

Maach Mat(h) Finale 2000

1. L'AQUARIUM (cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les quatre opérations

Analyse de la tâche :

- Comprendre qu'il y a plusieurs possibilités pour remplir l'aquarium et qu'il faut rechercher celle qui exige le moins de voyages
- Comprendre qu'il ne faut pas de restes
- Comprendre qu'avec le pot de 5 litres, il faudrait 8 voyages et qu'il y aurait 4 litres de trop
- Trouver qu'on peut faire 6 voyages de 5 litres et 2 voyages de 3 litres et que c'est le minimum

Évaluation :

- 4 Résultat optimal 8 voyages avec détail du nombre de voyages de 3 litres (2) et de 5 litres (6)
 - 3 Résultat optimal avec explications peu claires, montrant toutefois que les deux pots ont été utilisés
 - 2 Résultat non optimal avec les deux pots : 10 voyages (3 de 5 litres et 7 de 3 litres) avec explications
 - 1 Résultat "8 voyages sans aucune explication" ou résultat 8 voyages de 5 litres, 12 voyages de 3 litres et autres solutions ne respectant pas toutes les consignes
 - 0 Incompréhension de la tâche
-
-

2. COLORIAGE (cat. 3, 4)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique
- Géométrie : polygones et positions relatives

Analyse de la tâche :

Il faut tenir compte de plusieurs informations à la fois :

- il y a deux possibilités pour le rouge, dans l'un des quadrilatères (renseignement 1)
- les parties vertes et bleues seront les triangles (renseignement 3)
- la partie jaune n'a que deux voisins (renseignement 2) ce ne peut être que la partie de gauche ou de droite, qui est un triangle. Donc le jaune est la partie de 5 côtés

Une autre possibilité est de placer le rouge en haut pour voir la contradiction

Évaluation :

- 4 Le coloriage exact, avec une explication (ordre des renseignements, essais ou hypothèses conduisant à une impossibilité, explicitation du choix du rouge, du vert et du bleu, ...)
 - 3 Le coloriage exact, sans explications satisfaisantes (ou sans aucune explication)
 - 2 Une erreur dans le coloriage (interversion de deux couleurs)
 - 1 Début de coloriage avec un quadrilatère rouge et un triangle vert ou bleu et plus d'une erreur
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

3. COURSE D'OBSTACLES (cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique: dénombrement, suite de nombres
- Géométrie : conception d'une suite régulière de figures

Analyse de la tâche :

- Comprendre le cheminement sur les escaliers et comment sont construites les figures successives
- Compter les pas un à un, après avoir construit les sept premières figures de **A** à **G**, puis décrire la position du 50ème pas : la marche qui suit le sommet de l'escalier **G**
ou écrire une suite numérique, par exemple celle des sommets : 1, 4, 9, 16, 49 (suite des carrés) ou celle des positions au niveau du sol : 2, 6, 12, 20, (somme des nombres pairs successifs), ... et en déduire la position de la 50ème marche.

Évaluation :

- 4 La réponse juste, (première marche en redescendant de l'escalier **G** par exemple) avec explication détaillée (calcul ou dessin clair)
 - 3 La réponse juste (première marche en redescendant de l'escalier **G** par exemple) sans explication ni dessin
 - 2 Une faute de comptage de 1 à 2 marches, avec explication ou dessin, ou réponse imprécise (sur **G**) avec explications
 - 1 Réponses imprécise du genre "sur **G**", sans explications ou début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

4. LES TIMBRES (cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Logique
- Arithmétique

Analyse de la tâche :

- Comprendre que, à partir des relations d'équivalence données, on peut en trouver d'autres, par "proportionnalité élémentaire" (par exemple: si 3 poupées valent 2 chats, alors 6 poupées valent 4 chats,)
- Travailler par "transitivité" (par exemple, si 6 poupées valent 4 chats et que 4 chats valent 3 ours, alors 6 poupées valent 3 ours ou 2 poupées valent un ours)
- Travailler par substitution (par exemple, remplacer 2 chats par 3 poupées, ...)
- Combiner les trois types de transformations précédentes : 2 chats et une poupée font 4 poupées ($3 + 1$) et 4 poupées correspondent à 2 ours.

Évaluation :

- 4 Réponse correcte (2 ours) avec explications satisfaisantes (dessins, suites d'équivalences, ...)
 - 3 Réponse correcte avec explications peu claires
 - 2 Réponse correcte sans aucune explication
 - 1 Réponse fausse mais avec quelques échanges corrects
 - 0 Incompréhension du problème
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

5. PLATE-BANDE (cat. 3, 4, 5)

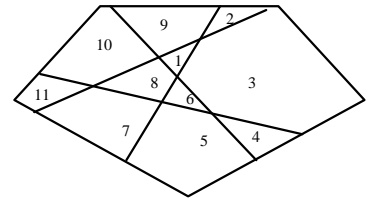
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Géométrie : droites, intersections et régions

Analyse de la tâche :

- Vérifier les affirmations sur la plate-bande de M. Glaïeul
- Chercher plusieurs dispositions des fils et compter les parties, se rendre compte que plus le nombre d'intersections augmente, plus il y a de parties. (On n'a pas avantage à planter deux piquets au même endroit et le fait qu'il soient ou non sur des sommets ne modifie pas le résultat). Le maximum est 11 (avec quatre fils tendus)
- Dessiner les fils et noter les différentes parties



Évaluation :

- 4 Les 11 parties trouvées, avec dessin clair et indication du nombre des parties
- 3 Les 11 parties trouvées mais mal distinguées ou dessin précis et clair de 10 parties
- 2 10 parties trouvées mais mal distinguées, ou dessin précis et clair de 8 ou 9 parties, ou problème résolu de manière optimale avec 3 fils seulement (comme M. Glaïeul) (7 parties)
- 1 8 ou 9 parties trouvées mais mal distinguées ou dessin précis et clair de 5, 6 ou 7 parties
- 0 Incompréhension du problème

6. PUZZLE DE RECTANGLES (cat. 3, 4, 5)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Géométrie: rectangles
- Arithmétiques: divisibilité

Analyse de la tâche :

- Comprendre que l'aire du grand rectangle sera toujours de 30 carrés mais que ses côtés peuvent varier et que les mesures des côtés sont des diviseurs de 30
puis se rendre compte qu'il y a quatre rectangles possibles : 1x30, 2x15, 3x10 et 5x6
- Ou partir des rectangles possibles de 5 (5 x 1), de 10 (10 x 1 ou 5 x 2) et de 15 (15 x 1 et 5 x 3) et les combiner pour former les grands rectangles
- Dessiner les quatre rectangles avec l'une de leurs subdivisions possibles

Évaluation :

- 4 Les dessins des quatre rectangles possibles (une de leurs subdivisions pour chacun)
 - 3 Les dessins de trois rectangles possibles de dimensions différentes (avec une de leurs subdivisions pour chacun)
 - 2 Les dessins de deux rectangles possibles de dimensions différentes (avec une de leurs subdivisions pour chacun)
 - 1 Le dessin d'un seul rectangle (avec une de ses subdivisions)
 - 0 Incompréhension de la tâche
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

7. LES MAILLOTS DU RMT (cat. 4, 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique

Analyse de la tâche :

- Comprendre que les quatre maillots volés peuvent être l'un à côté de l'autre dans la suite, ou de 1 à 3 à une extrémité et les autres l'un à côté de l'autre dans la suite, ou certains aux deux extrémités et les autres l'un à côté de l'autre dans la suite, afin de former deux groupes compacts
- La somme des nombres de 1 à 11 étant 66, comprendre que la somme des quatre nombres enlevés doit être paire pour que le reste soit divisible par 2
- Travailler par essais successifs

Évaluation :

- 4 Les 4 maillots 6, 9, 10, 11 avec justification
(en général, la vérification des deux sommes $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 7 + 8 = 15$)
 - 3 Les 4 maillots 6, 9, 10 et 11 sans justification
 - 2 La somme 15, avec justification, sans mentionner les quatre nombres,
ou les quatre nombres 6, 9, 10, 11 sont seulement biffés
 - 1 Subdivision en deux groupes de même somme, mais où on a enlevé un nombre de maillots différent de quatre, par exemple si on enlève les maillots de 1 à 5 et le 9
ou début de raisonnement valable
 - 0 incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

8. DATE PAIRE (cat. 5, 6)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Numération
- Combinatoire

Analyse de la tâche :

- Comprendre que la date ne s'exprime qu'avec des chiffres pairs et qu'il faut donc éliminer les chiffres impairs
- Vérifier qu'en l'an 2000, on ne peut pas choisir une date de janvier (01) et que 02.02.2000 est la première de cette année
- Constater qu'aucune autre date précédente du deuxième millénaire (de 1001 à 2000) ne convient en raison de la présence du 1 dans les milliers de l'année.
- Remonter dans le premier millénaire pour trouver que le 10e siècle ne convient pas (présence du 9 dans les centaines de l'année et qu'il faut chercher dans le neuvième siècle (années 801 à 900)
- S'apercevoir que le 28.08.888 est la dernière "date paire" avant le 02.02.2000.

Évaluation :

- 4 La bonne réponse (28.08.888) avec développement
 - 3 La bonne réponse, sans justification ou la date 08.08.888 (avec seulement deux chiffres), avec justifications
 - 2 Une date proche de 28.08.888, mais autre que 08.08.888, avec explications
 - 1 Une date qui ne tient pas compte de toutes les contraintes (par exemple 08.08.88, avec "88" pour 1988)
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

9. LA CURE (cat. 5, 6, 7)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : opérations avec nombres décimaux ou avec des fractions
- Logique

Analyse de la tâche :

- Comprendre que le nombre de comprimés change chaque trois jours
- Calculer combien de comprimés Anna prend par groupe de trois jours et, donc, pour 12 jours :

jours :	comprimés :
3	$9/2 = 4,5$ ou $3 \times 1,5$
3	$15/4 = 3,75$ ou $3 \times 1,25$
3	$3/4 = 0,75$ ou $3 \times 0,25$
<u>3</u>	<u>$3/2 = 1,5$ ou $3 \times 0,5$</u>
12	$42/4 = 21/2 = 10,5$

- Tenir compte des deux jours de pause à chaque cycle, c'est-à-dire : 14 jours pour 10,5 comprimés
- Comprendre que pour les trois premiers cycles : 42 jours ($14 + 14 + 14$), Anna prendra $63/2 = 31,5$ comprimés
- Comprendre qu'il restera 8,5 ($40 - 31,5$) comprimés, c'est à dire 7 jours : $8.25 (4,5 + 3,75)$ pour six jours, et $1/4$ pour le septième jour. En tout, la boîte sera vide après 49 jours.
- Ou procéder jour par jour

Évaluation :

- 4 Réponse correcte (49) et justifications détaillées
- 3 Réponse correcte avec justifications peu claires
- 2 Calcul correct des comprimés nécessaires pour trois cycles (en 42 jours 31,5 comprimés) avec les détails, ou réponse correcte sans détails et sans justifications
- 1 Calcul correct des comprimés nécessaires pour un cycle (en 12 jours 10,5 comprimés)
- 0 Incompréhension du problème

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

10. CHAMPIONNAT DE BASKET (cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Logique
- Combinatoire
- Arithmétique

Analyse de la tâche :

- Comprendre, en observant le tableau, que l'école du Château pourrait avoir 14, 12 ou 10 points, l'école des Buissons 10, 8 ou 6 points, comme celle du Couvent. Examiner ensuite les combinaisons possibles et éliminer celles qui ne respectent pas la dernière phrase de l'énoncé. (Par exemple, si l'école du Château avait 14 points, l'école des Buissons n'aurait plus d'espoir d'arriver deuxième,)
Il ne reste alors que les combinaisons (12, 10, 8), (12, 10, 6), (10,10, 8), (10, 10, 6), (10, 8, 8) et (10,8,6)
- Comprendre qu'il y a 30 parties en tout (6×5), que 27 parties ont été jouées avant la dernière journée, que la somme des points du tableau doit par conséquent être 54, que les trois équipes du Parc, des Cerisiers et du Lac en ayant déjà 30 ($14 + 10 + 6$), il reste 24 points à se partager pour les trois écoles du Château, des Buissons et du Couvent.
- Confronter les trois combinaisons restantes avec la somme de 24 et constater que seule la dernière convient : école du Château 10 points, école des Buissons 8 points et école du Couvent 6 points.

Évaluation :

- 4 Réponse juste (10, 8 et 6) avec explications
 - 3 Réponse juste avec explications peu claires ou insuffisantes
 - 2 Les six combinaisons respectant la dernière phrase de la consigne ou deux nombres de points justes, avec explications
 - 1 Quelques-unes des combinaisons respectant la dernière phrase de la consigne, mais pas le total de 24 points
 - 0 Incompréhension du problème
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

11. LA BALANCE (cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Combinatoire
- Logique
- Arithmétique

Analyse de la tâche :

- La somme des masses des 4 cubes les plus lourds est $15+13+11+10 = 49$ g (masse totale maximale)
- La somme des masses des 4 cubes les plus légers est $1+3+5+7 = 16$ g
- Si on ajoute les 30 g supplémentaires, on constate que même avec les 4 masses les plus légères, on arrive déjà à une masse totale minimale de 46 g. Le cube non utilisé serait alors celui de 8 g et la différence des masses totales sur les 2 plateaux serait de 3 g
- Comprendre que pour arriver à des plateaux en équilibre, il faut donc utiliser sur l'un des deux plateaux le cube de 8 g, et en faisant cela, arriver
 - 1) soit à diminuer la masse totale du plateau "lourd" de 3 g : échanger 11 contre 8
 - 2) soit à augmenter la masse totale du plateau "léger" de 3 g : échanger 5 contre 8les deux solutions sont donc 11 ($1+3+5+7+30 = 8+10+13+15$) et 5 ($1+3+7+8+30 = 10+11+13+15$)
- Il y a d'autres méthodes de résolution par essais successifs

Évaluation :

- 4 Les 2 solutions (5 et 11) avec explications complètes (les calculs et la méthode)
 - 3 Les deux solutions sans explications claires (sans la méthode) ou seulement une vérification
 - 2 Une des deux solutions avec explications complètes ou les deux solutions sans aucune explication
 - 1 Une des deux solutions sans explications valables ou début de raisonnement correct
 - 0 Incompréhension du problème
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

12. TOUJOURS LA MOITIÉ (cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : nombres non entiers, suites

Analyse de la tâche :

- Remarquer que le 11ème nombre est 1 et que à partir du 12ème nombre (0,5) on passe aux décimaux non entiers
- Comprendre que lors du passage d'un nombre à virgule au suivant, le nombre de chiffres après la virgule augmente toujours de 1 vu que le dernier chiffre de la partie décimale est toujours un 5 (impair)
- Le 12ème nombre de la suite étant composé de deux chiffres (0 et 5), le 15ème nombre sera composé de 5 chiffres (on peut le calculer "directement" 0,0625), le 200ème nombre sera donc composé de 190 chiffres.

Évaluation :

- 4 Les deux réponses correctes (5 et 190) avec explications cohérentes
 - 3 Les deux réponses avec explications insuffisantes pour l'une d'elles
 - 2 Les deux réponses correctes sans explications, ou la première (5) avec détails des calculs ou réponses 4 et 189, indiquant les chiffres après la virgule
 - 1 Une seule réponse correcte sans explication, ou faute de calcul dans le nombre de chiffres (4)
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

13. COURSE D'OBSTACLES (cat. 6, 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : dénombrement, suite de nombres
- Géométrie : conception d'une suite régulière de figures

Analyse de la tâche :

- Comprendre que dans le n^{e} escalier, la plus haute marche se trouve à l'étage n (au niveau n)
En déduire que dans le n^{e} escalier, il y a $2n-1$ marches entre les étages 1 et n , ces étages compris.
(donc 1 marche dans l'escalier A, 3 marches dans l'escalier B, 5 marches dans l'escalier C, etc.)
- Comprendre que Jean doit faire $1+1=2$ pas pour franchir l'escalier A, puis $3+1=4$ pas pour surmonter l'escalier B, puis $5+1=6$ pas pour l'escalier C, etc.
Pour arriver au 259^{e} pas, il doit donc faire
 $2+4+6+8+10+12+14+16+18+20+22+24+26+28+30+19$ pas
- Comprendre qu'après avoir surmonté les 15 premiers escaliers, Jean a fait 240 pas,
en déduire qu'il doit encore faire 19 pas sur le 16^{e} escalier pour arriver à un total de 259 pas.
Le 16^{e} escalier (escalier P) ayant 16 étages, Jean doit escalader le sommet de cet escalier et descendre encore trois marches.

Évaluation:

- 4 Réponse correcte (16ème escalier ou escalier P et 3e marche depuis le haut en descendant de l'obstacle) avec explication détaillée
 - 3 Réponse correcte avec explication incomplète mais méthodiquement acceptable
 - 2 Réponse correcte sans aucune explication
ou réponse imprécise (escalier P) ou erreur d'une ou deux marches, avec explications
 - 1 Réponse incorrecte, mais début d'explication méthodiquement acceptable ou "escalier P" sans explications
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

14. NOMBRE SECRET (cat. 7, 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : numération
- Combinatoire

Analyse de la tâche :

- Comprendre que l'un des deux "0" est la partie entière du nombre et qu'il y a donc encore un seul "0" dans la partie décimale.
- Comprendre que pour des chiffres différents de 0, on peut obtenir une somme de 4 par l'une des situations suivantes:

a) quatre chiffres "1"

0,01111 0,10111 0,11011 0,11101

b) deux fois un chiffre "1" et une fois un chiffre "2"

0,0112 0,1012 0,2011

0,0121 0,1021 0,2101

0,0211 0,1102 0,1201

c) deux fois un chiffre "2"

0,022 0,202

d) une fois un chiffre "1" et une fois un chiffre "3"

0,013 0,031 0,103 0,301

e) une fois un chiffre "4"

0,04

En tout, il y a donc $4 + 9 + 2 + 4 + 1 = 20$ solutions.

Évaluation :

- 4 Les 20 nombres trouvés d'une manière systématique (liste organisée qui sert d'explication)
 - 3 Les 20 nombres mais sans systématique (liste dans le désordre)
ou oubli de 1 ou 2 nombres ou un ou deux nombres de trop, avec liste organisée
 - 2 Réponse avec oubli d'une des catégories de a) à d)
ou oubli de 1 ou 2 nombres ou un ou deux nombres de trop, sans explications
ou réponse "28" prenant en compte les nombres se terminant par "0", avec explications
 - 1 Oubli de plus d'une catégorie ou début de raisonnement systématique
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

15. LA MARCHANDE DE FLEURS (cat. 7, 8)

Domaine de connaissances:

- Logique, combinatoire

Analyse de la tâche:

- Comprendre qu'il reste 5 fleurs (22 - 17) après avoir fait le bouquet et que, si Jeannine est sûre de satisfaire sa cliente, même les yeux fermés, il doit y avoir au moins 6 roses de chaque couleur.
- Comprendre qu'il faut trouver les combinaisons possibles de trois nombres entiers plus grands que 5 dont la somme est 22; les "triplets" possibles sont formés par les nombres (6, 7, 9), (6, 8, 8), (7, 7, 8) et (10, 6, 6) dont on doit considérer les permutations
- Trouver les combinaisons possibles :

R	J	B
6	9	7
6	7	9
7	6	9
7	9	6
9	7	6
9	6	7
6	8	8
8	6	8
8	8	6
7	7	8
7	8	7
8	7	7
10	6	6
6	10	6
6	6	10

Évaluation :

- 4 Réponse correcte (les 15 combinaisons) avec détails
 - 3 Réponse avec une seule erreur : une combinaison en plus ou en moins
 - 2 Réponse avec 2, 3 ou 4 erreurs
 - 1 Réponse avec plus de 4 erreurs (de 5 à 10)
 - ou les quatre "triplets" sans leurs permutations
 - ou réponse "15" sans les détails
 - 0 Incompréhension du problème
-
-

Maach Mat(h) Finale 2000 avec analyse

16. LA FERRARI (Cat. 8)

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : suites de nombres

Analyse de la tâche :

- Effectuer les calculs année par année pour Cirillo et pour Antonio:

Cirillo:

Année n	Economies en n	Capital fin n
2001	800 €	50800 €
2002	1600 €	52400 €
2003	3200 €	55600 €
2004	6400 €	62000 €
2005	12800 €	74800 €
2006	25600 €	100400 €

Cirillo peut acheter la Ferrari fin 2006

Antonio:

Année n	Economies en n	Capital fin n
2001	15000 €	45000 €
2002	15000 €	60000 €
2003	15000 €	75000 €
2004	15000 €	90000 €
2005	15000 €	105000 €

Antonio peut acheter la Ferrari fin 2005.

Antonio est donc le premier à pouvoir acheter la Ferrari.

Évaluation :

- 4 L'indication correcte des deux années (Antonio en 2005 et Cirillo en 2006) avec explications
 - 3 Les deux réponses justes mais sans justification satisfaisante pour une des deux
 - 2 Une des réponses juste, l'autre avec une ou deux fautes de calcul
 - 1 Aucune réponse juste, mais début de raisonnement correct (faute de calcul ou recherche non aboutie)
 - 0 Incompréhension du problème
-
-