

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 1. A BICYCLETTE - DAS FAHRRADRENNEN (Kat. 3)

#### Domaine de connaissances

- Logique, négation
- Espace et temps, positions relatives, sériation

#### Analyse de la tâche

- Lire et s'appropriier l'énoncé
- Représenter la situation par un schéma ou un dessin et l'adapter en gérant simultanément les informations
- Exprimer les trois solutions :  $H > C > G > J > A$  ;  $H < G < C < J < A$  ;  $H < G < J < C < A$

#### Évaluation

- 4 Les trois solutions correctes
  - 3 Deux solutions correctes
  - 2 Une solution correcte
  - 1 Une ou deux solutions avec interversions
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 2. LA TIRELIRE - DIE SPARBÜCHSE (Kat. 3, 4)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition et soustraction, division

#### Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il y a une relation additive entre le prix des deux CD, les 42 Euros de la tirelire et le reste de 16 Euros et calculer la différence entre les deux derniers  $42 - 16 = 26$
- En déduire que le prix d'un CD est de 13 Euros.
- Se rendre compte que le prix de l'affiche est aussi en relation additive entre le reste et ce qu'il manquerait et effectuer l'addition  $16 + 5 = 21$

#### Évaluation

- 4 Les deux réponses justes : 13 Euros le CD et 21 Euros l'affiche, avec justifications
  - 3 Réponse "26 en précisant qu'il s'agit des deux CD" et "21 pour l'affiche", avec justifications
  - 2 Réponse "26" sans dire qu'il s'agit des deux CD (justification incomplète) et "21" ou "13 et 21", sans explications, ou une faute de calcul pour l'un des prix ou un seul des prix trouvés, avec justifications
  - 1 Un seul prix trouvé, sans justification satisfaisante
  - 0 Incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 3. YOGI L'OURS - YOGI, DER BÄR (Kat. 3, 4, 5)

#### Domaine de connaissances

- Géométrie : repérage, parcours orienté
- Logique

#### Analyse de la tâche

- Comprendre, après quelques essais, qu'on ne peut pas partir d'un point quelconque du réseau
- Observer que le seul point de départ possible est C, car, en partant de A ou de B, on ne peut pas passer une seule fois par chaque sentier dans le sens indiqué par les flèches
- Constaté ensuite qu'il y a trois parcours possibles à partir de C, qui aboutissent chacun en A : C-A-B-C-B-A, C-B-A-B-C-A et C-B-C-A-B-A
- Trouver une manière de décrire les parcours, à l'aide des lettres A, B et C (comme ci-dessus) ou par des traits de couleurs différentes sur le même dessin ou par trois dessins différents, avec indication du départ et de l'arrivée

#### Évaluation

- 4 Réponse complète : les trois parcours et leur description précise (y compris départ et arrivée)
  - 3 Deux parcours trouvés, avec leur description
  - 2 Un seul parcours trouvé et décrit complètement ou deux ou trois parcours, décrits incomplètement
  - 1 Un seul parcours trouvé, mais décrit de manière incomplète
  - 0 Incompréhension
- 

### 4. TÉTRAMINOS - TETRAMINOS (Kat. 3, 4, 5)

#### Domaine de connaissances

- Géométrie
- Mesure (pavage)

#### Analyse de la tâche

- Organisation d'une recherche optimale, par dessins sur quadrillage ou par découpage des tétraminos, en respectant la consigne
- Dessin de la solution

#### Évaluation :

- 4 Réponse optimale "9 carrés", avec dessin précis respectant les consignes
  - 3 Réponse "9 carrés" avec dessin peu précis ou réponse "7 ou 8 carrés" avec dessin précis
  - 2 Réponse "7 ou 8 carrés" avec dessin peu précis ou réponse "6 carrés" avec dessin précis
  - 1 Réponse "6 carrés" avec dessin peu précis ou réponse "5 carrés" avec dessin précis, différent de la solution de Lynn, ou disposition ne respectant pas les règles de juxtaposition
  - 0 Réponse "5 carrés", solution de Lynn ou incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 5. GRILLES - GITTER - RECHTECKE (Kat. 3, 4, 5)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique, décomposition en deux facteurs ou produit de deux nombres
- Géométrie : rectangle et aire

#### Analyse de la tâche

- Comprendre la règle de formation de la suite et que les grilles sont de dimensions  $n$  et  $n + 2$  : (1;3), (2;4), (3;5), ..
- Calculer les différents produits successifs jusqu'à  $10 \times 12$  puis  $15 \times 17$ , ou dessiner les grilles, de la cinquième à la dixième, voire au-delà, ou essayer de décomposer 120 en produit de deux facteurs dont l'un vaut 2 de plus que l'autre
- Se rendre compte que 240 n'est pas dans la suite (bien que 24 et 120 y soient)

#### Évaluation

- 4 Les deux réponses correctes : oui ( $10 \times 12$ ) et non, avec dessins ou justifications par des produits (par exemple :  $14 \times 16 = 224 < 240 < 15 \times 17 = 255$ ) ou écriture de la suite 3, 8, 15, 24, ... 255
  - 3 Les deux réponses justes, mais l'explication de la deuxième n'est pas convaincante
  - 2 Les deux réponses justes, mais sans explication pour la deuxième (comme si la réponse est au hasard)
  - 1 Début de suite correcte, mais sans réponses justes ou la réponse "oui, oui" avec un début d'explication pour la première
  - 0 Incompréhension ou réponse "oui, oui" sans aucune explication
- 

### 6. ESPACE COULEUR - FARBENPRACHT (Kat. 3, 4, 5)

#### Domaine de connaissances

- Combinatoire, dénombrement
- Géométrie

#### Analyse de la tâche

- Trouver quelques coloriages possibles
- Organiser systématiquement le dénombrement, par exemple en laissant fixe le jaune dans une case : j-r-b-r-b, j-b-r-b-r puis r-j-b-r-b, b-j-r-b-r puis r-b-j-r-b, r-b-j-b-r, b-r-j-r-b, b-r-j-b-r, et se rendre compte ainsi qu'il y a quatre combinaisons lorsque le jaune est dans la case centrale et deux lorsqu'il est dans les autres cases. Au total :  $(4 \times 2) + 4 = 12$
- ou dessiner toutes les possibilités

#### Évaluation

- 4 La réponse juste : les 12 solutions décrites
  - 3 10 ou 11 solutions différentes décrites (un ou deux oubliés ou solutions "à double")
  - 2 6 à 9 solutions différentes
  - 1 1 à 5 solutions différentes, décrites ou réponse "12" sans descriptions
  - 0 Incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 7. L'ASCENSEUR - DER AUFZUG (Kat. 4, 5, 6)

#### Domaine de connaissances

- arithmétique : addition
- combinatoire

#### Analyse de la tâche

- Trouver par essais des sommes voisines très légèrement inférieures ou égales à 290
- Déterminer la somme totale (867 kg) se rendre compte que 3 voyages pourraient suffire pour faire monter les 11 personnes mais qu'on ne dispose que d'une marge de 3 kg au maximum.
- Noter les possibilités comme p.ex.:

- |                              |                              |                               |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| • $L+A+B = 125+105+58 = 288$ | $R+F+E+G = 95+90+73+31=289$  | $M+N+D+C = 87+81+76+46 = 290$ |
| $L+A+B = 125+105+58 = 288$   | $R+M+D+G = 95+87+76+31=289$  | $F+N+E+C = 90+81+73+46 =290$  |
| $L+A+B = 125+105+58 = 288$   | $R+D+E+C = 95+76+73+46=290$  | $F+M+N+G = 90+87+81+31 =289$  |
| • $L+F+E = 125+90+73 = 288$  | $A+R+B+G = 105+95+58+31=289$ | $M+N+D+C = 87+81+76+46=290$   |
| $L+F+E = 125+90+73 = 288$    | $A+N+B+C = 105+81+58+46=290$ | $R+M+D+G = 95+87+76+31=289$   |
| $L+M+D = 125+87+76 = 288$    | $A+R+B+G = 105+95+58+31=289$ | $F+N+E+C = 90+81+73+46=290$   |
| • $L+M+D = 125+87+76 = 288$  | $A+N+B+C = 105+81+58+46=290$ | $R+F+E+G = 95+90+73+31=289$   |
| $L+M+D = 125+87+76 = 288$    | $A+N+E+G = 105+81+73+31=290$ | $R+F+B+C = 95+90+58+46=289$   |
| • $A+R+F = 105+95+90 = 290$  | $L+M+C+G = 125+87+46+31=289$ | $N+D+E+B = 81+76+73+58=288$   |
| $A+R+F = 105+95+90 = 290$    | $L+D+B+G = 125+76+58+31=290$ | $M+N+E+C = 87+81+73+46=287$   |
| $A+R+F = 105+95+90 = 290$    | $L+E+B+G = 125+73+58+31=287$ | $M+N+D+C = 87+81+76+46=290$   |
| • $A+R+M = 105+95+87=287$    | $L+D+B+G = 125+76+58+31=290$ | $F+N+E+C = 90+81+73+46=290$   |

#### Évaluation

- 4 au moins quatre réponses justes : le détail des répartitions par ascenseur pour les trois voyages, avec les sommes et justification
  - 3 au moins quatre réponses justes, mais justification incomplète (seulement les prénoms ou seulement les sommes) ou trois réponses justes avec justification
  - 2 au moins trois réponses justes, mais justification incomplète (seulement les prénoms ou seulement les sommes) ou deux réponses justes avec justification
  - 1 une réponse juste avec détail et justification des sommes
  - 0 Incompréhension du problème
- 
-

**8. LA TRAVERSÉE DU QUADRILLAGE - VERSCHIEDENE WEGE**

(Kat. 5, 6, 7)

**Domaine de connaissances**

- Géométrie
- Mesure de longueurs (comparaisons, distances)

**Analyse de la tâche :**

- procéder par mesures des trajets ou par comptage des unités (côtés et/ou diagonales des carrés de la grille) ;
- distinguer les unités "côtés" des unités "diagonales" et en faire un comptage séparé;
- effectuer les "échanges" ou "compensations" d'unités
- trouver une méthode de comparaison des chemins C, E et B (par juxtaposition, agrandissement et mesure, confrontation ligne droite/ligne polygonale, ....)

**Évaluation :**

- 4 La réponse juste avec le détail des "unités"  
 $C(7c + 1d) < E(9c) < B(5c + 3d) < F(3c + 5d) < G(2c + 6d) < D(8d) = A(8d)$   
ou les mesures au mm près, après agrandissement
  - 3 La réponse juste basée sur des mesures prises sur le dessin ou un agrandissement  
ou, une interversion (avec détails)
  - 2 Deux interversions avec détails  
ou réponse juste sans détails
  - 1 Quelques éléments de classement correct avec non distinction des unités c et d
  - 0 Incompréhension du problème
- 

**9. DATES MAGIQUES - MAGISCHE KALENDERZAHLEN (Kat. 5, 6, 7, 8)****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication
- Combinatoire : dénombrement systématique

**Analyse de la tâche**

- Comprendre et vérifier la définition de "date magique"
- Trouver quelques autres dates magiques par essais non ordonnés
- Chercher une méthode permettant de dresser un inventaire systématique des dates magiques, à partir de la décomposition multiplicative des nombres 93 à 99 en produits dont les facteurs sont compatibles avec la définition :  
le premier de 1 à 28, 29, 30 ou 31 (jour) , le second de 1 à 12 (mois) :  
 $31 \times 3 = 93, 19 \times 5 = 95, 24 \times 4 = 16 \times 6 = 12 \times 8 = 8 \times 12 = 96, 14 \times 7 = 98, 11 \times 9 = 9 \times 11 = 99$ , soit 8 autres dates que celle qui a été proposée
- Dire que la méthode choisie est exhaustive, pour chaque année (pas de date en 97 car ce nombre est premier et supérieur à 30, produits biffés dans la liste des essais systématiques, ....)
- Transcription des possibilités en dates

**Évaluation**

- 4 Les 8 autres dates (ou les 9) avec justification de l'exhaustivité (examen systématique, année après année, en fonction des diviseurs de l'année : 94 pas possible parce que  $47 > 31$ , etc.)
- 3 Les 8 dates trouvées, mais avec justifications incomplètes  
ou 6 ou 7 dates avec justifications de l'exhaustivité  
ou les 8 dates et une date supplémentaire, mais impossible
- 2 6 ou 7 dates trouvées, mais avec justifications incomplètes  
ou 4 ou 5 dates avec justifications de l'exhaustivité  
ou les 8 dates et plus d'une date supplémentaire, mais impossible
- 1 De 1 à 4 dates seulement, avec ou sans justifications
- 0 Incompréhension du problème

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

### 10. DIVISIBILITÉ - TEILBARKEIT (Kat. 6, 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique (multiples, diviseurs)

#### Analyse de la tâche

- S'approprier la situation, comprendre qu'il y a 900 nombres en jeu, dont il faudra retirer tous les multiples de 5, de 10 et de 11  
ou construire un tableau de nombres
- Comprendre que certains multiples sont communs (les multiples de 10 sont des multiples de 5) et qu'il ne faudra pas les retirer deux fois
- Chercher le nombre de multiples de 5 (180) et le nombre de multiples de 11 (81)
- Chercher le nombre de multiples communs de 5 et 11 (multiples de 55), de 110 à 990 (17)
- Effectuer l'opération :  $900 - 180 - 81 + 17 = 656$

#### Évaluation

- 4 La réponse juste (656), avec explications détaillées
- 3 La réponse juste, sans explications
- 2 Petite erreur de calcul, avec explications
- 1 Petite erreur de calcul, sans explications, ou erreur plus importante, avec explications
- 0 Réponse plus éloignée ou incompréhension du problème

### 11. LES HÉRITIERS D'ALI BABA - ALI BABAS ERBEN (Kat. 6, 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, division, fractions
- Logique : organisation d'un dénombrement exhaustif

#### Analyse de la tâche

- Observer que chaque neveu devra recevoir 11 vases et l'équivalent de 11 demi vases en pièces d'or, ou 5,5 vases pleins ( $16,5 : 3$ )
- Procéder par essais organisés respectant les contraintes sur les nombres de vases et sur les quantités (même nombre de vases vides que de vases pleins, pas plus de 5 vases pleins, ...) et aboutir à un inventaire exhaustif du genre :

groupes de solutions	I			II			III			IV		
neveux (A, B, C)	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
vases pleins	3	3	5	1	5	5	2	4	5	3	4	4
vases à moitié pleins	5	5	1	9	1	1	7	3	1	5	3	3
vases vides	3	3	5	1	5	5	2	4	5	3	4	4

- Tenir compte des permutations possibles entre les neveux : 3 pour chacun des groupes I, II et IV, 6 pour le groupe III, au total 15 répartitions possibles
- Vérifier qu'il n'y a pas d'autres solutions

#### Évaluation

- 4 Réponse complète, les 4 groupes et leurs permutations (15 répartitions), avec explications
- 3 Réponse sans les permutations (4) avec explications ou réponse complète sans explications  
ou 3 groupes avec leurs permutations, avec explications
- 2 Réponse 4, sans permutations ni justifications ou 3 groupes avec explications, ou 2 groupes et indication de permutations possibles
- 1 Une ou deux répartitions trouvées seulement
- 0 Incompréhension du problème

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 12. LE RAPT DE JAMILA – DIE ENTFÜHRUNG DER PRINZESSIN JAMILA (Kat. 6, 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Logique

#### Analyse de la tâche

- Procéder par essais vérifiant à chaque fois si l'hypothèse émise est en cohérence avec les conditions indiquées sur les portes.
- Comprendre ainsi que Jamila ne peut être dans la cellule 1 car les affirmations des portes 1 et 2 seraient vraies toutes les deux
- Exclure aussi que Jamila soit dans la cellule 3, car les indications 2 et 3 seraient vraies
- Vérifier que, si Jamila est dans la cellule 2, seule l'indication 3 est vraie et en conclure que c'est la porte 2 qu'Aladin doit ouvrir  
ou constater que les indications 1 et 3 sont la négation l'une de l'autre et que l'une des deux doit être vraie et que, par conséquent l'indication 2 est certainement fausse et que, par conséquent, Jasmine doit être dans la cellule 2

#### Évaluation

- 4 Réponse juste (cellule 2) et bien argumentée
  - 3 Réponse juste avec explication peu claire ou incomplète  
ou réponse non explicite, avec explication que Jamila ne peut être ni dans la cellule 1 ni dans la 3
  - 2 Erreur due à la contraposition entre la valeur de vérité de l'indication 2 et la présence effective de Jamila dans la cellule 2
  - 1 Réponse juste sans aucune explication ou début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème
- 

### 13. L'ÉCHIQUIER - DAS VERSTÜMMELTE SCHACHBRETT (Kat. 6, 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Géométrie : pavage
- Logique

#### Analyse de la tâche

- Essayer quelques pavages et constater que ce n'est pas possible
- Essayer pour des échiquiers de  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ , ... et constater qu'il reste toujours deux cases noires qu'on ne peut pas recouvrir
- Constater que chaque domino recouvre une case blanche et une case noire, qu'il y a 62 cases à recouvrir, dont 32 noires et 30 blanches et que 31 dominos recouvriront 31 cases de chaque couleur, d'où l'impossibilité

#### Évaluation

- 4 Justification parfaite reposant sur l'égalité du nombre de cases de chaque couleur recouvrables par des dominos
  - 3 Justification approximative (avec l'idée de paires, mais mal exprimées)
  - 2 Justification reposant sur des essais présentés, amorce de l'idée de paires (dessins, échiquiers plus petits, ...)
  - 1 Impossibilité, sans justification ou du genre "on a essayé mais ça ne marche pas"
  - 0 Incompréhension du problème
-

# MAACH MAT(H) 2000-2

## Analyse des problèmes

---

### 14. PAVÉS AU CHOCOLAT - SCHOKO-PRALINEN (Kat. 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : proportionnalité
- Algèbre : résolution d'un système d'équations

#### Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a une relation de linéarité entre le nombre de pavés noirs (les plus lourds) et le "supplément" de masse :

nb de pavés noirs :	0	n ?	T/2	T (nb total de pavés)
nb de pavés à la liqueur :	T	T- n	T/2	0
supplément de masse (en g) :	0	15	25	50
masse de la boîte pleine (en g) :	220	235	245	270

et en déduire que la boîte contient plus de pavés à la liqueur, que de noirs, puisque 235 est situé plus près de 220 que de 270 et calculer les deux écarts : 15 (235 - 220) et 35 (270 - 235)
- Calculer les parts des pavés noirs et à la liqueur, proportionnelles respectivement à 15 et 35, ou déduire que les noirs représentent les  $15/50 = 3/10$  du tout et les pavés à la liqueur  $35/50 = 7/10$
- La différence entre les deux types de pavés est de  $4/10$ , correspondant à 16 pavés. Il y a donc en tout 40 pavés dans la boîte : 28 à la liqueur et 12 noirs
- Il y a encore d'autres raisonnements arithmétiques possibles, par proportionnalité
- On peut aussi procéder par essais successifs
- On peut finalement résoudre le problème par algèbre en résolvant par exemple le système :
$$n \times 50/T = 15 \text{ et } (T- n) - n = 16$$

#### Évaluation

- 4 La réponse juste : (12 noirs, 28 "liqueur" et 40 au total) avec justification (essais, démarche ou preuve)
  - 3 La réponse complète sans explications convaincantes (trouvée par essais non justifiés) ou réponse partielle justifiée (seulement "12 noirs")
  - 2 Répartition proportionnelle à 3 et 7 (15 et 35) sans respecter l'écart de 16
  - 1 Réponse juste, sans aucune explication ou début de résolution
  - 0 Incompréhension du problème
-



### 15. HISTOIRE DE RECTANGLES - RECHTECKE (Kat. 8)

#### Domaine de connaissances

- Géométrie : rectangle
- Algèbre : résolution d'équation

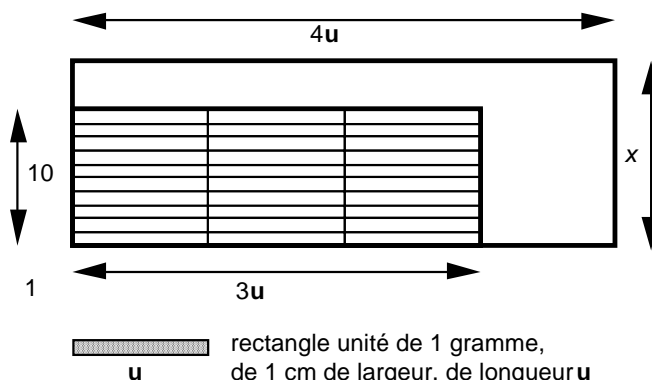
#### Analyse de la tâche

- Comprendre que l'aire des rectangles est proportionnelle à leur masse et que le rapport des aires du premier et du second est  $48/30$
- Le rapport des longueurs étant  $4/3$ , le rapport  $k$  des largeurs sera tel que  $4/3 \times k = 48/30$  et en déduire que  $k = 48/30$ :  
 $4/3 = 48/30 \times 3/4 = 6/5$
- La largeur du premier mesure donc  $6/5 \times 10 = 12$

Par une méthode arithmético-géométrique, le problème se résout ainsi : si l'aire du grand était de 48 unités d'aire, correspondant chacune à un rectangle-unité (de 1 gramme, de largeur 1 cm et de longueur  $u$  cm) l'aire du petit en vaudrait 30.

Les 30 unités d'aire du petit se répartissent dans le petit rectangle de 10 cm de largeur, de longueur  $3u$  (inconnue).

La longueur du grand rectangle, qui est les  $4/3$  de celle du petit aura donc une longueur de  $4u$ . Pour une aire totale de 48, cela représente  $x = 12$  cm de largeur



- Il y a encore d'autres méthodes possibles, faisant appel à des représentations géométriques, mais on ne connaîtra jamais les longueurs des rectangles, car elles dépendent de la masse du papier par unité d'aire, ce qui n'est pas dit dans l'énoncé.

#### Évaluation

- 4 Réponse correcte (12 cm de largeur) avec explications complètes
- 3 Réponse juste, avec explications incomplètes
- 2 Réponse juste, sans explications cohérentes ou erreur de calcul
- 1 Début de raisonnement cohérent
- 0 Incompréhension du problème