

1. DIE SPIELSTEINE - LES JETONS

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : addition

Analyse de la tâche :

- Trouver des décompositions de 30 qui satisfont les contraintes du problème
- Vérifier que toutes les solutions ont été trouvées (suite d'essais organisés, ...) :
 - 6 jetons dans chaque boîte
 - 3 jetons dans chaque boîte rouge et 8 dans chaque bleue
 - 9 jetons dans chaque boîte rouge et 4 dans chaque bleue
 - 12 jetons dans chaque boîte rouge et 2 dans chaque bleue

Attribution des points

- 4 Toutes les quatre solutions sont trouvées et présentées clairement
- 3 Réponse incomplète : 3 solutions seulement
- 2 Réponse incomplète : 2 solutions
- 1 Une seule solution correcte
- 0 Incompréhension du problème

2. RECHTECKE - RECTANGLES ! (Cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Géométrie : repérage de figures dans une figure complexe
- Logique : organisation d'un dénombrement

Analyse de la tâche :

- Reconnaître des rectangles dans une figure complexe
- Choisir une stratégie de dénombrement (par exemple, dénombrer les rectangles "élémentaires" (5), puis ceux composés de deux rectangles "élémentaires" (5), puis ceux composés de trois rectangles "élémentaires" (1) et de quatre rectangles "élémentaires" (1) ; s'organiser pour ne pas en oublier
- Savoir justifier sa réponse de façon explicite (explications, dessins et coloriage, ...)

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte (12 rectangles) avec justification
 - 3 Réponse correcte sans justification ou réponse approchée 11 ou 13 (un rectangle oublié ou compté deux fois)
 - 2 Dénombrement partiel (réponses de 6 à 10) avec traces de justification
 - 1 Réponse égale à 5 (seuls les rectangles "élémentaires" ont été comptés)
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

3. DIE ZAHLENKOMBINATION - LA COMBINAISON DU COFFRE (Cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, multiples...
- Combinatoire

Analyse de la tâche :

- Comprendre que le chiffre des centaines ne peut être inférieur à 4 ni supérieur à 8, que c'est un chiffre pair (4-6-8) et en déduire le chiffre des unités (2-3-4)
- Comprendre que pour chaque combinaison "centaine-unité", il y a 9 possibilités (les 9 chiffres possibles pour les dizaines). On obtient ainsi 27 solutions : 412, 422, 432, 442, 452, 462, 472, 482, 492 - 613, 623, 633, 643, 653, 663, 673, 683, 693 - 814, 824, 834, 844, 854, 864, 874, 884, 894

Attribution des points :

- 4 Liste de toutes les possibilités (27)
 - 3 Réponse 27, sans liste ou une liste comportant un à deux oublis ou répétitions
 - 2 Liste de 18 à 24 possibilités
 - 1 Liste de 4 à 17 possibilités
 - 0 Incompréhension du problème ou de 1 à 3 possibilités
-

4. SÄUBERUNGSAKTION - NETTOYAGE (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : partage proportionnel

Analyse de la tâche :

- Constater que le partage 7 - 7 ne serait pas équitable
- Constater que les 14 paquets sont à répartir entre les $18 + 24 = 42$ élèves des deux classes et qu'il y a 1 paquet pour 3 élèves et en déduire la répartition : 6 ($18 : 3$) et 8 ($24 : 3$)

Attribution des points :

- 4 Réponse exacte (6 - 8) avec détail du partage (1 paquet/ 3 élèves) et opérations correspondantes.
 - 3 Réponse exacte (6 - 8) avec explications très partielles
 - 2 Réponse exacte (6 - 8) sans explication (au jugé)
 - 1 Réponse au jugé du genre 5 - 9 ou réponse 4 - 10 (6 d'écart)
 - 0 Incompréhension du problème
-

5. WEIHNACHTSBÄUME - SAPINS DE NOËL (Cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Géométrie : pavage, assemblage de triangles

Analyse de la tâche :

- Dessiner le carré et 8 triangles isocèles entiers à l'intérieur du carré. Les tracés font aussi apparaître 4 demi-arbres
- Dessiner dans la bande rectangulaire restante 4 autres demi-arbres
- Assembler les 8 demi-arbres pour former 4 sapins de plus ou expliquer que les 8 demi-arbres permettent d'en composer 4 entiers
- Voir qu'avec le morceau restant, on ne peut plus faire de sapin entier (mais un demi seulement)

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte : 8 sapins plus 4 autres obtenus à partir des morceaux restants
- 3 Réponse 8 sapins entiers et 2 obtenus à partir des morceaux restants, sans voir la possibilité d'en obtenir d'autres dans la bande rectangulaire
- 2 Réponse 8 sapins entiers
- 1 Début de recherche correcte
- 0 Incompréhension du problème

6. DIE BRIEFMARKENSAMMLUNG - LA COLLECTION DE TIMBRES (Cat. 4, 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Logique
- Arithmétique : addition, soustraction et multiplication

Analyse de la tâche :

- Se rendre compte qu'à chaque échange Pierre gagne 2 timbres
- Déduire que Pierre a effectué 3 échanges pour gagner 6 timbres 51-45
- Compter que pour effectuer 3 échanges, Pierre avait 9 timbres français au départ
- Ou essayer en écrivant la séquence $45 - 3 + 5 = 47$; $47 - 3 + 5 = 49$; $49 - 3 + 5 = 51$ et compter les "3" qui représentent les timbres français.

Attribution des points :

- 4 Réponse juste (9 timbres français) avec explications
- 3 Réponse juste (9 timbres français) avec explications incomplètes
- 2 Réponse juste sans explications ou raisonnement correct mais avec erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement mais perte de l'objet du calcul
- 0 Incompréhension du problème

7. DER EIGENARTIGE TASCHENRECHNER - UNE ÉTRANGE CALCULATRICE (Cat. 4, 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : opérations, multiples

Analyse de la tâche :

- On peut remarquer qu'en doublant deux fois à partir de 50, on obtient 200 en deux étapes (100, 200). On ne peut pas atteindre 50 directement en doublant à partir de 15 (30, 60). Il faut reculer 5 fois de 2 pour passer de 60 à 50. D'où une solution en 9 opérations : 15, 30, 60, 58, 56, 54, 52, 50, 100, 200.
- On peut alors se demander s'il existe une autre solution plus rapide. On peut atteindre 52, en 2 étapes à partir de 13 : 13, 26, 52. D'où la solution en 6 opérations : 15, 13, 26, 52, 50, 100, 200.

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte (6 opérations), avec indication des opérations et trace des essais effectués
 - 3 Réponse correcte (6 opérations), avec indication des étapes seulement (sans opérations ni trace des essais effectués)
 - 2 Réponse non optimale (7 à 9 opérations), avec indication des étapes
ou réponse 6 sans aucun détail
 - 1 Autre réponse non optimale (plus de 9 opérations), avec indication des étapes
 - 0 Incompréhension du problème ou un nombre différent de 6, sans aucun détail
-

8. DAS SCHLOSS - LE CHÂTEAU (Cat. 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : notion de multiple
- Géométrie : somme de longueurs

Analyse de la tâche :

- Comprendre qu'on travaille seulement sur la longueur du couloir et la dimension d'un côté pour les dalles
- Repérer les contraintes : les dalles sont identiques; avec une même sorte de dalles juxtaposées, on obtient exactement la longueur du couloir; c'est vrai pour chaque sorte de dalles; la longueur totale est légèrement inférieure à 10 m
- Traduire les 3 premières contraintes en termes de calcul :
 - recherche des multiples communs à 20, 25, 30, soit : 300, 600, 900, 1200...
 - ou recherche des nombres qu'on peut obtenir par additions répétées de 20, 25, ou 30.
 - Cette recherche peut se faire par essais, ou par comparaison de listes.
- Convertir 10 m en 1000 cm
- Choisir parmi les solutions celle qui est juste inférieure à 1000 cm soit 900 cm ou 9 m.
- Autre solution : essai de division de 1000, puis d'entiers inférieurs à 1000, par 20, 25, et 30, de façon à avoir des quotients entiers. On peut ainsi obtenir par essai la solution 900, en ayant établi ou non qu'il n'y en a pas d'autre plus proche de 1000 (cette recherche peut aboutir si on remarque qu'on n'a à travailler que sur des multiples de 10).

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte 9 m, ou 900 cm, avec justifications (expliquant le choix de 900 cm ou 9 m, parmi les autres multiples communs)
 - 3 Réponse correcte avec méthode d'essais de division, sans justifier que c'est la plus proche de 10 m
 - 2 Réponse 12 m, 6 m ou 3 m, avec justification (quelle que soit la méthode)
 - 1 Réponse correcte sans explication
 - 0 Toute autre réponse ou incompréhension du problème
-

9. FEIERABEND IN DER BAR - LA FERMETURE DU BAR (Cat. 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche :

- Procédure avec planification de la démarche :
 - organiser le dénombrement des pieds "connus", c'est-à-dire, pour la table ronde : $1 + (3 \times 2) = 7$ et pour les 3 tables carrées : $(3 \times 4) + (3 \times (4 \times 4)) = 60$, soit 67 en tout
 - en déduire le nombre de pieds sur les autres tables rondes : $94 - 67 = 27$
 - diviser par le nombre de pieds sur l'une de ces tables rondes soit $1 + (2 \times 4) = 9$; puis $27 : 9 = 3$
 - déterminer le nombre total de tables : $3 + 1 + 3 = 7$
- Une procédure par essais, avec hypothèse sur le nombre de tables rondes ayant deux chaises, est également possible. Par exemple, calcul du nombre total de pieds avec 2 tables rondes à 4 chaises : $(9 \times 2) + (3 \times 20) + 7 = 75$, trop petit, puis réajustement

Attribution des points :

- 4 Réponse exacte (7), avec justification détaillée de la démarche : calculs ou explication des étapes, ou explicitation des essais, ou encore dessin détaillé
 - 3 Réponse exacte avec justifications très partielles, ou réponse "3 tables rondes avec deux chaises" et explications complètes
 - 2 Réponse "3 tables rondes avec deux chaises"
 - ou une seule faute de calcul, explications correctes
 - ou détail correct pour les 67 pieds et suite incorrecte
 - 1 Réponse "7" sans aucune explication ou début de démarche cohérente (comptage des pieds "connus", ou essai avec hypothèse sur le nombre de tables rondes ayant des chaises)
 - 0 Toute autre réponse
-

10. ANASTASIA UND IHRE EIER - LES OEUFS D'ANASTASIA (Cat. 5, 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : décomposition du nombre 8 en sommes de 4 nombres (de 1 à 4 selon les positions)

Analyse de la tâche :

- Comprendre que la poule pond 8 oeufs par semaine et que la place des œufs dans les nids d'une ligne n'intervient pas : seul le nombre d'œufs par ligne est à prendre en compte
- Interpréter les contraintes de la situation (pas de ligne vide, pas de ligne complète) et les traduire par 1 œuf dans la ligne A, de 1 à 4 œufs dans la ligne B, de 1 à 3 œufs dans la ligne C, 1 ou 2 œufs sur la ligne D
- Les contraintes obligent à placer 2 ou 3 œufs sur les lignes A et D, il reste donc 6 ou 5 œufs à répartir sur les lignes B et C
- A partir de là, inventorier les solutions possibles : 1421, 1331, 1412, 1322, 1232
- Ou établir un inventaire de toutes les combinaisons possibles de 4 nombres (liste ou diagramme) et ne retenir que ceux dont la somme est 8

Attribution des points :

- 4 Les 5 nombres (1232, 1322, 1331, 1412, 1421) avec des éléments d'explication ou de justification
 - 3 Les 5 nombres sans élément d'explication ou de justification
ou 4 nombres corrects avec des éléments d'explication ou de justification
 - 2 3 ou 4 nombres corrects
ou 4 ou 5 dessins différents corrects, sans traduction par des nombres
 - 1 1 ou 2 nombres corrects
ou dessins avec quelques solutions correctes, sans traduction par des nombres
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

11. BIS ZUM RANDE GEFÜLLT - A RAS LE BORD (Cat. 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : multiplication et division
- Mesures et grandeurs : volume

Analyse de la tâche :

- Comprendre que le volume des briques immergées au fond du récipient est équivalent à celui de l'espace entre le niveau initial et le niveau final de l'eau
- Calculer le volume d'une brique, 4, et celui de l'espace à remplir $(3 \times 6 \times 2) = 36$. Effectuer la division $(36 : 4 = 9)$ pour obtenir le nombre de briques
ou calculer le volume de la boîte, soustraire le volume de l'eau et diviser par celui d'une brique $(6 \times 3 \times 8) - (6 \times 3 \times 6) = 36$, $36 : 4 = 9$

Attribution des points:

- 4 Solution exacte (9 briques), avec explications
 - 3 Solution exacte (9 briques), avec explications incomplètes ou insuffisantes
 - 2 Solution exacte (9 briques), sans aucune explication
ou réponse "6 briques entières et 6 demi briques"
ou solution fausse due à une erreur de calcul, avec explications
 - 1 Début de résolution, par exemple calcul du volume à remplir seulement
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

12. IM JAHR 2000 L'AN 2000 (Cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique : déplacement en respectant des règles
- Élaboration d'une stratégie de recherche

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'en partant de la case centrale (contenant le chiffre 2) on peut se déplacer dans quatre directions (Ú ou Û ou Ũ ou Ü).
- Examiner combien de chemins composés de 3 pas aboutissent au 0 d'une certaine case. Faire cela pour toutes les cases en profitant des symétries de la figure.
- Constater qu'il y a 4 cases où on arrive par 1 chemin (les coins de la figure), 4 cases où on arrive par 2 chemins (les 4 cases voisines de la case centrale), 8 cases où on arrive par 3 chemins (toutes les cases du bord à l'exception des coins). Pour les cases qui restent, il n'est pas possible d'y arriver par un chemin 2-0-0-0.
- faire le compte : il y a $4 \times 1 + 4 \times 2 + 8 \times 3 = 36$ chemins possibles.
- ou bien représenter les différents chemins en organisant les tracés à l'aide de couleurs et en profitant des symétries.
- ou bien utiliser une méthode combinatoire du type : pour le premier pas, il y a 4 possibilités, pour le 2^e pas 3 possibilités et pour le 3^e pas 3 possibilités. Au total cela fait $4 \times 3 \times 3 = 36$ chemins différents.

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte et complète : 36 possibilités (avec le détail de tous les chemins ou des chemins par secteur ou bien en argumentant).
 - 3 Réponse correcte mais sans explication permettant d'être certain qu'il n'y a pas d'autres solution
 - 2 Réponse "24 chemins", avec oubli de 8 possibilités qui n'atteignent pas les cases extérieures ou "32 chemins" ou "40 chemins" avec un des oublis décrit précédemment ou de 33 à 39, avec erreur de comptage
 - 1 Début de raisonnement cohérent, de 16 à 30 chemins découverts
 - 0 Incompréhension du problème, ou moins de 16 chemins découverts
-

13. DAS WÜRFELSPIEL - LE JEU DE DÉS (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Logique
- Arithmétique; dénombrements

Analyse de la tâche :

- Remarquer que les lancers avec des résultats différents sur les 4 dés ne sont pas très nombreux, et dresser leur inventaire : 1234, 1235, 1236, 1245, 1246, 1256, 1345, 1346, 1356, 1456, 2345, 2346, 2356, 2456 et 3456, ce qui donne 15 possibilités, ordonnées.
- Remarquer que, en tenant compte des couleurs, il y a quatre cas acceptables (sur 24) pour chacune des 15 possibilités précédentes : V-R-N-B, V-N-R-B, B-R-N-V, B-N-R-V, qui donneront chacun le même produit $V \times B$ et la même somme $N + R$
- Constater que dans 7 cas le produit des deux termes extérieurs est inférieur à la somme des deux termes intérieurs (exemple 1234; $1 \times 4 < 2 + 3$), que dans 6 cas il est supérieur (exemple : 3456, $3 \times 6 > 4 + 5$), et dans 2 cas, il est égal (1235 et 1246)
- En déduire que le jeu est (légèrement) favorable à l'équipe RN.

Attribution des points :

- 4 Réponse juste avec explications précises
 - 3 Réponse juste avec explications acceptables, mais moins convaincantes
 - 2 Réponse (juste ou non) en cohérence logique avec les cas examinés (par exemple. certains cas ayant été oubliés)
 - 1 Début de recherche correcte, mais sans conclusion, ou avec réponse juste plutôt devinée
 - 0 Incompréhension du problème
-

14. EINE AUF DER ANDERN - L'UNE SUR L'AUTRE (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

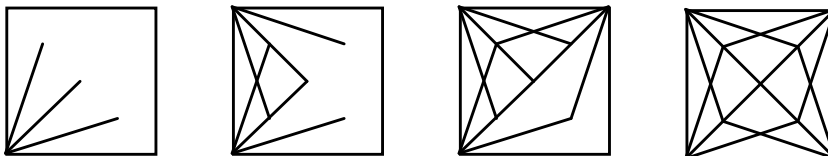
Domaine de connaissances :

- Géométrie : rotations et symétries

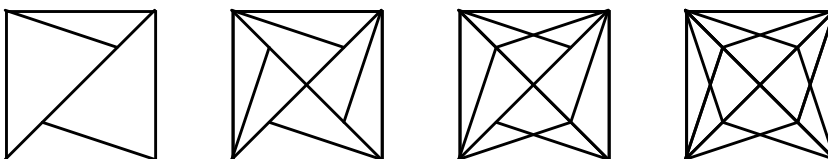
Analyse de la tâche :

- Choisir trois segments et essayer de faire tourner la figure et de la retourner
- Représenter les étapes après chacune des rotations ou symétrie, il y a au moins deux solutions

Exemple de solution, par des rotations successives



Autre exemple de solution par des rotations et symétries



Attribution des points:

- 4 Deux solutions (ou plus), avec le détail des étapes successives
 - 3 Deux solutions, sans explications ou une solution avec le détail des étapes successives
 - 2 Une solution, sans explication
 - 1 Début de recherche, avec erreurs
 - 0 Incompréhension du problème
-

15. DER BALLSAAL - SALLE DE BAL (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : multiples et diviseurs
- Grandeurs et mesures : calcul de l'aire d'un carré et recherche du côté (racine carrée)

Analyse de la tâche :

- Calculer l'aire des trois types de carreaux (0,04, 0,0625 et 0,09) et en déduire celle des surfaces possibles à recouvrir : $>120 \text{ m}^2$, <250 et >180 , donc entre 180 et 250 m^2

En déduire, par le calcul des racines carrées que le côté de la salle mesure entre 13,41 et 15,81 m

Vérifier que l'unique mesure du côté de la salle carrée (multiple commun de 20, 25 et 30 situé entre 1341 et 1581 est 1500 (15 m)

- Chercher les multiples communs de 20, 25 et 30 : 300, 600, 900, 1200, 1500,qui sont les mesures possibles du côté de la salle carrée

Calculer le nombre de carreaux de chaque sorte correspondant à ces mesures et respectant les contraintes : plus de 3000 petits carreaux dès 12 m (3600), moins de 4000 carreaux moyens au-dessous de 15 m (3600), plus de 2000 grands carreaux dès 15 m (2500), et en déduire que seule convient la possibilité de 15 m

Attribution des points

- 4 Réponse correcte avec explications satisfaisantes
 - 3 Réponse correcte avec explications insuffisante ou incomplètes
 - 2 Procédure correcte, avec erreur de calcul
 - 1 Début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

16. 2001 WÜRFEL - 2001 CUBES (Cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances:

Arithmétique (décomposition en facteurs)

Géométrie (parallélépipède rectangle, voire pavé)

Mesures (calcul du volume)

Analyse de la tâche:

- Trouver les dimensions possibles d'un pavé de 2001 cm³ de dimensions entières, par décomposition de 2001 en produit de trois facteurs.
 $1 \times 1 \times 2001$, $1 \times 23 \times 89$, $1 \times 29 \times 69$, $3 \times 23 \times 29$
- Choisir le seul possible: celui qui a des cubes invisibles (qui n'a pas une dimension de 1): $3 \times 23 \times 29$
- Compter les cubes visibles, 867 de manière ordonnée.

Attribution des points :

- 4 Réponse exacte avec explications détaillées, mentionnant en particulier pourquoi il faut éliminer les deux autres façons de poser le pavé
 - 3 Réponse exacte avec explications, sans mention des diverses façons de poser le pavé sur le sol
 - 2 Réponse proche, détermination du parallélépipède $3 \times 23 \times 29$ et une erreur de comptage des cubes, par exemple: face supérieure et faces latérales des deux étages inférieurs sans décompter les cubes communs $(23 \times 29 + 2 \times (23 \times 2) + 2 \times (29 \times 2) = 875$
 - 1 Début de raisonnement cohérent, mais plus d'une erreur dans le comptage ou les calculs
 - 0 Incompréhension du problème
-

17. EIN LANGER ZUG - UN SI LONG TRAIN (Cat. 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Grandeurs et mesures : vitesse, mouvement uniforme
- arithmétique : transformations des unités km/h en m/sec

Analyse de la tâche :

- Comprendre que la vitesse relative du passager du premier train, par rapport au second train, est de $36 \text{ km/h} + 45 \text{ km/h} = 81 \text{ km/h}$
- Transformer 81 km/h en 22,5 m/sec ($81000 : 3600$)
- Déterminer la longueur du train (135m)

Attribution des points :

- 4 Réponse juste (135 m) avec explications satisfaisantes
 - 3 Réponse juste (135 m) avec explications incomplètes ou insatisfaisantes
 - 2 Raisonnement correct, mais avec une erreur de calcul
 - 1 Calcul de la vitesse relative (81 km/h) ou calcul d'au moins une des vitesses en m/sec ($12,5 - 10$)
 - 0 Incompréhension du problème
-

18. ZAHLENSPIRALE - NOMBRES EN COLIMAÇON (Cat. 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : suites de nombres
- Logique

Analyse de la tâche :

- Observer le mode de construction de la spirale et, éventuellement, la prolonger de quelques tours
- Se rendre compte qu'il faut trouver une autre méthode de recherche que la construction jusqu'à 2001, longue et peu sûre, et observer des régularités, par exemple :
les carrés des nombres impairs se suivent en "oblique" vers le bas à droite à partir de 1,
les carrés des nombres pairs se suivent en "oblique" vers le haut à gauche à partir de 4,
horizontalement, à partir de 1, vers la droite, on observe la suite 1, 2, 11, 28, dont les différences successives sont 1, 9, 17, et dont les différences successives sont constantes (8), ce qui permet de revenir aux premières différences : 1, 9, 17, 25, 33, et à la ligne 1, 2, 11, 28, 53, 86, 127, 176, 233, ...
- A partir d'un des repères obtenus précédemment, situer 2001 par sa ligne et sa colonne : par exemple à partir des carrés des nombres impairs : $2025 = 45^2$ se situe sur la 22e ligne au-dessous de 1 et la 22e colonne à droite de 1, et 2001 se trouvera sur la même ligne, mais 24 colonnes plus à gauche, soit sur la 2e colonne à gauche de 1

Attribution des points

- 4 La solution : 22e ligne au-dessous de 1 et 2e colonne à gauche de 1, avec une description de la méthode
 - 3 La solution correcte, sans explications, ou une légère erreur d'une à deux lignes et colonnes, avec description de la méthode
 - 2 Plusieurs erreurs (deux à trois) avec description de la méthode
 - 1 Découverte de quelques régularités, mais ne permettant pas de situer précisément le nombre
 - 0 Incompréhension du problème
-