

# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### 1. CHARLIE UND SEINE BONBONS - LES CAMELS DE CHARLIE (Cat. 3, 4)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, addition, le double
- Logique: raisonnement déductif, formulation d'hypothèses

##### Analyse de la tâche

- Résolution par tentatives organisées : choisir le nombre de caramels du premier jour (inférieur à 28/3), en calculant le double le second jour et le double du double pour le troisième. Vérifier chaque fois si la somme de tous les caramels mangés est 28
- ou résolution par "parties" : le premier jour une, le deuxième jour deux, et le troisième jour quatre, au total 7 parties
- Conclure que Charlie a mangé 4 caramels le premier jour, 8 le second et 16 le troisième.

##### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (4 - 8 - 16) avec explications complètes qui font apparaître des essais organisés
  - 3 Réponse correcte (4 - 8 - 16) avec description d'essais, même non organisés (au hasard), ou simple vérification
  - 2 Réponse fausse résultant d'une erreur de calcul, mais où chaque nombre est le double du précédent
  - 1 Réponse fausse où les nombres ne sont pas le double des précédents, mais où la somme est 28
  - 0 Incompréhension du problème ou aucune solution
- 

### 2. AFFENTHEATER - QUELLE SINGERIE ! (Cat. 3, 4)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances

- Relation de position (gauche droite)
- Logique

##### Analyse de la tâche

- Comprendre que la position du singe rouge est déjà déterminée (4e depuis la gauche) et qu'il ne reste que deux possibilités pour le jaune
- Envisager ensuite les diverses positions des trois derniers singes, en éliminant celles où le bleu est à une extrémité et constater qu'il n'y a que deux solutions : vert - bleu - jaune - rouge - brun et vert - jaune - bleu - rouge - brun
- Ou procéder par essais successifs et éliminations

##### Attribution des points

- 4 Les deux réponses correctes
  - 3 Une seule des deux réponses justes
  - 2 Une réponse correcte et une ou plusieurs réponses fausses ou deux réponses avec une seule erreur (qui respectent deux des conditions)
  - 1 Une réponse avec une seule erreur
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 3. QUADRAT - PUZZLE - FRAGMENTS DE CARRÉS (Cat. 3, 4)

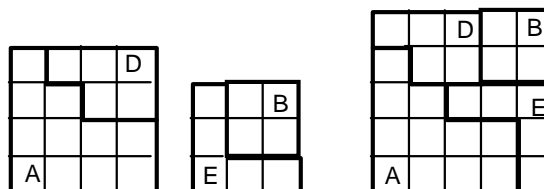
#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances

- Géométrie: figures géométriques, le carré et ses propriétés

##### Analyse de la tâche

- Découper ou redessiner les pièces A, B, D, E et les combiner comme les morceaux d'un puzzle  
Construire les deux petits carrés, puis, le grand :



# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### Attribution des points

- 4 Dessin correct des trois carrés
  - 3 Dessin des deux petits carrés et tentatives pour le grand carré avec les pièces correctes (A, B, D, E) ou seulement le grand carré
  - 2 Construction des deux petits carrés seulement
  - 1 Construction d'un seul des deux petits carrés
  - 0 Incompréhension du problème
- 

## 4. FEUER ! - AU FEU ! (Cat. 3, 4)

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances:

- Relation d'ordre : sériation
- Arithmétique : addition, multiplication

#### Analyse de la tâche:

- Comprendre que si Laurent est le sixième de la file il y a 5 enfants devant lui
- Comprendre que si Jean est le quatrième depuis la fin, il a encore 3 autres enfants derrière lui
- Comprendre que le nombre d'enfants situés entre Laurent et Jean est le triple de 5
- Comprendre que Laurent et Jean doivent être comptés
- Trouver le résultat (  $5 + 1 + 15 + 1 + 3 = 25$  )

#### Attribution des points :

- 4 Réponse exacte avec justification ou dessin précis
  - 3 Réponse exacte sans justification
  - 2 Réponse qui attribue les positions correctes de Laurent et de Jean mais présente des erreurs dans le comptage des enfants qui se trouvent entre eux
  - 1 Tentative de résolution dirigée
  - 0 Incompréhension du problème
- 

## 5. WER HAT DIE MEISTEN PRALINEN? - QUI A PRIS LE PLUS DE CHOCOLATS? (cat. 3, 4, 5)

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : suites, addition

#### Analyse de la tâche

- Rangée par rangée, déterminer le nombre de chocolats pris par Mario : 2, 4, 6, 8, 10, 12
- En déduire que les lignes ont 13 chocolats
- Calculer le nombre de chocolats de Mario ( $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 42$ )
- Calculer le nombre de chocolats de Hugo :  
par la somme des termes de la suite "complémentaire"  $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36$   
ou par différence :  $(13 \times 6) - 42 = 36$   
ou par le dessin de la boîte et de ses six rangées

#### Attribution des points

- 4 Les deux réponses justes (42 et 36) avec explications complètes, par le dessin de la boîte ou par le détail des calculs
- 3 Les deux réponses justes avec explications incomplètes, ou une réponse juste avec explication complète et erreur de calcul dans la deuxième réponse, ou raisonnement correct bien expliqué, mais avec faute de calcul
- 2 La réponse 42 (Mario) juste et, pour la deuxième partie, une erreur de calcul ou une suite irrégulière ou un oubli du chocolat restant ou un dessin insuffisant  
ou, une erreur pour Mario mais une deuxième partie correcte, compte tenu de la première erreur
- 1 La réponse 42 (Mario) seulement avec les détails du calcul ou le dessin, début de raisonnement
- 0 Incompréhension du problème

# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### 6. DER KUCHEN - TARTE TATIN (Cat. 4, 5, 6)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances :

- Géométrie, angle, mesurage, utilisation des instruments (compas, rapporteur,...)

##### Analyse de la tâche :

- Découper des tranches de tarte identiques au modèle et les juxtaposer jusqu'à l'obtention d'un disque
- ou reporter la part de tarte par un mesurant (papier transparent, ...) sur un modèle jusqu'à l'obtention du disque
- ou compléter le cercle en le traçant au compas, reporter au compas la portion de l'arc de cercle de la tarte sur la circonférence
- ou mesurer l'angle de la tranche de tarte, diviser  $360^\circ$  par ce nombre pour connaître le nombre total de parts de tarte
- enlever 1 au nombre de tranches trouvé (11) pour connaître le nombre de copains (10)

##### Attribution des points :

- 4 Réponse 10, avec explications cohérentes ou dessin précis
  - 3 Réponse 11 ou 9 (nombre de parts) avec explications  
ou réponse 10 avec explications non claires (dessin imprécis ou argumentation confuse ou une phrase du genre "on voit que"), avec soustraction  $11 - 1$
  - 2 Réponse 11 avec explications non claires (dessin imprécis ou argumentation confuse ou une phrase du genre "on voit que"), sans soustraction ou réponse 10 sans explication cohérente
  - 1 Réponse 9 ou 12 avec début de raisonnement
  - 0 Incompréhension du problème
- 
- 

### 7. GROßMUTTERS PATCHWORK - DECKE - LA COUVERTURE DE GRAND-MERE (Cat. 5, 6)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Géométrie: rectangle
- Arithmétique: addition, décomposition d'un nombre

##### Analyse de la tâche:

- Représenter le bord du rectangle et se rendre compte que les quatre carrés des angles appartiennent à la fois à la longueur et à la largeur du rectangle
- Travailler par tentatives organisées selon des dessins ou par calcul : largeur 5, longueur 10, bordure  $(2 \times 15) - 4 = 26$ , ne suffit pas, il faut augmenter ...
- ou expliciter la relation entre le nombre des carrés du bord (44) et le nombre des carrés de la longueur (a) et le nombre des carrés de la largeur (b): par exemple,  $2(a + b) - 4 = 44$  alors  $2(a + b) = 48$ , donc  $a + b = 24$
- Tenir compte, alors, du fait que le nombre de carrés dans la longueur est le double de celui des carrés dans la largeur, et en déduire que la largeur vaut 8 et la longueur vaut 16 (par exemple  $3a = 24$  alors  $a = 8$ )

##### Attribution des points:

- 4 Réponse correcte (16, 8) avec explications ou avec présentation des tentatives successives ou explicitation de la relation entre le nombre des carrés de la longueur, de la largeur et du bord
  - 3 Réponse correcte avec explications incomplètes
  - 2 Réponse correcte sans aucune explication ou raisonnement correct avec explications mais avec un erreur
  - 1 Réponse fausse qui ne tient compte que d'une seule condition; par exemple (15, 9) ou (14, 7) ou début correct de recherche
  - 0 Incompréhension du problème
- 
-

# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### 8. DIE GRILL - SPIEßE - LES BROCHETTES (Cat. 5, 6)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Combinatoire: permutations soumises à certaines conditions
- Géométrie : symétrie

##### Analyse de la tâche:

- Comprendre l'énoncé, comprendre que des brochettes "différentes" ont les mêmes ingrédients mais disposés selon des ordres différents
- Elaborer une procédure pour compter les brochettes par une liste systématique ou avec un dessin ou un diagramme en arbre
- Tenir compte de la contrainte que les deux viandes ne peuvent être voisines, en éliminant ces cas après en avoir dressé l'inventaire ou en en tenant compte durant le dénombrement. Il reste ainsi 12 brochettes différentes
- Comprendre qu'il y a encore une condition non explicite qui divise par deux le nombre des brochettes pour des raisons de symétrie : il ne reste alors que 6 cas possibles :

HKWZ (PFSO)

HKZW (PFOS)

HZKW(POFS)

HZWK (POSF)

WKHZ (SFPO)

WZHK (SOPF)

##### Attribution des points:

- 4 Réponse correcte (6) avec la liste de tous les cas possibles, avec explications
  - 3 Réponse 12 avec la liste de toutes les possibilités, qui ne tient pas compte de la condition de symétrie
  - 2 Réponse correcte (6) sans la liste et sans autres explications  
ou oubli d'une ou deux possibilités, dans l'un ou l'autre des cas "6" ou "12"
  - 1 Réponse 12 sans liste  
ou réponse 24, avec liste des possibilités, qui ne tient pas compte des contraintes  
ou liste de quelques cas seulement
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 9. EIN SCHÖN GEPFLASTETER HOF - UNE SI BELLE COUR (Cat. 5, 6)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Géométrie
- Logique (principe d'induction)
- Arithmétique

##### Analyse du tâche:

- Comprendre, en découvrant la régularité des lignes ou des colonnes ou en raisonnant par induction sur la diagonale du rectangle, qu'il y a 25 pavés dans la "longueur" ou "la largeur" et, par conséquent, 625 pavés en tout, blancs ou gris
- Calculer le nombre des gris : en utilisant la symétrie du dessin,  $25 + (20 + 15 + 10 + 5) \times 2 = 125$ , ou en découvrant que sur chaque ligne (colonne) il y a un pavé gris sur cinq, donc  $25 : 5 = 5$  pavés dans chaque ligne (colonne) et  $25 \times 5 = 125$  en tout.
- Calculer le nombre des blancs par différence ( $625 - 125 = 500$ ), ou en tenant compte que, dans chaque ligne il y en a 20 ( $20 \times 25 = 500$ ).

##### Attribution des points:

- 4 Réponse correcte ( $125 - 500$ ) avec explications claires ou un dessin de la cour, ou un schéma correct
  - 3 Réponse correcte mais avec explications peu claires ou procédure correcte mais une seule erreur de calcul dans le comptage, ou une seule réponse, avec explications complètes
  - 2 Une seule réponse correcte avec explications incomplètes
  - 1 Début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### 10. DAS WALDHAUS - LA MAISON DE LA FORÊT (Cat. 5, 6, 7)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Logique
- Géométrie: figure avec côtés communs, topologie
- Arithmétique

##### Analyse de la tâche:

- Comprendre que chaque pièce a 4 ouvertures, mais que celles qui donnent sur l'intérieur sont communes à deux pièces
- Comprendre, par des dessins, des essais, des comptages, des raisonnements, que la solution est indépendante de la disposition relative des pièces, du nombre de parois ou du nombre d'ouvertures par paroi (inférieur à 3)
- Passer au domaine numérique, par dénombrements, par déduction, par algèbre, pour trouver que le nombre d'ouvertures vers l'extérieur est le double du nombre de pièces alors que le nombre d'ouvertures vers l'intérieur est égal au nombre de pièces et que, par conséquent, le nombre d'ouvertures est le triple du nombre de pièces : 18 ouvertures correspondent à 6 pièces

##### Attribution des points:

- 4 Réponse correcte (6 pièces) avec explications du raisonnement ou avec les détails des tentatives (dessins successifs)
  - 3 Dessin correct de six pièces - avec ou sans réponse "6", mais sans autres explications
  - 2 Réponse "6" avec dessin mais avec une ou deux erreurs dans la répartition des ouvertures ou réponse "6" sans dessin ni explication
  - 1 Tentative de résolution respectant au moins une des consignes
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 11. DER SCHNEIDER - LE TAILLEUR (Cat. 5, 6, 7, 8)

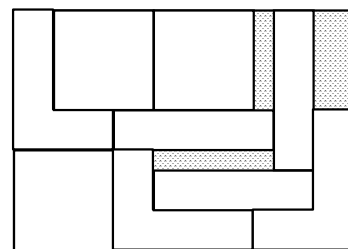
#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances

- Géométrie: pavage, aire

##### Analyse de la tâche

- Comprendre la situation, comprendre que la pièce d'étoffe est un rectangle avec une dimension connue et l'autre variable et que les figures doivent être juxtaposées et non superposées
- Essayer de disposer les figures dans le rectangle le moins long possible
- Comprendre que les différentes dispositions correspondent à des dépenses différentes
- Chercher une des dispositions les meilleures (170 cm) par essais ou avec un raisonnement (par exemple, il faudra au moins 152,5 cm de longueur d'étoffe, par calcul de la surface totale, et, en juxtaposer les figures, on constate qu'on n'arrive pas à les placer dans une bande de 160 cm )



##### Attribution des points

- 4 Résultat optimal (170 cm) représenté par un dessin obtenu après comparaison de différentes dispositions (voir analyse de la tâche) avec une justification de la réponse
  - 3 Résultat optimal, avec un dessin seulement
  - 2 Résultat non optimal "180 cm" justifié par un dessin ou réponse "170" justifié par l'aire 170 x 120
  - 1 Résultat compris entre 190 cm et 220 cm avec un dessin ou manque d'une ou deux pièces qui peut conduire à 150 ou résultat "152,5" tiré du calcul des aires
  - 0 Incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2001/1

## Analyse des problèmes

---

### 12. DIE GEBURTSTAGE - LES ANNIVERSAIRES (Cat. 6, 7, 8)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Logique: négation ou valeur de vérité d'une proposition; raisonnement hypothético-déductif

##### Analyse de la tâche:

- Comprendre que la première partie de l'affirmation de Carlo et la première partie de l'affirmation d'Anna sont contradictoires et que, par conséquent une seule des deux est vraie
- Comprendre qu'on arriverait à une nouvelle contradiction si l'hypothèse "Anna est née au printemps" était vraie parce que, selon la deuxième affirmation de Carlo, Betty est née en automne, alors que, selon l'affirmation de Susy, Betty serait née en hiver
- Par conséquent, Anna n'est pas née au printemps; et, de son affirmation, on peut déduire que Susy est née en hiver et, ensuite, de ce que dit Susy, que Anna est née en automne (Betty ne peut être née en hiver) et, enfin, de ce que dit Betty, que Carlo est né en été
- Conclure que Betty doit être née au printemps
- Vérifier que les correspondances Anna-automne, Carlo-été, Betty-printemps, Susy hiver satisfont toutes les conditions exprimées dans le texte

##### Attribution des points:

- 4 Solution correcte avec explications claires du raisonnement suivi
  - 3 Solution correcte mais raisonnement peu clair
  - 2 Deux couples correspondants trouvés, avec explications
  - 1 Début de raisonnement correct mais un seul couple juste
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 13. EIN SCHÖN GEPFLASTETER HOF - UNE SI BELLE COUR (Cat. 7, 8)

#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances:

- Géométrie
- Logique (principe d'induction)
- Arithmétique

##### Analyse de la tâche:

- Comprendre, en découvrant la régularité des lignes ou des colonnes ou en raisonnant par induction sur la diagonale du rectangle, qu'il y a 32 pavés dans la "longueur" ou "la largeur" et, par conséquent, 1024 pavés en tout, noirs ou gris
- Calculer le nombre des gris ligne par ligne (ou colonne par colonne) : 7 dans la première ligne, 7 dans la deuxième, mais 6 dans la troisième, la quatrième et la cinquième, ainsi de suite : 7 en 6e et 7e, 6 en 8e, 9e et 10e, donc  $(2 \times 7) + (3 \times 6) = 32$ , par tranche de 5 lignes;  $6 \times 32 = 192$  pour les 30 premières lignes; et  $2 \times 7 = 14$  pour les deux dernières lignes. Au total : 206

Calculer le nombre des blancs par différence ( $1024 - 206 = 818$ ) ou en en faisant le compte par paquets de 5 lignes :  $6 \times (2 \times 25 + 3 \times 26) + 2 \times 25 = 818$

##### Attribution des points:

- 4 Réponses correctes (206 et 818) avec explications claires, ou un dessin de la cour, ou un schéma correct
  - 3 Réponses correctes mais avec explications peu claires ou procédure correcte mais erreur de calcul dans le comptage
  - 2 Réponses qui ne tiennent pas compte de la différence d'une ligne à l'autre (toutes les lignes à 25 blancs et 7 gris -> 800 et 224 ou 26 blancs et 6 gris -> 832 et 192) ou une seule des réponses juste avec des explications peu claires
  - 1 Début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension
-

## **14. DIE GRILL - SPIEßE - LES BROCHETTES (Cat. 7, 8)**

### **ANALYSE A PRIORI**

#### **Domaine de connaissances:**

- Combinatoire: permutations soumises à certaines conditions
- Géométrie : symétrie

#### **Analyse de la tâche:**

- Comprendre l'énoncé, comprendre que des brochettes "différentes" ont les mêmes ingrédients mais disposés selon des ordres différents
- Elaborer une procédure pour compter les brochettes par une liste systématique ou avec un dessin ou un diagramme en arbre
- Tenir compte de la contrainte que les deux viandes ne peuvent être voisines, en éliminant ces cas après en avoir dressé l'inventaire ou en en tenant compte durant le dénombrement. Il reste ainsi 72 brochettes différentes
- Comprendre qu'il y a encore une condition non explicite qui divise par deux le nombre des brochettes pour des raisons de symétrie : il ne reste alors que 36 cas possibles, réparties en 6 groupes de 6, selon la position des deux types de viande (et permutations des trois autres ingrédients) :

H ... W (P ... S)      H .. W . ( P .. S .)      H . W .. (P . S ..)      . H .. W (. P .. S)      . H . W . (. P . S.)      ..H . W (.. P . S)

#### **Attribution des points:**

- 4 Réponse correcte (36) avec la liste de tous les cas possibles ou avec explications
  - 3 Réponse 72 avec la liste de toutes les possibilités ou explications sans tenir compte de la symétrie ou réponse 36 sans liste ou sans explications
  - 2 Réponse comprise entre 24 et 36 avec liste ou explications
  - 1 Réponse comprise entre 14 et 23 avec liste ou explications
  - 0 Incompréhension du problème
- 

## **15. DIE KETTE DER KÖNIGIN - LE COLLIER DE LA REINE (Cat. 7, 8)**

### **ANALYSE A PRIORI**

#### **Domaine de connaissances:**

- Algèbre: mise en équation et résolution de "système" par comparaison
- Arithmétique: addition, division

#### **Analyse de la tâche:**

- Indication avec C, Q, P, F, respectivement le nombre de perles des colliers de Cœur, Carreau, Pique, Trèfle, comprendre que: par comparaison entre la première et la troisième information,  $P = F + 20$ ; par comparaison entre la deuxième et la troisième information,  $Q = P + 10$ ; par comparaison entre la troisième et la quatrième information,  $P = C + 10$ ; par comparaison entre la première et la quatrième information,  $C = F + 10$ .
- De conséquent  $Q > P > C > F$  et, par conséquent, le collier choisi par Alice est celui du coffret Carreau
- Pour déterminer Q: considérer, par exemple, la première information, déduire des relations précédentes  $P = Q - 10$ ,  $C = P - 10 = Q - 10 - 10 = Q - 20$ , obtenir  $Q - 20 + Q + Q - 10 = 420$ , dont  $3Q = 450$  et par conséquent  $Q = 150$
- Ou: comprendre que  $420 + 390 + 400 + 410 = 3C + 3Q + 3P + 3F = 3(C + Q + P + F)$ , dont  $C + Q + P + F = 1620/3 = 540$ ; de la première information tirer  $F = 120$ , de la deuxième  $Q = 150$ , de la troisième  $P = 140$ , de la dernière enfin  $C = 130$ ; déduire que Alice a choisi le collier du coffret Carreau

#### **Attribution des points:**

- 4 Les deux réponses justes avec raisonnement correct
  - 3 La première réponse correcte seulement (collier de Carreau) bien argumentée et tentatives pour la deuxième ou procédure correcte pour les deux réponses, mais avec erreur de calcul
  - 2 La première réponse correcte seulement et argumentée
  - 1 Début correct de raisonnement qui montre une certaine appropriation du problème
  - 0 Incompréhension du problème
-

## **16. DIE PYRAMIDE - LA PYRAMIDE (Cat. 7, 8)**

### **ANALYSE A PRIORI**

#### **Domaine de connaissances :**

- Arithmétique
- Fonctions, suites, carrés, cubes

#### **Analyse de la tâche :**

- Essayer de faire la somme des nombres de quelques lignes
- Observer que, dans cette pyramide, la somme des nombre d'une même ligne est le cube de son numéro d'étage à partir du haut
- Comprendre que 29791 est une puissance de trois et rechercher la base, soit par essais, soit par extraction de racine cubique, pour trouver 31

#### **Attribution des points :**

- 4 Réponse juste, (31e étage) avec explications
  - 3 Réponse juste avec explications incomplètes
  - 2 Raisonnement correct avec une erreur de calcul
  - 1 Début de raisonnement cohérent (découverte partielle de régularités)
  - 0 Incompréhension du problème
- 
- 

## **17. DAS OKTAEDER - L'OCTAEDRE (Cat. 8)**

### **ANALYSE A PRIORI**

#### **Domaine de connaissances:**

- Combinatoire: inventaire systématique selon un critère défini
- Géométrie: visualisation spatiale

#### **Analyse de la tâche:**

- Déterminer de manière systématique tous les triplets possibles que l'on obtient en combinant trois à trois les six sommets de l'octaèdre et exclure ensuite ceux qui correspondent aux faces. Identifier ainsi les 12 triangles suivants (non équilatéraux): ABC – ABD – BCD – CDA – AVC – AVU – ACU - CVU - BVD – BVU – BDU – DVB
- Ou: fixer l'attention progressivement sur chacune des arêtes de l'octaèdre, considérer les triangles qui ont cette arêtes pour côté, en excluant les faces de l'octaèdre, et éliminant les triangles déjà comptés
- Ou: raisonner par sections planes. Il y a trois plans passant par quatre sommets de l'octaèdre déterminant les trois sections carrées ABCD – BVDU – AUCV; chaque carré permet de construire quatre triangles (non équilatéraux) et on obtient de nouveau les 12 triangles ci-dessus

#### **Attribution des points:**

- 4 Les 12 triangles désignés précisément
  - 3 11 triangles différents désignés ou 12 triangles, voire plus, avec une ou plusieurs répétitions
  - 2 Liste de 7 à 10 triangles corrects
  - 1 Moins de 7 triangles corrects
  - 0 Incompréhension du problème
- 
-