$

Solution :

$$\begin{array}{r} 8 4 \\ \times 5 \\ \hline 8 4 \\ 4 2 \\ \hline 4 1 0 4 \end{array}$$

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les 6 chiffres ont été trouvés) avec justification
- 3 Réponse correcte sans justification ou 4 ou 5 chiffres exacts avec justification
- 2 3 chiffres exacts avec justification ou 4 ou 5 chiffres exacts sans justification
- 1 2 chiffres exacts justifiés ou non, ou 3 chiffres exacts sans justification
- 0 Incompréhension du problème ou 1 chiffre exact justifié ou non

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

10. MISS TROISPOINTE - MISS DREIECK (Cat. 5, 6, 7, 8)

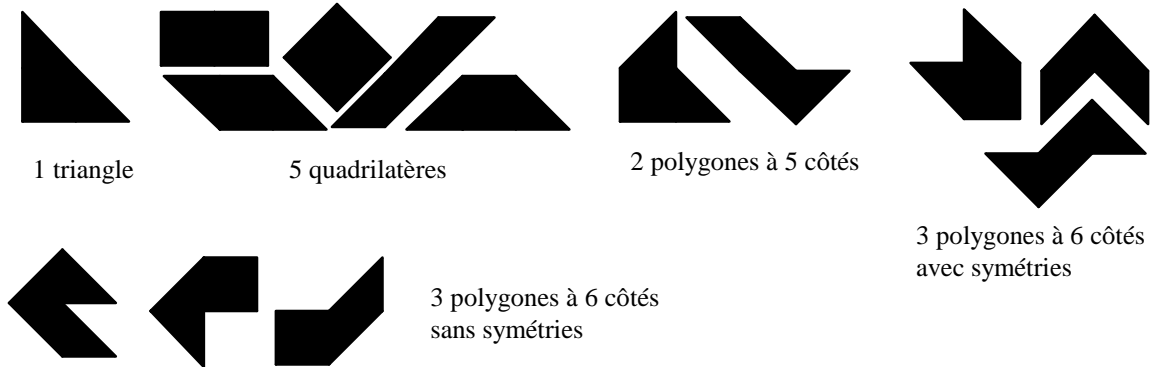
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de figures isométriques,

Analyse de la tâche

- Déterminer les 14 figures, par essais, comparaisons, recouvrements,



Attribution des points

- 4 Les 14 solutions différentes, dessinées et classées, sans polygones superposables (ni répétitions ni oublis)
- 3 12 ou 13 solutions différentes, dessinées et classées, (un ou deux oublis) ou 14 différents et une ou deux répétitions ou encore 14 solutions différentes dessinées, mais sans classement
- 2 10 ou 11 solutions différentes, dessinées et classées, (avec 3 ou 4 oublis) ou 12 ou 13 différents et 3 ou 4 répétitions, ou encore 12 ou 13 solutions dessinées, sans classement
- 1 De 5 à 9 solutions différentes ou « 14 » sans aucun dessin
- 0 Incompréhension des règles de construction. ou moins de 5 solutions différentes

11. NOMBRES AU SOMMETS - ECKZAHLEN (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique
- Combinatoire

Analisi del compito:

- Placez les nombres sur les sommets par essais au hasard pour se rendre compte que, vu que deux sommets de triangles voisins sont communs, la différence de 1 entre les deux sommes des sommet (de ces triangles voisins) est due au nombre du sommet non commun. Si par exemple 1 est en bas à gauche dans A, 2 sera en haut à droite de B, commun avec C et D et, finalement, 3 se retrouvera sur le sommet commun de E, F et G.

(On peut poursuivre ce raisonnement algébriquement pour aboutir à la répartition des 9 nombres (dont la somme est 45) en trois groupes sur A, sur D et sur G dont les sommes respectives sont 12, 15 et 18.)

- Travailler par hypothèses et essais en plaçant les nombres 1, 5 et 9 dans les triangles respectifs A, D et G. et aboutir à la découverte que 1, 4 et 7 sont sur les sommets de A, 2, 5 et 8 sur D et 3, 6 et 9 sur G.
- Etablir les 6 combinaisons permettant de placer les nombres 1, 4 et 7 sur les sommets du triangle A pour déterminer les 6 solutions: de gauche à droite (en A, en D et en G) :

147 258 369 174 285 396 417 528 639 471 482 693 714 825 936 741 852 963

Attribuzione dei punteggi:

- 4 Les 6 solutions correctes organisées, avec quelques explications (pour la première solution au moins)
- 3 Les 6 solutions correctes sans aucune explication ou 4 à 5 solutions organisées ou expliquées
- 2 4 à 5 solutions correctes sans explications ou 2 à 3 solutions organisées ou expliquées
- 1 1 seule solution correcte (avec ou sans autres solutions erronées)
- 0 Incompréhension du problème

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

12. LES 100 EUROS - DIE 100 EURO (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : décomposition d'un nombre, multiples
- Algèbre

Analyse de la tâche :

- S'approprier l'énoncé et distinguer les 100 objets (n billets, m pièces de 1 € et p pièces de 0,05 €) de la valeur qu'ils représentent au total : 100 € pour aboutir aux deux relations, mentales ou écrites :

$$n + m + p = 100 \text{ et } (5 \times n) + (1 \times m) + (0,05 \times p) = 100$$

puis faire quelques essais pour voir l'interdépendance des trois nombres d'objets.

- Comprendre que le nombre de pièces de 5 centimes (ou 0,05 €) doit obligatoirement être un multiple de 20 si l'on veut que la somme d'argent soit exprimée en un nombre entiers d'euros (ici 100), puisque les billets et les pièces de 1 € représenteront toujours des nombres entiers.
- Envisager les différentes possibilités pour le nombre de pièces de 5 centimes et calculer les valeurs correspondantes :
0 pièce \rightarrow 0 €; 20 pièces \rightarrow 1 €; 40 pièces \rightarrow 2 €; 60 pièces \rightarrow 3 €; 80 pièces \rightarrow 4 €; 100 pièces \rightarrow 5 €;
- Eliminer les cas qui ne conviennent pas : 0 pièces de 5 centimes \rightarrow 100 pièces de 1 € (contraire à l'énoncé qui exige trois sortes de billets ou pièces) ; 20, 40 ou 60 pièces de 5 centimes (car il est impossible de faire respectivement 99 €, 98 € ou 97 € avec les 80, 60 ou 40 pièces ou billets restants).

La seule solution à conserver est 80 pièces de 5 centimes (4 €) et 96 € en 20 pièces ou billets, ce qui est possible avec 19 billets (95 €) et une pièce (1 €)

Attribution des points

- 4 Réponse exacte (80 pièces de 5 cent., 1 pièce de 1 €, 19 billets de 5 € avec explications de la démarche et vérification)
- 3 Réponse exacte avec explication incomplètes (sans la démarche ou sans la vérification)
- 2 Réponse exacte sans explications, ou erreur de calcul, p.ex. une seule des deux sommes égale à 100
- 1 Début de raisonnement correct, avec recherches explicitées
- 0 Incompréhension du problème

13. SAC DE BILLES - DAS SÄCKCHEN MIT KUGELN (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, divisibilité, multiples communs

Analyse de la tâche:

- Comprendre que, au vu de la grandeur des nombres, il ne sera pas possible de travailler concrètement avec des objets mais qu'il faudra recourir aux écritures et aux relations numériques
- Trouver une méthode d'élimination ou de choix qui évite de faire trop de divisions pour déterminer les restes, par exemple:
retenir les nombres qui se terminent par 3 ou par 8 (Fabio), éliminer les nombres pairs (Marc) et se persuader ainsi que le nombre cherché se termine par 3, puis ne conserver que les multiples de 3 (Serge) pour ne conserver que 1323, 1353, 1383, 1413, 1443 et 1473 et calculer finalement les restes de la division par 7 (Louis) pour ne conserver que $1383 = 197 \times 7 + 4$
ou écrire les multiples de 7 augmentés de 4, entre 1300 et 1500, (1306, 1313, 1320, ...), éliminer les pairs et ceux qui ne se terminent pas par 3 (1313, 1383, 1453) pour ne conserver que 1383 qui est multiple de 3.
- Se convaincre, si la méthode utilisée n'était pas systématique (comme les précédentes) que la réponse trouvée, 1383, est la seule solution. On peut vérifier par exemples, en se référant au ppmc 70, que les nombres $1453 = 1383 + 70$ et $1313 = 1383 - 70$ ne sont pas des solutions.

Attribution des points:

- 4 Réponse exacte (1383) avec détails de la recherche systématique (qui montrent l'unicité de la solution)
 - 3 Réponse exacte avec détails d'une recherche non exhaustive (sans la certitude qu'il n'y a qu'une solution)
 - 2 Réponse exacte sans explications, ou erreur de calcul avec détails d'une recherche systématique
 - 1 Début de recherche seulement, non systématique
 - 0 Incompréhension du problème
-

MAACH MAT(H) 2002/2 Analyse des problèmes

14. LES RUBANS TRANSPARENTS - DURCHSICHTIGE FARBBÄNDER (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : parallélogramme
- Mesures : calcul de l'aire d'un parallélogramme

Analyse de la tâche

- Dessiner l'intersection des deux rubans, constater que c'est un parallélogramme, non rectangle, sinon les mesures de ses côtés seraient 4 et 6 cm.
- En déduire que deux côtés mesurent 4,5 cm et qu'ils sont situés « en travers » du ruban bleu de 4 cm de largeur.
- Penser à calculer l'aire du parallélogramme : $4,5 \times 6 = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$ et que, en choisissant l'autre « hauteur », 4, on obtiendrait la deuxième « base » $b \times 4 = 27 \Rightarrow b = 27 / 4 = 6,75$
- ou solution obtenue par construction géométrique.

Attribution des points

- 4 La solution : parallélogramme de côtés de 4,5 cm et 6,75 cm, avec les explications
- 3 La solution, avec explications insuffisantes
ou construction géométrique très précise, sans pouvoir être certains que le deuxième côté est 27/4
- 2 Description du parallélogramme, construction et réponse proche de 6,75
- 1 Dessin d'un parallélogramme, sans calculs ni mesures précises
- 0 Incompréhension du problème

15. UN NOMBRE MYSTERIEUX - GEHEIMNISVOLLE ZAHL (Cat. 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication et division, valeur positionnelle des chiffres
- Algèbre: équation du premier degré

Analyse de la tâche

- Comprendre que le déplacement du chiffre 1 de la colonne des centaines de milliers à la colonne des unités correspond à une multiplication par 3 et qu'on se trouve devant la relation $1abcde \times 3 = abcde1$ et, par conséquent, que le chiffre des unités (1) du second nombre est le chiffre des unités du triple du dernier chiffre (e) du premier nombre.

Trouver alors un multiple de 3 qui se termine par 1. C'est 7 ($3 \times 7 = 21$), et par conséquent, 7 est le dernier chiffre du premier nombre (e) et l'avant dernier du second nombre.

Trouver alors un nombre d'un chiffre (d) qui, multiplié par 3 et ajouté à la « retenue » de la multiplication précédente, 2, se termine par 7. C'est 5 ($3 \times 5 + 2 = 17$). Par conséquent, 5 est l'avant dernier chiffre du premier nombre (d) et l'antépénultième du second nombre.

Etc., en pensant à

$$\begin{array}{r} \\ \\ 1 \\ \times \\ \hline \end{array}$$

continuer jusqu'à la détermination complète du nombre : 142857

- Ou, algébriquement, en considérant la valeur de position du 1 dans les deux nombres et en désignant par x le nombre constitué des cinq derniers chiffres du nombre initial, poser et résoudre l'équation $3(100000 + x) = 10x + 1$ qui se simplifie en $7x = 299999$ et qui donne 42857 pour valeur de x.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (142857) avec explications et détail des calculs
3 Réponse correcte mais procédure peu claire
2 Procédure correcte mais résultat erroné, à la suite d'une erreur de calcul
1 Début de raisonnement (par exemple, trouver 7 comme dernier chiffre du premier nombre mais non sans réussir à continuer)
0 Incompréhension du problème