

1. Carrés de quatre cases - Vier Kästchen für ein Quadrat. (Cat. 3)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

Arithmétique : addition

Raisonnement : Elaboration d'une stratégie pour trouver tous les carrés possibles

Analyse de la tâche

- Distinguer les différents carrés de quatre cases du tableau, y compris ceux qui se superposent partiellement (16).
- Pour chaque carré repéré, calculer la somme des quatre nombres.
- Noter les 8 carrés dont la somme des nombres est 50 (ou des 7 carrés, autres que celui de l'exemple).

3	14	17	11	14
7	26	9	13	12
15	4	22	23	4
15	6	18	15	8
23	16	10	7	20

3	14	17	11	14
7	26	9	13	12
15	4	22	23	4
15	6	18	15	8
23	16	10	7	20

3	14	17	11	14
7	26	9	13	12
15	4	22	23	4
15	6	18	15	8
23	16	10	7	20

Attribution des points

- 4 7 ou 8 carrés corrects et notés clairement, sans autres carrés (dus à des fautes de calcul)
 - 3 5 ou 6 carrés corrects et notés clairement, ou 7 ou 8 corrects et un autre avec erreur de calcul ou répétition(s)
 - 2 3 ou 4 carrés corrects et notés clairement, ou 5 ou 6 corrects et 1 ou 2 autres avec erreur de calcul
 - 1 1 ou 2 carrés corrects et notés clairement, ou réponse 7 ou 8 sans aucune autre indication, ou 3 ou 4 corrects et 1 ou 2 autres avec erreur de calcul
 - 0 Incompréhension du problème ou seulement un nombre de carrés différent de 8 ou 9 - sans aucune indication
-

2. Petites et grandes - Große und Kleine (Cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique : sériation

Analyse de la tâche

- Interpréter correctement les quatre phrases et déterminer les relations correspondantes en trouvant un mode de représentation adéquat pour exprimer le contenu des phrases.
- Analyser les possibilités :
1ère phrase: $F > H > M$,
2e phrase : $F > H > M > V$.

Comprendre que la 3^e phrase ne permet pas de déterminer avec certitude la position de Camille qui pourrait se trouver n'importe où parmi les enfants plus grands que Valérie.

Tenir compte de l'information de la dernière phrase : $V < M < H < F < C$.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte ($V < M < H < F < C$ ou dessin ou texte) avec l'indication des étapes effectuées
 - 3 Réponse exacte sans indiquer la procédure suivie
ou ordre inverse avec explications
 - 2 Réponse avec une des conditions non respectée
ou ordre inverse sans explications
 - 1 Réponse avec deux conditions qui ne sont pas respectées
 - 0 Incompréhension du problème
-

3. Chasse au trois - Jagd auf die Ziffer 3. (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Numération : distinction entre chiffre et nombre

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'on doit compter le nombre d'apparitions du chiffre « 3 » dans la succession des nombres.
- Organiser sa recherche : écrire la suite des nombres en comptant les chiffres « 3 » ou n'écrire que les nombres contenant des chiffres « 3 » ou procéder dizaine par dizaine en examinant chacune d'elles.
- S'arrêter au nombre qui contient le vingt-cinquième « 3 ».

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (131) avec présentation claire de la recherche effectuée
 - 3 Réponse correcte, avec présentation peu claire de la recherche effectuée
 - 2 Réponse « 131 » sans aucune autre explication
ou erreur de comptage (130 ou 133) avec présentation de la recherche
ou début organisé de la recherche avec dénombrement d'au moins 20 chiffres « 3 », mais pas aboutie, oubli des chiffres « 3 » de la trentaine
 - 1 Recherche incomplète et sans organisation
ou réponse 130 ou 132 sans aucune autre explication
 - 0 Incompréhension du problème
-

4. Puzzle de quatre pièces - Puzzle aus vier Teilen. (Cat. 3, 4, 5)

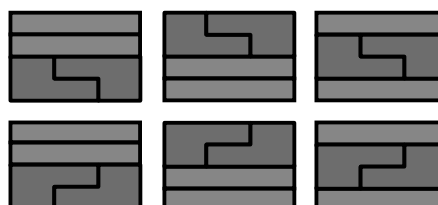
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : figures géométriques, rectangle et symétries

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il peut y avoir différentes combinaisons des quatre pièces en utilisant les symétries.
- Organiser les dessins des six possibilités de manière à pouvoir les distinguer.



Attribution des points

- 4 Réponse juste avec le dessin clair des 6 combinaisons possibles
 - 3 Réponse avec 4 ou 5 solutions différentes dessinées (il peut y avoir plus de 4 ou 5 dessins, dont certains sont égaux)
 - 2 Réponse avec 3 solution différentes dessinées (il peut y avoir plus de 3 dessins, dont certains sont égaux)
 - 1 Réponse avec 1 ou 2 solutions différentes dessinées (il peut y avoir plus de 1 ou 2 dessins, dont certains sont égaux)
ou réponse « 6 » sans aucun dessin
 - 0 Incompréhension du problème
-

5. Jeu de cartes - Lorenzos Kartenspiel (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Comprendre quelles sont les possibilités pour terminer le jeu de cartes.
- Analyser les possibilités :
 - 3 cartes ne suffisent pas toujours pour terminer : Lorenzo peut par exemple avoir en main deux carrés et un triangle (CCT) et non forcément un brelan (trois formes égales) ou une tierce (trois formes différentes).
 - 4 cartes ne suffisent pas pour terminer à coup sûr parce qu'on pourrait avoir deux paires, par exemple CCTT.
 - 5 cartes donnent la certitude qu'on a terminé parce que, après le quatrième tirage avec deux paires : (CCTT, ou RRTT ou CCRR., on tire nécessairement, au cinquième, soit une autre forme que celles qui composent les paires et l'on forme ainsi une tierce (trois formes différentes), soit une même forme que celle d'un des deux couples et l'on a ainsi un brelan.

- Déterminer que la réponse est 5.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et explications claires
 - 3 Réponse correcte et explications incomplètes
 - 2 Réponse correcte sans explications
 - 1 Réponse fausse, mais début de recherche qui montre une compréhension de la situation
 - 0 Incompréhension du problème
-

6. Le plus grand produit - Das größte Produkt. (Cat. 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

Arithmétique : comparaison de nombres et ordre de grandeur

Analyse de la tâche

- Remarquer qu'on obtient les produits les plus grands si l'un des facteurs commence par le chiffre 5 et l'autre par le chiffre 4.
- Réaliser que deux types de produits sont possibles :
Les produits où l'un des facteurs est un nombre de trois chiffres et l'autre un nombre de deux chiffres, puis les produits où l'un des facteurs est un nombre de quatre chiffres et l'autre un nombre d'un seul chiffre.
- Calculer les produits susceptibles de fournir la solution, notamment :
 532×41 ; 531×42 ; 521×43 ; 432×51 ; 431×52 ; 421×53 puis 5×4321 , 4×5321
et en déduire que $431 \times 52 = 22412$ est la solution demandée.

Attribution des points

- 4 Bonne réponse $431 \times 52 = 22412$ avec présentation et analyse des 8 produits à envisager
 - 3 Réponse correcte avec présentation et comparaison d'au moins 4 des 8 produits à envisager ou erreur de calcul
 - 2 Réponse correcte sans aucune présentation de calculs ou réponse fausse due à une erreur de calcul mais avec présentation des autres calculs
 - 1 Début de recherche mais les produits « intéressants » n'ont pas été envisagés et la réponse est inférieure à 20000, réponse > 21000 mais sans recherche bien argumentée
 - 0 Incompréhension du problème
-

7. Double escalier - Treppauf, treppab. (Cat. 4, 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

Arithmétique : somme d'une progression, division

Mesures

Analyse de la tâche

- Réaliser qu'il y a deux cubes de plus d'un étage au suivant, en partant du haut.
- Calculer le nombre d'étages (après avoir converti 1 m en 100 cm et effectué une division par 5) : 20 étages.
- Calculer la somme des cubes des 20 étages :
 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29 + 31 + 33 + 35 + 37 + 39 = 400$,
ou en utilisant la symétrie de l'escalier et la colonne centrale : $20 + 2 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 17 + 18 + 19) = 20 + (2 \times 190) = 400$.
ou en utilisant le fait que la somme des n premiers nombres impairs est le carré de n .

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (400) avec justification claire (détail des calculs)
 - 3 Réponse correcte avec justification incomplète
ou procédure explicitée correctement avec une erreur de calcul ou de conversion
 - 2 Réponse correcte sans aucune justification
ou nombre d'étages correct et constatation que les nombres de cubes vont de 2 en 2
 - 1 Nombre d'étages correct ou constatation que les nombres de cubes vont de 2 en 2
 - 0 Incompréhension du problème
-

8. Points de vue - Gesichtspunkte. (Cat. 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : le cube, vision spatiale

Analyse de la tâche

- Comprendre que, des 8 petits cubes utilisés, 7 sont visibles et un seul est caché.
- Comprendre que les faces d'un même petit cube sont de même couleur.
- Attribuer aux cubes des couleurs qui satisfont les conditions de l'énoncé (chercher les combinaisons possibles) ou déduire de la face de droite (2 jaunes, 2 verts) que la face de gauche contient les 2 blancs et les 2 rouges.
- Comprendre alors qu'il n'y a que deux possibilités : le cube caché peut être blanc ou rouge (indépendamment de la position des verts et jaunes).

Attribution des points

- 4 Les deux possibilités (cube blanc, cube rouge) avec les cubes correctement coloriés ou avec explications
 - 3 Les deux possibilités, avec explications ou dessins incomplets, une solution avec dessins et explications exhaustives
 - 2 Une seule possibilité (blanc ou rouge) avec les cubes correctement coloriés ou avec explications
 - 1 Une seule possibilité, sans explication ni dessin
ou quelques cubes coloriés correctement mais sans la solution
 - 0 Incompréhension du problème
-

9. menteur et menteur - Zwei Lügner (Cat. 5, 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique : organiser un raisonnement

Analyse de la tâche

- Tester chaque jour de la semaine en prenant en compte les informations relatives au jour considéré et à la veille, en utilisant éventuellement un tableau à double entrée :

	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Pinocchio	faux	vrai	faux	faux	vrai	faux	faux
Dorante	faux	vrai	faux	faux	faux	vrai	faux

Observer que la phrase « hier je mentais » est vraie, pour Pinocchio, le vendredi (car ce jour-là il dit la vérité et la veille il mentait) mais aussi le mardi qui exige une double négation.

Cette phrase est vraie pour Dorante le mardi, mais aussi le samedi (double négation).

Trouver ainsi que le seul jour qui convient est le mardi.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (mardi) avec justification complète (les deux jours possibles pour l'une des deux personnes au moins)
 - 3 Réponse correcte avec justification incomplète ou peu claire
 - 2 Réponse « impossible » avec justification, compte tenu que seulement les deux jours « faciles » ont été envisagés (vendredi pour Pinocchio et mardi pour Dorante), ou réponse juste sans explication
 - 1 Début de recherche correcte (conduisant à « vendredi » ou « samedi »)
 - 0 Incompréhension du problème ou autre réponse non justifiée
-

10. Échanges de CD - CD-Tausch. (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : quatre opérations fondamentales
- Algèbre : mise en équation

Analyse de la tâche

- Remarquer qu'il faut faire un raisonnement hypothétique.
- Procéder par essais successifs organisés (en considérant par exemple que le nombre de CD de Franck doit être un nombre pair et même un multiple de 4) et vérifier chaque fois que toutes les conditions soient satisfaites.
ou tenter d'exprimer le nombre de CD des quatre amis en fonction du nombre des CD de l'un d'entre eux ou mettre en procédant par voie algébrique :

$$\begin{array}{ccccccccc}
 (2x - 2) & + & (2x + 2) & + & x & + & 4x & = & 90 \\
 \text{Annick} & & \text{Pierre} & & \text{Myriam} & & \text{Franck} & & \\
 & & & & & & 9x & = & 90 \\
 & & & & & & x & = & 10
 \end{array}$$

- et conclure (au moyen d'un tableau par exemple) que :

Annick	18 CD	$18 + 2 = 20$
Pierre	22 CD	$22 - 2 = 20$
Myriam	10 CD	$10 \cdot 2 = 20$
Franck	40 CD	$40 : 2 = 20$
Total	90 CD	

Attribution des points

- Réponse correcte (Annick 18, Pierre 22, Myriam 10 et Franck 40) avec explications cohérentes
- Réponse correcte, mais avec explications incomplètes ou peu claires
- Réponse qui respecte toutes les conditions sauf le total de 90 (Par exemple 20, 24, 11 et 44, ce qui conduit à 22 CD chacun mais 99 en tout)
ou réponse correcte sans aucune explication
- Début de raisonnement correct
- Incompréhension du problème (ex. réponse en nombres décimaux)

11. Formes - Formen. (Cat. 6, 7, 8)

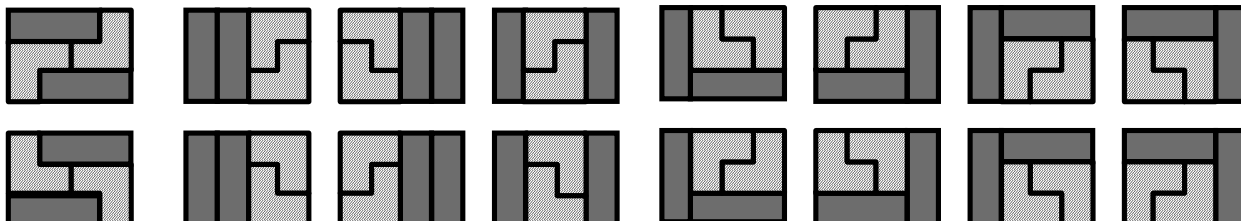
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : figures géométriques, rectangle et symétries

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il peut y avoir différentes combinaisons des quatre pièces en utilisant les symétries.
- Organiser les dessins des 16 possibilités de manière à pouvoir les distinguer :



Attribution des points

- Réponse juste avec le dessin clair des 16 combinaisons possibles
- Réponse avec 13 à 15 possibilités différentes dessinées (il peut y avoir plus de 13 à 15 dessins, dont certains sont égaux)
- Réponse avec 9 solution différentes dessinées Sans les rotations de la forme C ou 10 à 12 possibilités différentes dessinées (il peut y avoir plus de dessins, dont certains sont égaux)
- Réponse avec 5 à 8 solutions différentes dessinées (il peut y avoir plus de dessins, dont certains sont égaux) ou réponse « 16 » sans aucun dessin
- Incompréhension du problème

12. La plaque d'immatriculation – Autokennzeichen. (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

Arithmétique : nombres premiers, critère de divisibilité par 3

Raisonnement : organisation d'un inventaire par exclusion

Analyse de la tâche

- Construire la suite croissante de chiffres à l'aide de nombres premiers de 2 chiffres.
- Comprendre que 0, 2, 4, 5, 6 et 8 ne peuvent occuper les places paires, que 1 ne peut pas être en deuxième position et que le numéro est donc de la forme : ? 3 ? 7 ? 9, puis que le numéro est de la forme ? 3 ? 7 8 9.

Procéder par essais –erreurs : 57 n'est pas premier donc

Le numéro est de la forme	?	3	4	7	8	9
---------------------------	---	---	---	---	---	---

Pour que le nombre soit divisible par trois le premier chiffre doit être 2

Le numéro est	2	3	4	7	8	9
---------------	---	---	---	---	---	---

- Ou procéder par essais-erreurs depuis le début : 1-2 éliminé, 1-3 ou 2-3 et ainsi de suite. On arrive à 1-3-4-7-8-9 ou 2-3-4-7-8-9 la troisième condition permet de choisir la bonne solution.

Attribution des points

- 2-3-4-7-8-9 avec explications détaillées du procédé de construction
- 2-3-4-7-8-9 sans explications détaillées du procédé de construction ou 134789 ou 236789 provenant d'une erreur de calcul dans la vérification de la première condition, avec explications
- réponse correcte sans explication ou non-respect d'une consigne avec explications
- Début de construction du nombre
- Incompréhension du problème

13. Carrelage - Fliesenleger an die Arbeit (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication et division, proportionnalité, ou PPCM
- Algèbre : pose ou résolution d'une équation
- Géométrie : aire du rectangle et pavage

Analyse de la tâche

- On calcule la mesure de l'aire du rectangle, en cm^2 ($120 \times 225 = 27000$), puis l'aire d'un carré ($27000 : 480 = 56,25$) et l'on cherche la racine carrée de 56,25 pour obtenir la mesure du côté d'un carré (7,5 cm). Il faut ensuite vérifier que la construction est effectivement possible ou poser et résoudre l'équation $480x^2 = 27000$
- On cherche les diviseurs communs de 120 et 225 et l'on constate que les carrés pourraient avoir 1 cm, 3 cm, 5 cm ou 15 cm de côté. Par essais successifs, on obtient 27000, 3000, 600, 120 carrés et l'on se rend compte que le diviseur cherché est entre 5 et 15
- On fait l'inventaire des possibilités de former un rectangle de 480 carrés et l'on choisit, parmi les couples de nombres entiers dont le produit est 480 ($1 \times 480, 2 \times 240, 3 \times 160, 4 \times 120, 5 \times 96, 6 \times 80, 8 \times 60, 10 \times 48, 12 \times 40, 15 \times 32, 16 \times 30, 20 \times 24$), celui qui est proportionnel à 120 et 225. On remarque alors que l'un des couples, (16 ; 30) est proportionnel à (120 ; 225), ce qui veut dire qu'il y aura 16 carrés dans la largeur et 30 dans la longueur

Attribution des points

- 4 La solution, (7,5) avec la démarche et les vérifications (voir démarches ci-dessus)
- 3 La solution correcte avec calculs, mais incomplète
- 2 Démarche correcte, mais erreurs de calculs ou manque de rigueur dans les essais
- 1 Début de démarche correcte
- 0 Incompréhension du problème ou aucune solution trouvée

14. Échanges de cadeaux - Geschenke-Austausch (Cat. 7, 8)

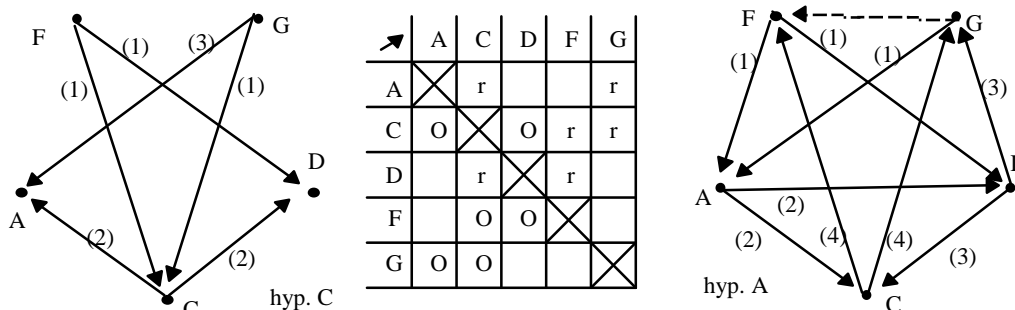
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique

Analyse de la tâche

- Comprendre que l'amie à qui Françoise et Gabrielle font un cadeau peut être Anne ou Claire. [flèches (1)]
(Dans un diagramme par flèches, chaque amie en envoie 2 et en reçoit 2)



- Comprendre que l'hypothèse Claire (fig. hyp C) est exclue car :
 - a) Claire doit faire ses cadeaux à Danielle et Anne car elle en reçoit déjà des deux autres amies (2),
 - b) Par conséquent Gabrielle devrait faire son cadeau à Anne (3) et non à Danielle qui en reçoit déjà deux
 - c) Il s'ensuit que Gabrielle ne pourrait recevoir qu'un seul cadeau (de Danielle) ou que Anne ne pourrait en envoyer qu'un seul (à Françoise).
- L'hypothèse « Claire » menant à une contradiction, il faut envisager l'hypothèse « Anne ». (fig. hyp A).
 - a) Anne doit faire ses deux cadeaux à Claire et Danielle car elle en reçoit déjà des deux autres amies (2),
 - b) Danielle doit donc faire ses deux cadeaux à Claire et Gabrielle car elle en reçoit déjà des deux autres amies (3)
 - c) Claire doit donc faire ses deux cadeaux à Francesca et Gabrielle car elle en reçoit déjà des deux autres amies (4)
- Ou utiliser un tableau à double entrée avec le même type de raisonnement. Dans l'hypothèse « Claire », le tableau de la figure ci-dessus montre que Anne ne pourra en offrir qu'un seul (O), à Françoise mais pas à Danielle qui aurait trois cadeaux reçus (r) dans sa ligne.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Giovanna e Francesca), avec explications claires (schéma, dessin)
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires ou incomplètes
- 2 Réponse fausse qui ne tient pas compte d'une condition, avec explications cohérentes ou réponse correcte, sans aucune explication
- 1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

15. Remise des prix - Preisverteilung (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : somme d'une progression arithmétique
- Algèbre : pose et résolution d'une équation

Analyse de la tâche :

- Comprendre qu'on ne connaît ni le nombre d'élèves qui ont terminé la course, ni le nombre de bonbons distribué à chacun d'eux, mais seulement le nombre total (77) et la relation entre les nombres successifs (+2).
- Organiser des essais du genre :
 - avec trois coureurs $7 + 5 + 3 = 15$ $27 + 25 + 23 = 75$ $29 + 27 + 25 = 81$ à abandonner,
 - avec un nombre pair de coureurs : à abandonner,
 - avec 5 coureurs : $19 + 17 + 15 + 13 + 11 = 75$ à abandonner,
 - avec 7 coureurs $17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 = 77$ solution correcte,
 - avec 9 coureurs $17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 81$ impossible
- Des essais précédents, faire l'hypothèse que la moyenne des bonbons doit être un diviseur de 77 et passer à un raisonnement de type algébrique : $\dots (m - 4) + (m - 2) + m + (m + 2) + (m + 4) + \dots = \dots \times m = 77$. Vérifier que la valeur de m ne peut être que 7 (voir exemple ci-dessus).

La solution « 1 coureur avec 77 bonbons » doit être abandonnée par le contexte de course et par l'énoncé.

Attribution des points

- 4 La réponse juste (7 élèves, et 5 bonbons pour le dernier), avec explications et justification que c'est la seule solution
 - 3 La réponse juste, avec explications, sans vérifier l'unicité
 - 2 La réponse juste, sans explication, avec une simple vérification
ou essais organisés s'approchant de la solution
 - 1 Quelques essais peu organisés
 - 0 Incompréhension du problème
-

16. La bannière du château - Die Schlossfahne (Cat. 8)

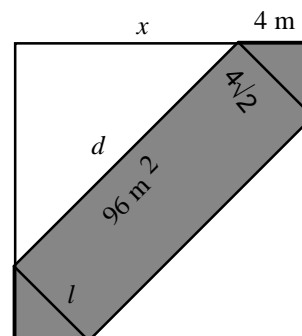
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

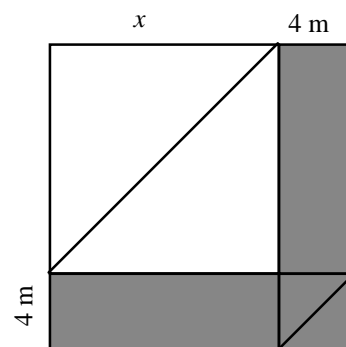
- Géométrie : relation côté - diagonale d'un carré. théorème de Pythagore

Analyse de la tâche

- Trouver les mesures des côtés de la bande colorée en se rendant compte qu'elle est formée d'un rectangle et de deux triangles qui sont chacun un demi-carré de 4m de côté. L'aire du rectangle est ainsi de $112 - 16 = 96 \text{ m}^2$, sa largeur est la diagonale d'un carré de 4m de côté : $4\sqrt{2}$ et par conséquent, sa longueur est (en mètres) $96/4\sqrt{2} = 24/\sqrt{2} = 24 \cdot \sqrt{2}/2 = 12\sqrt{2}$
puis trouver x d'après la relation $x = d/\sqrt{2} = 12$
et finalement en déduire la mesure du côté : $12 + 4 = 16$ (mètres)



- Une autre méthode consiste à former un carré avec les deux triangles qui n'appartiennent pas à la bande et de transformer ainsi celle-ci en une figure d'aire équivalente, constituée d'un carré de 4 m de côté et deux rectangles de 4 m de largeur. La longueur de chacun des deux rectangles se calcule ainsi immédiatement :
 $2(4x) + 16 = 112 \Rightarrow x = 12$



Attribution des points

- Réponse correcte (16 m) avec une procédure formelle explicitée (qui sert de justification)
- Réponse avec une erreur de calcul, mais avec une procédure explicitée
ou réponse « 12m » comme mesure de x , avec procédure formelle explicitée (oubli de l'addition de 4m)
- Réponse 16 m obtenue par mesurage sur la figure et vérification (par exemple, on cherche à recalculer l'aire de la bande)
ou réponse avec un nombre non-entier dû à la recherche de $\sqrt{2}$ à la calculatrice
- Réponse 16 m obtenue seulement par mesurage sur la figure, sans vérification
- Autre réponse ou incompréhension du problème