

## 1. LA RONDE - EINER BLEIBT ÜBRIG (Cat 3)

### Domaine de connaissances

- Numération: alternance de nombres pairs et impairs
- Arithmétique: addition, divisions successives par 2

### Analyse de la tâche

- S'approprier la situation, comprendre quels sont ceux qui doivent s'asseoir et ceux qui restent debout, comment on continue après le premier tour
- Organiser une procédure par un dessin
- Se rendre compte que, à chaque tour, le nombre d'enfants qui restent debout est la moitié du nombre de ceux que jouent encore

### Évaluation

- 4 Procédure explicite (par exemple par un dessin) et résultats exacts (réponse 46)
  - 3 Démarche correcte avec erreur de calcul ou omission : réponse 47 (ou réponse 2 pour ceux qui recommencent à compter à partir de 1 à chaque tour), avec explications (un dessin par exemple)
  - 2 Réponse 46 et explications confuses
  - 1 Réponse 46 sans explications ou amorce de procédure qui témoigne d'une certaine appropriation du problème
  - 0 Incompréhension
- 

## 2. LA COUVERTURE D'ANNA - ANNAS BETTDECKE (Cat. 3, 4)

### Domaine de connaissances

- Logique: affirmations, négations, implications.

### Analyse de la tâche

- En se référant à la figure, observer que la bande orange est au centre et la rouge à gauche ou à droite de l'orange
- Considérer que, dans le premier cas, on peut avoir les deux séquences : jaune - rouge - orange - brun - vert ou brun - rouge - orange - jaune - vert, dont la deuxième seulement est acceptable
- Dans l'autre cas, on a les séquences vert - jaune - orange - rouge - brun ou vert - brun - orange - rouge - jaune, inverses des précédentes, dont seule la première est acceptable
- Noter qu'il s'agit de la même séquence avec l'ordre des couleurs inversé

### Évaluation

- 4 Coloriage correct de la couverture (l'une des deux séquences possibles)
  - 3 Seulement trois conditions respectées
  - 2 Seulement deux conditions respectées
  - 1 Une seule condition respectée
  - 0 Incompréhension du problème ou réponse erronée
-

### 3. TAPIS CARRÉS - QUADRATISCHE TEPPICHE (Cat. 3, 4)

#### Domaine de connaissances

- Géométrie: rectangles et carrés

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que les tapis ne seront pas tous de mêmes dimensions, procéder par conséquent du plus grand (12 x 12) au plus petit
- Disposer un tapis de dimensions 12 x 12
- Constaté qu'il reste un rectangle de 12 x 10
- Disposer un tapis de 10 x 10
- Constaté qu'il reste un rectangle de 2 x 10 et disposer cinq carrés de 2 x 2

#### Évaluation

- 4 Nombre minimum de tapis (7) avec le dessin correspondant
  - 3 Nombre minimum de tapis (7) avec dessin peu clair ou sans dessin et explications peu claires
  - 2 Recouvrement du dallage avec plus de 7 tapis carrés (de dimensions différentes de celles de la solution minimale)
  - 1 Recouvrement du dallage avec des tapis qui ne sont pas tous carrés
  - 0 Incompréhension du problème
- 
- 

### 4. L'ABEILLE MATHÉMATIQUE - DIE BIENE (Cat. 3, 4)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique: addition et propriétés
- Égalités à compléter

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que pour chaque parcours il faut additionner des nombres dont la somme soit 94
- Comprendre que 92, 84 et 72 sont "éliminés" d'entrée
- Comprendre qu'on n'obtient pas de nouvelle solution en changeant l'ordre des termes
- Constaté qu'il y a quatre solutions possibles, correspondant aux quatre sommes :  
 $87 + 7$ ;  $61 + 26 + 7$ ;  $43 + 26 + 25$ ;  $35 + 30 + 12 + 7$

#### Évaluation

- 4 Réponse correcte et complète (les 4 solutions, détaillées)
  - 3 Réponse correcte partielle (3 solutions, détaillées)
  - 2 Réponse correcte partielle (2 solutions, détaillées) ou 3 ou 4 solutions avec erreurs de calcul
  - 1 Réponse correcte partielle (1 solution, détaillée) ou 2 ou 3 additions avec erreurs de calcul
  - 0 Réponse erronée ou incompréhension du problème
- 
-

## 5. COLLECTION DE BOÎTES - DIE DOSENSAMMLUNG (Cat. 3, 4)

### Domaine de connaissances

- Arithmétique: les quatre opérations, sommes des premiers nombres naturels (nombres triangulaires)

### Analyse de la tâche

- Comprendre que dans une pyramide, en partant du haut, chaque niveau contient une boîte de plus que le précédent : 1, 2, 3, 4, ...
- Comprendre qu'il faut calculer les sommes successives des premiers nombres naturels
- Par essais successifs constater que Julia utilise ses 27 boîtes seulement en construisant deux pyramides de bases respectives de 3 et 6 boîtes (en effet  $1 + 2 + 3 = 6$  et  $1 + 2 + 3 + \dots + 6 = 21$ )

### Évaluation

- 4 Réponse correcte et complète (avec le détail des additions, le dessin des pyramides ou une argumentation cohérente)
  - 3 Procédé correct mais non abouti: une des deux pyramides correcte
  - 2 Procédé correct mais avec une erreur de calcul
  - 1 Début de recherche
  - 0 Incompréhension du problème
- 
- 

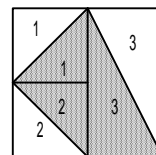
## 6. LE JARDIN DE MONSIEUR TORDU - HERR SCHRULLIG UND SEIN GARTEN (Cat. 3, 4)

### Domaine de connaissances

- Géométrie: figure égales, décomposition et reconstitution de figures, équivalence

### Analyse de la tâche

- Imaginer que la partie grise et la blanche se décomposent en mêmes "pièces"
- Vérifier en découpant les "pièces"
- Déduire que la partie des fleurs a la même aire que le gazon



### Évaluation

- 4 Réponse correcte avec justification (dessin correct, découpage, argumentation)
  - 3 Réponse correcte avec justification approximative
  - 2 Justification correcte pour une moitié de la figure seulement, ou réponse correcte sans justification
  - 1 Début de raisonnement correct
  - 0 Incompréhension du problème ou réponse fausse
- 
-

## 7. LA FAMILLE - DIE FAMILIE (Cat. 4, 5, 6)

### Domaine de connaissances

- Arithmétique (addition)

### Analyse de la tâche

- Calculer les deux somme: respectivement 58 et 17 et observer que chaque année la différence “parents- enfants” diminue de 1
- Procéder par essais en augmentant les âges et les deux sommes d'année en année, ou en les augmentant par tranches de 10 ans
- Dédurre qu'il faut 41 ans pour que les sommes soient égales
- Vérifier puis calculer les âges après 41 ans :  $71 + 69 = 48 + 47 + 45 = 140$

### Évaluation

- 4 Réponse exacte ( 41 ans), bien argumentée, avec raisonnement correct ou essais bien organisés
- 3 Réponse correcte avec essais non organisés
- 2 Essais organisés mais sans arriver à la solution
- 1 Réponse correcte non justifiée
- 0 Incompréhension du problème

## 8. LE MARCHAND DE SOIE – DER SEIDENHÄNDLER (Cat. 4, 5, 6)

### Domaine de connaissances:

- arithmétique (addition, soustraction, division, multiplication)
- mesure (distance)
- notion élémentaire de vitesse

### Analyse de la tâche:

- Comprendre que dans un premier temps, le marchand et la carrosse vont à la rencontre l'un de l'autre, et que, après la rencontre, le carrosse retourne au château
- Calculer les positions, jour après jour, utilisant éventuellement un schéma :

jour	marchand	carrosse	total	distance restante entre le marchand et le carrosse
1	10	20	30	90
2	20	40	60	60
3	30	60	90	30
4	40	80	120	0

donc, après 4 jours, ils se rencontrent et le marchand monte dans carrosse et il faut encore 4 jours pour arriver au château

- Ou additionner les chemins parcourus chaque jour dans la première partie du parcours (10 + 20) et diviser la distance totale à parcourir par cette somme  $120 : (20 + 10) = 4$ , pour trouver le nombre de jours nécessaires jusqu'à la rencontre, puis doubler ce nombre tenant compte du retour  $4 \times 2 = 8$
- Valider la solution en donnant les explications.

### Évaluation:

- 4 Réponse complète et correcte: 8 jours avec explications claires (qui peut être aussi un schéma)
- 3 Réponse correcte avec explications incomplètes ou non claires, ou erreur de calcul avec raisonnement correct explicité
- 2 Erreur de calcul avec explications non claires ou seulement la réponse intermédiaire, 4 jours, avec explications
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

## 9. COLLECTION DE BOÎTES - DIE DOSENSAMMLUNG (Cat. 5, 6)

### Domaine de connaissances

- Arithmétique: les quatre opérations, sommes des premiers nombres naturels (nombres triangulaires)

### Analyse de la tâche

- Comprendre que dans une pyramide, en partant du haut, chaque niveau contient une boîte de plus que le précédent : 1, 2, 3, 4, ...
- Comprendre qu'il faut calculer les sommes successives des premiers nombres naturels
- Se rendre compte que, en additionnant les dix premiers nombres naturels, on obtient la plus grande pyramide possible ( $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ ) et qu'il y aura donc 10 boîtes à la base de la pyramide et qu'il en restera 9
- Par essais successifs constater que Julia utilise ses 64 boîtes en construisant deux pyramides dont les bases respectives ont 7 et 8 boîtes (car  $1 + 2 + 3 + \dots + 7 = 28$  et  $1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 36$ ,  $28 + 36 = 64$ ).

### Évaluation

- 4 Les deux réponses correctes avec justifications (détail des additions, dessin des pyramides ou argumentation cohérente)
  - 3 Les deux réponses correctes avec justification partielle ou non claires
  - 2 Une seule réponse correcte avec justification
  - 1 Une seule réponse correcte sans justification ou début de recherche
  - 0 Incompréhension du problème
- 

## 10. LE CUBE PERCÉ - DER DURCHLÖCHERTE WÜRFEL (Cat. 5, 6)

### Domaine de connaissances

- Géométrie: vision spatiale et volume du cube

### Analyse de la tâche

- Procéder de manière systématique au comptage des cubes nécessaires (32); par exemple, en comptant les cubes manquants sur les six faces et y ajoutant les cubes internes qui forment eux-mêmes un cube d'arête 2, ou en sectionnant le cube par couches et en comptant les cubes manquants dans chaque couche

### Évaluation

- 4 Réponse correcte et bien argumentée
  - 3 Réponse correcte sans justification, ou raisonnement correct avec erreur de calcul
  - 2 Erreur due au comptage répété des cubes internes
  - 1 Début correct de raisonnement
  - 0 Incompréhension du problème
-

## 11. LABYRINTHE NUMÉRIQUE - DAS ZAHLENLABYRINTH (Cat. 5, 6)

### Domaine de connaissances

- Arithmétique: additions et soustractions
- Successions
- Logique

### Analyse de la tâche

- Observer que de 18 on peut passer à 16 ou à 13 en retirant respectivement 2 ou 5
- Constater, en analysant les déplacements ultérieurs possibles, que le parcours juste est celui déterminé par la loi: "enlever 5 et se déplacer – ajouter 2 et se déplacer"; ce parcours part de la case 18 et arrive à la case 3 en traversant les cases 13, 15, 10, 12, 7, 9, 4, 6, 1

### Évaluation

- 4 Détermination de la "loi" et représentation du parcours correct
  - 3 Représentation du parcours, mais sans explicitation de la "loi"
  - 2 Détermination d'un parcours différent dû à une erreur de calcul
  - 1 Début correct de procédure
  - 0 Incompréhension du problème
- 

## 12. LE DÉFI - DIE HERAUSFORDERUNG (Cat. 5, 6, 7, 8)

### Domaine de connaissances

- Géométrie (symétrie centrale)
- Arithmétique (soustraction et addition)
- Combinatoire

### Analyse de la tâche

- Les observations suivantes sont fondamentale pour résoudre ce problème :
  - quelques chiffres (0,1, 2, 5, 8) sont symétriques par rapport à eux-mêmes (ont un centre de symétrie), et d'autres (6 et 9) sont symétriques l'un de l'autre,
  - les chiffres du nombre que lit Lucia sont inversés,
  - les nombres de Renzo ne peuvent se terminer par 0,
  - le premier nombre de Renzo ne peut être supérieur à 45, le second supérieur à 74
- Pour la première réponse il suffit de faire l'inventaire des douze nombres possibles à examiner, identifier leurs symétries et calculer la différence relative, ou examiner seulement les nombres se terminant par 1, 2, 5, 8 et les correspondants obtenus ajoutant 4 aux chiffres précédents.
- Pour la seconde réponse il suffit d'observer que seulement les nombres se terminant par 1 et 6 peuvent augmenter de 25, mais les nombres ainsi obtenus ne sont pas les symétriques des précédents.

### Évaluation

- 4 Les deux réponses correctes (28 - le nombre n'existe pas) avec explications cohérentes (observations du type de l'analyse de la tâche)
  - 3 Les deux réponses correctes obtenues par essais non organisés ou une seule réponse correcte avec explications cohérentes
  - 2 Une réponse avec un essai d'explications
  - 1 Début de recherche systématique
  - 0 Incompréhension du problème
-

### 13. LE CAHIER DE QUINZE - HERR FÜNFZEHN (Cat. 6, 7, 8)

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique: passage du chiffre au nombre. Modèle additif de décomposition
- Organisation logique de recherche

#### Analyse de la tâche

- Comprendre que parmi les nombre inférieurs à 100, les nombres possibles sont seulement ceux qui ont comme chiffres les couples(6, 9) et (7, 8): 69, 96, 78, 87; donc 69 est le nombre plus petit
- Comprendre que, en ce qui concerne les nombres de trois chiffres, il y a ceux qui s'obtiennent à partir des précédents, en considérant le chiffre 0: 690, 960, 780, 870 et 609, 906, 708, 807
- Comprendre que, à partir de 69 on peut "construire" les autres nombres de trois chiffres : 159 (6 est la somme de 1 et 5) et toutes ses permutations: 6 nombres; et ainsi pour 168 (9 est la somme de 1 et 8) et ses permutations (6 nombres); 177 (et 717, 771); 249, 258, 267 et toutes leurs permutations: 18 nombres; 339, 348, 357 et le leurs permutations: 15 nombres. Et encore 366, 636, 663; 465 et leurs permutations (6 nombres), 474 et ses permutations (3 nombres) et enfin 555
- Conclure qu'il y a 73 nombres possibles

#### Évaluation

- 4 Réponse correcte (69 et 73) avec les détails ou les explications
  - 3 Réponse correcte à la première question avec explications et réponse à la seconde question témoignant d'une bonne organisation (mais qui ne tient pas compte de tous les nombres de trois chiffres)
  - 2 Réponse correcte à la première question avec explications et essais de réponse à la seconde question (au moins les nombres de deux chiffres et 690, 960, 780, 870 et 609, 906, 708, 807 ou recherche non structurée)
  - 1 Réponse correcte à la première question
  - 0 Incompréhension du problème
- 
-

**14. REPÊCHAGE - AUSSCHIEDUNGSLÄUFE** (Cat. 7, 8)

---

**Domaine de connaissances**

- Organisation logique des informations: choix des opérations à faire
- Arithmétique: les quatre opérations

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que la première opération à faire est une division (259: 8) pour trouver le nombre des séries
- Comprendre que puisque si on obtient comme quotient 32 avec un reste 3, il faut organiser les courses de manière à avoir des séries de 8 et de 7: puisque le "reste est 3" il faut ajouter 4 élèves pour avoir une série de 7, en retirant un élève dans 4 des 32 séries trouvées précédemment: 28 séries de 8 et 5 de 7 pour un total de 33 séries au premier tour
- Comprendre que les coureurs qualifiés automatiquement pour le 2e tour seront: 99 ( $33 \times 3$ )
- Comprendre que, à partir du 2e tour, puisque les séries doivent être de 8 coureurs, il faut repêcher le nombre opportun de coureurs (5 au 2e tour, pour en avoir un multiple de 8 au 3e tour : 104)

**Évaluation**

- 4 Réponse correcte (5 tours et 54 séries) avec les détails de recherche ou une explication cohérente
  - 3 Réponse correcte mais sans tous les détails ou explications non complètes ou peu claires
  - 2 Réponse correcte sans détails ou explications ou réponse proche de la réponse juste (saut de un tour ou une erreur dans un des tours)
  - 1 Réponse erronée (saut de plus d'un tour ou une erreur dans plus d'un tour) ou début correct de recherche
  - 0 Incompréhension du problème
-



**15. UNE QUESTION D'ÂGE - EINE ALTERSFRAGE** (Cat. 7, 8)

**Domaine de connaissances**

- Logique

**Analyse de la tâche**

- Comprendre que les phrases 1), 2) et 4) ne peuvent être vraies simultanément:

$$\begin{array}{llll} 1) C > M & \square & & J < C \\ & & > & \\ 2) J < M & \square & & \\ 4) J > C & \square & & J > C \end{array}$$

Contradiction.

- Comprendre que par conséquent la phrase 3) est vraie:

$$2 C = M + J$$

$$C + C = M + J \quad \square \quad C = (M + J)/2 \text{ (l'âge de C est la moyenne des âges de M et J)}$$

- Comprendre que la phrase 2) est fausse par un raisonnement de ce type :
  - si 4) était vraie:  $J > C$  et donc , d'après 3),  $J > C > M$ , par conséquent  $J > M$  et la phrase 2) serait fausse
  - si 1) était vraie:  $C > M$  et donc, d'après 3),  $J > C > M$ , par conséquent  $J > M$ , la 4) serait vraie et la 2) serait fausse
  - si 2) était vraie:  $J < M$  et, d'après 3)  $J < C < M$ , ce qui signifierait que 1) serait fausse et, par conséquent 4) devrait être vraie. Or 4) dit que  $J > C$ . Il y a contradiction.

**Évaluation**

- 4 Réponse correcte  $M < C < J$  avec explications complètes et cohérentes
  - 3 Réponse correcte avec explications partielles concernant l'identification des phrases 3 et 4 (ou 3 et 1) comme vraies ou avec vérification plutôt que par "démonstration"
  - 2 Réponse correcte avec explications partielles (identification de la phrase 3 comme vraie)
  - 1 Début de raisonnement correct ou réponse correcte sans aucune explication
  - 0 Incompréhension du problème
-

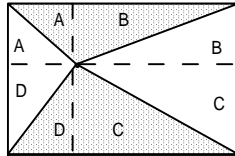
## 16. L'HÉRITAGE - DAS ERBE (Cat. 7, 8)

### Domaine de connaissances

- Géométrie plane: triangles et leurs mesure

### Analyse de la tâche

- Comprendre que, si on trace les parallèles aux côtés par le point où est planté le piquet, indépendamment de son emplacement,



la partie grise et la blanche sont toutes deux composées des quatre mêmes triangles A, B, C, D.

- Ou comprendre que pour tout point du rectangle, quatre triangles sont déterminés, ayant deux a deux comme base une des deux dimensions du rectangle et comme somme des hauteurs, l'autre dimension, et que la somme des aires (de deux triangles qui ont bases et hauteurs égales) ne change pas.

### Évaluation

- 4 Réponse correcte avec procédé démonstratif (du type indiqué dans l'analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte à la question avec une erreur logique dans les explications
- 2 Réponse correcte avec recours à des exemples (le piquet au centre ou dans d'autres positions)
- 1 Réponse correcte avec recours à la mesure ou réponse correcte à la question sans aucune explication
- 0 Explications complètement erronée ou incompréhension du problème

## 17. LA PLUS LONGUE SUITE - DIE LÄNGSTE ZAHLENFOLGE (Cat. 7, 8)

### Domaine de connaissances:

- arithmétique: succession décroissante

### Analyse de la tâche:

- Comprendre, tenant aussi compte de l'exemple, que si le 2e nombre est "très proche" du premier, leur différence est un petit nombre et la suite se termine rapidement.
- Comprendre aussi que le deuxième nombre doit être tel que la différence entre le premier et le deuxième soit inférieure au deuxième
- Procéder par essais successifs organisés.

### Évaluation:

- 4 Réponse optimale avec le choix de 1236 comme deuxième nombre: 2000, 1236, 764, 472, 292, 180, 112, 68, 44, 24, 20, 4 (12 termes) avec le détail des essais
- 3 Réponse très voisine (par exemple 1235: 2000, 1235, 765, 470, 295, 175, 110, 65, 45, 20) avec les essais
- 2 Réponse optimale ou très voisine sans les essais ou avec un erreur de calcul
- 1 Suite d'au moins 4 termes
- 0 Réponse plus éloignée ou incompréhension du problème

**18. VOISIN - VOISINE – NACHBAR – NACHBARIN (Cat. 8)**

**Domaine de connaissances**

- Arithmétique
- Logique

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il y a 19 femmes ( $7 + 12$ )
- Utiliser la seconde information aussi pour disposer à la droite de 12 femmes 12 hommes et en déduire qu'il y a donc 12 hommes qui ont une femme à leur gauche
- Utiliser la troisième information pour chercher le nombre (d'hommes) dont les  $\frac{3}{4}$  valent 12, [ $12 = (\frac{3}{4}) x$ ], donc, 16.

**Évaluation**

- 4 Réponse correcte avec justification cohérente (35 personnes, 19 femmes et 16 hommes)
  - 3 Réponse correcte avec justification non clairement exprimée
  - 2 Réponse 19 femmes et 12 hommes avec justification (sans tenir compte de la troisième information) ou 19 femmes et un nombre d'hommes multiple de 4 supérieur à 12 (exemple 24) pour lequel  $\frac{3}{4}$  soit un nombre entier, avec justifications
  - 1 Réponse 19 femmes et 12 hommes sans justification ou 19 femmes et un nombre d'hommes différent de 12 et différent d'un nombre dont les  $\frac{3}{4}$  est un entier, mais avec essais de justification
  - 0 Autre réponse ou incompréhension du problème
- 
-